第27卷 第1期
2001年1月

自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 27, No. 1
Jan., 2001

短文

一类不确定非线性系统的鲁棒自适应控制[1)]

黄长水　　阮荣耀
(同济大学数学系　上海　200090)　(华东师范大学数学系　上海　200062)
(E-mail: ryruan@math.ecnu.edu.cn)

摘　要　针对一类具有一般不确定性和未知参数的非线性系统，设计出一种适用于输出跟踪的鲁棒自适应控制器. 该控制器对系统的参数和状态的不确定性具有鲁棒性，能保证闭环系统的全局稳定性，并解决了 ε-跟踪问题. 仿真实例表明，所设计的鲁棒自适应控制器具有良好的跟踪性能.

关键词　不确定性非线性系统，鲁棒自适应控制，全局稳定性，ε-跟踪.

ROBUST ADAPTIVE CONTROL OF A CLASS OF UNCERTAIN NONLINEAR SYSTEMS

HUANG Chang-Shui
(*Department of Mathematics, Shanghai Tongji University, Shanghai* 200331)
RUAN Rong-Yao
(*Department of Mathematics, East China Normal University, Shanghai* 200062)
(E-mail: ryruan@math.ecnu.edu.cn)

Abstract　A class of nonlinear systems with general uncertainties and unknown parameters is considered and a robust adaptive controller is designed for output tracking. The controller is robust to the uncertainties of both the parameter and the state of the systems, can guarantee the global stability of the closed-loop system, and can solve the ε-tracking problem. The simulations show the good track effect of the robust adaptive controller.

Key words　Uncertain nonlinear systems, robust adaptive control, global stability, ε-tracking.

1) 博士点基金资助课题.
收稿日期　1999-05-17　　收修改稿日期　2000-03-10

1 引言

考虑非线性系统

$$\dot{x}_i = x_{i+1} + \theta^{\mathrm{T}}\phi_i(x_1,\cdots,x_i) + \varphi_i(\boldsymbol{x},t), \quad i=1,\cdots,n-1, \tag{1a}$$

$$\dot{x}_n = \phi_0(\boldsymbol{x}) + \theta^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}_n(x) + \varphi_n(\boldsymbol{x},t) + \beta(x)u, \tag{1b}$$

$$y = H^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}. \tag{1c}$$

其中 u 和 y 分别是系统输入与输出,$\boldsymbol{x}\in R^n$ 是系统状态,$\theta\in R^p$ 是未知参数向量,$\varphi_i(\boldsymbol{x},t)$ 是未知非线性函数,它表征状态变化率的不确定性,$\phi_i(i=1,\cdots,n)$的各个分量和 β 都是已知非线性函数,H 是已知的 n 维向量. 为简单起见,本文只讨论 $H=[1,0,\cdots,0]^{\mathrm{T}}$ 的情况,此时系统(1)的相对阶数[1,2]恰好是 n,其零动态子空间蜕变成空集,因此式(1)自然是一个非线性最小相位系统[1].

针对系统(1)中 $\varphi_i(\boldsymbol{x},t)\equiv 0(i=1,\cdots,n)$的系统,文[3]首次提出"Back-stepping"自适应控制器的设计方法,并使用该方法突破性地解决了闭环系统全局稳定的自适应调节和跟踪问题,但该控制方案有个缺点,就是 p 个参数却需 np 个辨识器. 后来文[4]对此作了改进,给出了仅需 p 个辨识器的自适应控制方案,但只解决自适应调节问题. 文[5]指出:含参数不确定性非线性系统的"Back-stepping"自适应控制是近年来现代控制理论的主要研究热点之一. 文[6]对系统(1)首次提出一种具有鲁棒性的自适应控制方案,把文[3,4]的结果(除了调节和跟踪的渐近性外)推广到有扰动的情况. 另外还有许多研究不确定非线性系统的状态反馈和输出反馈控制问题的工作[7~10]. 文[11]对系统(1)在 $|\varphi_i(\boldsymbol{x},t)| = |d_i(t)|\leqslant D(\boldsymbol{x}\in R^n, t\in[0,\infty), i=1,2,\cdots,n)$的特殊情况下,首次解决了鲁棒自适应控制的 ε-跟踪问题. 关于此类非线性系统的输出反馈自适应控制的相应问题,我们将另文发表[12].

