研究简报

具有多种工件类型的最小订单延期数问题[1)]

司 昕 郑应平 安爕南
(中国科学院自动化研究所 北京 100080)

关键词 订单,排序,复杂性,拟多项式算法,动态规划.

MINIMIZING THE NUMBER OF LATE ORDERS WITH MULTIPLE JOB CLASSES

SI Xin ZHENG Yingping AN Xienan
(*Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080)

Key words Orders, scheduling, complexity, pseudo-polynomial algorithms, dynamic programming.

1 引 言

订单问题可描述如下:n 个工件来自 m 份订单,这 n 个工件又分属 B 个不同的类,s_f 为不同类工件进行加工转换时所需的机器调整时间,来自第 i 份订单又属于第 j 类的工件在序中本身的完工时刻记为 C_{ij},第 i 份订单的完工日期为 $OC_i=\max\limits_{1\leqslant j\leqslant B}C_{ij}$,对于每一订单用户均有其要求的提货时刻 d_i,要求适当排列 n 个工件的加工顺序,使同订单 $O_i(i=1,\cdots,m)$ 有关的某目标函数值 g 达到最小.

定义 $U_i=1$,如果 $OC_i-d_i>0(i=1,\cdots,m)$,即订单 i 延期;否则 $U_i=0$,则延期订单数 $N_T=\sum\limits_{i=1}^{m}U_i$. 假设不同类工件间的调整时间均为独立调整时间 s.

本文所要解决的问题是如何适当地排列 n 个工件的加工顺序,使延期订单数最小,亦即 $N_T\rightarrow\min$.

2 同类工件须一起加工时的最小延期订单数问题

问题P1:n 个工件来自 m 份订单,这 n 个工件又分属 B 个不同的类,且同类工件须一

1) 国家自然科学基金(69635030)资助项目.

收稿日期 1998-07-31 收修改稿日期 1998-12-30

起加工,工件完工时间为其本身的完工时间,如何适当地排列 n 个工件的加工顺序,使延期订单数 N_T 最小.

2.1 问题P1的复杂性

定理1. 在每类工件组间加工顺序未定的情况下,问题 P1∈NP-hard(证明略).

2.2 拟多项式时间算法

首先介绍这类问题的最优排序所满足的一条性质.

性质1. 对于问题 P1的一个最优排序,每一同类工件组中的工件排序呈(E,T)形式,即非延期工件排在延期工件之前;在非延期工件 E 中,工件以 EDD(Earliest Due Dates)方式进行排序,而延期工件可以任意方式排序.

由于同类工件组间的加工顺序未定,因此各工件组间的加工排序有 $B!$种情况.对于每一种情况 i,按如下步骤求出使 $N_T(i)\to\min, i=1,\cdots,B!$的最优排序:

step 1. 设非延期订单集 OE={全体订单},延期订单集 $OT=\varnothing$;

step 2. 从最后一组同类工件组开始,在每一同类工件组中,根据 Moore 方法[3],对非延期订单 OE 中的工件进行排序,得到非延期工件集 E 和延期工件集 T;

step 3. 将延期工件集 T 中工件所属的订单记为 OT',对 OE 和 OT 进行更新,$OE=OE-OT'$,$OT=OT+OT'$;

step 4. 返回 step 2进行下一同类工件组内的排序,直至完成第一组同类工件组内的排序,如此就能得到在一种工件组间排序情况下的最小延期订单数 $N_T(i)$.

2.3 算法的计算复杂性

定理2. 上述对问题 P1的算法,在最坏情况下,其计算复杂性为 $O(B!n\log n)$(证明略).

3 同类工件可分开加工时的最小延期订单数问题

问题P2:n 个工件来自 m 份订单,这 n 个工件又分属 B 个不同的类,且同类工件可分开加工,工件完工时间为其本身的完工时间,如何适当地排列 n 个工件的加工顺序,使延期订单数 N_T 最小.

3.1 问题P2的复杂性

定理2. 问题 P2∈NP-hard(证明略).