本文针对具有一般不确定性的系统(1)设计出一种新的鲁棒自适应控制器,既保证了闭环系统的全局稳定性,又解决了 ε-跟踪问题:即对参考信号 y_r 和任意给定的常数 $\varepsilon>0$,设计出自适应控制器使得闭环系统的所有信号有界,且对适当长的时间 t,有 $|y(t)-y_r(t)|\leqslant\varepsilon$. 相应的 ε-调节问题可以作为 ε-跟踪问题的特例(即 $y_r\equiv 0$的情况)看待,不再另外讨论.

为了解决上述问题,系统(1)除了自然满足最小相位条件外,还需对它和 y_r 作如下假定:

A_1) $\boldsymbol{\phi}_i\in R^p(i=1,\cdots,n)$关于其变量$(x_1,\cdots,x_i)$的 $n-i$ 阶偏导数存在且按段连续;ϕ_0,β 是按段连续和有界函数,且存在常数 $B>0$,使得 $|\beta(\boldsymbol{x})|\geqslant B, \forall\ \boldsymbol{x}\in R^n$.

A_2) 已知常数 C 是$\|\boldsymbol{\theta}\|$的上界,且对每一个 $\varphi_i(\boldsymbol{x},t)$存在按段光滑的已知非线性函数 $\mu_i(\boldsymbol{x},t)$和常数 $D>0$,使得

$$|\varphi_i| \leqslant D|\mu_i|, \quad 1\leqslant i\leqslant n. \tag{2}$$

A_3:参考信号 y_r 按段连续且有界,其导数 $\dot{y}_r, y_r^{(2)},\cdots,y_r^{(n)}$ 也按段连续且有界.

注1. 假定 A_2中的 μ_i 必须是已知函数,这是对 φ_i 的一个限制性条件,但这种限制是极其微弱的. 实际上,满足式(2)的 D 和 $|\mu_i|(i=1,\cdots,n)$皆可取为任意大,将不影响输出跟踪的精度,更不影响闭环系统的全局稳定性,这可从定理1的结论及其论证中看出. 因此满

足假定 A_2的 φ_i 具有非常一般性的不确定性，它可以是无界的，诸如指数增长之类的函数.

2 自适应控制器的设计

在假定 $A_1\sim A_3$的条件下，使用 Back-stepping 自适应控制器设计的方法，针对系统(1)来设计鲁棒自适应控制器，使得闭环系统的输出 y 按预定的精度要求(可取正数 ε 足够小)跟踪参考信号 y_r，设 $\hat{\theta}(t)$表示 θ 在时刻 t 的估计量，$\tilde{\theta}(t)=\theta-\hat{\theta}(t)$，$z_i(i=1,\cdots,n)$表示闭环状态变量；对给定的跟踪精度 $\varepsilon>0$，不妨假定 $\varepsilon^2\leqslant 1+C^2$，令

$$N=(1+C^2)/\varepsilon^2,\quad K=n(n+1)D^2/8, \tag{3}$$

并取

$$z_1=y-y_r=x_1-y_r, \tag{4a}$$

$$z_i=x_i-\alpha_{i-1},\qquad i=2,\cdots,n. \tag{4b}$$

这里 α_{i-1}是变量$(x_1,\cdots,x_{i-1},\hat{\theta},y_r,\cdots,y_r^{(i-1)})$的函数，由下列关系式所确定：

$$\alpha_1=-Nz_1-\hat{\theta}^{\mathrm{T}}\phi_1-Kz_1\mu_1^2+\dot{y}_r, \tag{5a}$$