3.2 几条性质

性质2. 问题 P2的最优排序具有(OE,OT)的形式,即非延期订单排在延期订单的前面.

性质3. 在非延期订单 OE 的每一同类工件组中,工件按上述 EDD 方式排序.

性质4. 延期订单 OT 中的工件是按同类工件成组加工的方式来排序的,且其第一个工件组与 OE 中的最后一个工件组属于同一类型.

3.3 求解问题P2的动态规划算法

根据上述三条性质,只需完成对非延期订单 OE 中工件的最优排序即可.

将所有的订单按 EDD 方式排序,假设已经得到对于工件1,…,$j-1$的一个排序 $\sigma(j-1)$,其中工件1,…,$j-1$均为非延期工件.若工件 j 可以加入进部分排序 $\sigma(j-1)$,有两

种情况:一是工件 j 加入到最后一组与其同类型的工件组的最后;一是工件 j 放在 $\sigma(j-1)$ 的最后一个位置上,构成一个新的工件组(batch).

定义 $f_j(l,t)$ 表示当第 j 个工件为非延期工件时的序 $\sigma(j)$ 的完工时间,t 表示与工件 j 同类型的最后一个工件组的完工时间,l 表示 $f_j(l,t)$ 与 t 之间所包含的工件个数. 令 p_{Li}, $d_{Li}(i=1,\cdots,l)$ 分别表示这 l 个工件的加工时间和应交工日期. 再定义 $f_j(l,t)$ 的初始值为 $f_0(l,t)=0$,对所有的 l 和 t.

由此得到求解问题P2的动态规划算法如下:

step 1. 设非延期订单集 $OE=\{$全体订单$\}$,延期订单集 $OT=\varnothing$,并设 $f_0(l,t)=0$;

step 2. 将所有非延期订单按 $d_1\leqslant d_2\leqslant\cdots\leqslant d_m$ 的方式排序;

step 3. 对已有的 $j-1$ 个工件的排序 $\sigma(j-1)$,当考虑第 j 个工件的加工位置时,有以下两种情况,(i)工件 j 为延期工件,则转 step 5;(ii)工件 j 为非延期工件,则按下式计算 $f_j(l,t)$

$$f_j(l,t) = \min\begin{cases} f_{j-1}(l,t+p_j), \\ f_{j-1}(l,t)+s+p_j; \end{cases}$$

step 4. $j=n$?,是,stop;否则,$j=j+1$ 转 step 3;

step 5. 对非延期订单集和延期订单集进行更新,$OE=OE-O_j$,$OT=OT+O_j$,并令 $j=1$,返回 step 2,即重新进行排序.

对上述步骤中工件 j 为延期工件时的处理(step 5)是出于如下考虑:当工件 j 延期时,工件 j 所属订单中的其它工件可能排在工件 j 之前且非延期,当将所有 j 所在的订单中的工件拿掉后,必须对其它的工件进行重排.

3.4　算法的计算复杂性

定理3. 上述算法在最坏情况下的计算复杂性为 $O(n^2mBP)$,其中 $P=\sum_{i=1}^{n}p_i+ns$(证明略).

参　考　文　献

1　Graham R L, Lawler B L, Lenstra J K *et al*. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling:a survey. *Annal Discrete Math.*, 1979,**5**:287～326

2　孙世杰. 成组加工或交货中的排序问题. 运筹学杂志,1996,**15**(2):10～24

3　Moore J M. An n job, one machine sequencing algorithm for minimizing the number of late jobs. *Management sci.*, 1968,**15**(1):102～109

4　Monma C L, Potts C N. On the complexity of scheduling with batch setup times. *Operations Research*, 1989,**37**(5):798～804

5　Bruno J, Downey P. Complexity of task sequencing with deadlines, setup times and changeover costs. *SIAM. J. COMPUT.*, 1978,**7**(4):393～404

司　昕　见本刊第26卷第3期.

郑应平　见本刊第19卷第6期.

安燮南　见本刊第26卷第3期.