$$\alpha_i=-z_{i-1}-Nz_i+\left(N\sum_{j=1}^{i-2}z_{j+1}\frac{\partial\alpha_j}{\partial\hat{\theta}}-\hat{\theta}\right)^{\mathrm{T}}\left(\phi_i-\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\phi_j\right)+\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}x_{j+1}+$$
$$\tau_i^{\mathrm{T}}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat{\theta}}-Kz_i\mu_i^2-Kz_i\sum_{j=1}^{i-1}\left(\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\mu_j\right)^2+\sum_{j=1}^{i}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(j-1)}}y_r^{(j)},\quad i=2,\cdots,n. \tag{5b}$$

对于求和符号 $\sum_{j=1}^{k}(\cdot)$，当 $k<1$时，约定它取值为零(下同)，而函数 τ_i 满足关系式

$$\tau_1=Nz_1\phi_1-2N\hat{\theta}, \tag{6a}$$

$$\tau_i=\tau_{i-1}+Nz_i\left(\phi_i-\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\phi_j\right),\qquad i=2,\cdots,n. \tag{6b}$$

取自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}=-\dot{\tilde{\theta}}=\tau_n, \tag{7}$$

并取控制律为

$$u=-\frac{1}{\beta}\left[z_{n-1}+Nz_n+\phi_0+\left(\hat{\theta}-N\sum_{j=1}^{n-2}z_{j+1}\frac{\partial\alpha_j}{\partial\hat{\theta}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\phi_n-\sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial x_j}\phi_j\right)-\sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial x_j}x_{j+1}-\right.$$
$$\left.\tau_n^{\mathrm{T}}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial\hat{\theta}}+Kz_n\mu_n^2+Kz_n\sum_{j=1}^{n-1}\left(\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial x_j}\mu_j\right)^2-\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial y_r^{(j-1)}}y_r^{(j)}\right]. \tag{8}$$

3 稳定性分析及跟踪误差估计

现在我们对上节所设计的自适应控制系统的性能进行分析，得到的主要结果是下述定理.

定理1. 在假定 $A_1\sim A_3$下，将上面所设计的自适应律(7)和控制律(8)应用于系统(1)，则闭环系统的所有信号全局有界，且对任意给定 $\varepsilon>0$，存在有限的时间 $T(\varepsilon)$使得

$$|y(t)-y_r(t)|\leqslant\varepsilon,\qquad \forall\, t\geqslant T(\varepsilon). \tag{9}$$

为了证明这个定理，先证明几个不等式，它们将在定理的证明中扮演着重要的角色.

引理1. 在满足定理1条件的前提下，下述不等式成立：

$$z_i(z_{i-1}+\dot z_i)\leqslant z_iz_{i+1}-Nz_i^2+Nz_i\left(\phi_i-\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\phi_j\right)^{\mathrm T}\sum_{j=1}^{i-2}z_{j+1}\frac{\partial\alpha_j}{\partial\hat\theta}+$$
$$z_i\tilde\theta^{\mathrm T}\left(\phi_i-\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\phi_j\right)+z_i(\tau_i-\dot{\hat\theta})^{\mathrm T}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat\theta}+i\,\frac{D^2}{4K},i=2,3,\cdots,n-1. \tag{10}$$

证明. 依次对 $i=2,3,\cdots,n-1$，应用关系式(4)，(5)和(1)，不难推出

$$z_i(z_{i-1}+\dot z_i)=z_iz_{i+1}-Nz_i^2+Nz_i\left(\phi_i-\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\phi_j\right)^{\mathrm T}\sum_{j=1}^{i-2}z_{j+1}\frac{\partial\alpha_j}{\partial\hat\theta}+$$
$$z_i\tilde\theta^{\mathrm T}\left(\phi_i-\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\phi_j\right)+z_i(\tau_i-\dot{\hat\theta})^{\mathrm T}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat\theta}-Kz_i^2\mu_i^2+z_i\varphi_i-$$
$$Kz_i^2\sum_{j=1}^{i-1}\left(\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\mu_j\right)^2-z_i\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\varphi_j. \tag{11}$$

因为可配成完全平方的二次三项式是非负的，所以必有

$$z_i\varphi_i-Kz_i^2\mu_i^2\leqslant z_i\varphi_i-Kz_i^2\varphi_i^2/D^2\leqslant D^2/(4K) \tag{12}$$

和

$$-z_i\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\varphi_j-Kz_i^2\sum_{j=1}^{i-1}\left(\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\mu_j\right)^2\leqslant\sum_{j=1}^{i-1}\left[\left|z_i\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\mu_j\right|-Kz_i^2\left(\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_j}\mu_j\right)^2\right]$$
$$\leqslant(i-1)\frac{D^2}{4K}. \tag{13}$$

从(11)～(13)式立即推出不等式(10)成立.

引理2. 假设定理1的条件成立，并设

$$V_i=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{i}z_j^2+\frac{1}{2N}\tilde\theta^{\mathrm T}\tilde\theta,\quad i=1,2,\cdots,n, \tag{14}$$

则当 $i=1,2,\cdots,n-1$ 时，成立

$$\dot V_i\leqslant z_iz_{i+1}-2NV_i+C^2+\frac{i(i+1)}{8K}D^2+\left[\frac{1}{N}\tilde\theta+\sum_{j=1}^{i-1}z_{j+1}\frac{\partial\alpha_j}{\partial\hat\theta}\right]^{\mathrm T}(\tau_i-\dot{\hat\theta}) \tag{15}$$

和

$$\dot V_n\leqslant-2NV_n+1+C^2. \tag{16}$$

证明. 先来证明(15)式，当 $i=1$ 时，对 V_1 求导，并使用关系式(4a)，(1a)，(5a)，(6a)和(14)，容易推出

$$\dot V_1=z_1\dot z_1+\frac{1}{N}\tilde\theta^{\mathrm T}\dot{\tilde\theta}\leqslant z_1z_2-2NV_1+C^2+\frac{D^2}{4K}+\frac{1}{N}\tilde\theta^{\mathrm T}(\tau_1-\dot{\hat\theta}).$$

这表明(15)式在 $i=1$ 的情况下是成立的. 其次，假定当 $i=2,\cdots,m$ 时(15)式成立，则当 $i=m+1$ 时，有

$$\dot V_{m+1}\leqslant z_{m+1}z_{m+2}-2NV_{m+1}+C^2+\frac{(m+1)(m+2)}{8K}D^2+$$
$$\left[\frac{1}{N}\tilde\theta+\sum_{j=1}^{m}z_{j+1}\frac{\partial\alpha_j}{\partial\hat\theta}\right]^{\mathrm T}(\tau_{m+1}-\dot{\hat\theta}).$$

这就证明了当$i=1,\cdots,n-1$时,(15)式皆成立.再来证明(16),对 V_n 求导并利用(15)式可得

$$\dot{V}_n \leqslant z_n(z_{n-1}+\dot{z}_n)-2NV_{n-1}+C^2+\frac{n(n-1)}{8K}D^2+\left[\frac{1}{N}\tilde{\theta}+\sum_{j=1}^{n-2}z_{j+1}\frac{\partial\alpha_j}{\partial\hat{\theta}}\right]^{\mathrm{T}}(\tau_{n-1}-\dot{\hat{\theta}}). \tag{17}$$

其中 $\dot{z}_n$ 可由式(4b)和(1)求得

$$\dot{z}_n=\phi_0+\theta^{\mathrm{T}}\phi_n+\beta u+\varphi_n-\sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial x_j}(x_{j+1}+\theta^{\mathrm{T}}\phi_j+\varphi_j)-\dot{\hat{\theta}}^{\mathrm{T}}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial\hat{\theta}}-\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial y_r^{(j-1)}}y_r^{(j)}. \tag{18}$$

将式(6b),(7),(8)和(18)代入式(17),化简后得到

$$\dot{V}_n\leqslant -2NV_n+C^2+\frac{n(n-1)}{8K}D^2+z_n\varphi_n-Kz_n^2\mu_n^2-z_n\sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial x_j}\varphi_j-Kz_n^2\sum_{j=1}^{n-1}\left(\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial x_j}\mu_j\right)^2.$$

对上式最右边两项分别应用形如(12)和(13)的不等式关系,上式就变成

$$\dot{V}_n\leqslant -2NV_n+C^2+n(n+1)D^2/(8K).$$

由式(3)可知,$n(n+1)D^2=8K$,所以上式意味着不等式(16)成立.

定理1的证明. 取 $V(t)=V_n(t)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}z_i^2(t)+\frac{1}{2N}\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\theta}(t)$,则可利用(16)式推得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(V(t)e^{2Nt})=\dot{V}(t)e^{2Nt}+2NV(t)e^{2Nt}\leqslant e^{2Nt}(1+C^2). \tag{19}$$

对(19)式的两端在$[0,t]$上进行积分,并用 e^{-2Nt}乘以不等式的两边得

$$V(t)\leqslant\left[V(0)-\frac{1+C^2}{2N}\right]e^{-2Nt}+\frac{1+C^2}{2N}. \tag{20}$$

式中的 N 由(3)式确定,不妨假定 $V(0)>\varepsilon^2/2$,取 $T(\varepsilon)=\varepsilon^2\ln\sqrt{2V(0)/\varepsilon^2-1}/(1+C^2)$,显然 $T(\varepsilon)$是有限的,于是有

$$|y(t)-y_r(t)|=|z_1(t)|\leqslant\sqrt{2V_1(t)}\leqslant\sqrt{2V(t)}\leqslant\varepsilon,\quad \forall\, t\geqslant T(\varepsilon), \tag{21}$$

即不等式(9)成立.

据 $V(t)$的定义和(20)式,可知 $\tilde{\theta}(t)$和 $z_1(t),\cdots,z_n(t)$在$0\leqslant t<\infty$上有界,且它们的有界性不依赖于状态初值 $\boldsymbol{x}(0)\in R^n$ 和辨识初值 $\hat{\theta}(0)\in R^p$,即 $z_1,\cdots,z_n$ 和 $\tilde{\theta}$ 全局有界,从而 $\hat{\theta}(t),t\in[0,\infty)$,也全局有界.根据 $z_1,\cdots,z_n$ 的定义和假定 $A_1\sim A_3$及式(5)~(8),知 $\alpha_1,\cdots,\alpha_{n-1}$和 u 是按段连续且有界的函数,因此由 $z_1,\cdots,z_n$,$\tilde{\theta}$ 和 $\hat{\theta}$ 的全局有界性容易推出 $x_1,\cdots,x_n$ 全局有界.由于 $\beta(x)\geqslant B$ 和(8)式中所涉及到的各函数皆按段连续且有界,所以利用 $z_j,x_j(j=1,\cdots,n)$和 $\hat{\theta}$ 的全局有界性立即推出 u 全局有界.这就证明了闭环系统的所有信号全局有界.

注2. 若 $V(0)\leqslant\varepsilon^2/2$,则可取定理中的 $T(\varepsilon)=0$.这表明自适应控制的输出跟踪精度一开始就达到了预定的要求,即$|y(t)-y_r(t)|\leqslant\varepsilon,\forall\, t\geqslant 0$.

注3. (21)式对输出跟踪精度的估计是比较保守的. 实际上，偏差 $|y(t)-y_r(t)|$ 可能比 ε 小得多，而且达到跟踪精度要求的时刻 t 可能比 $T(\varepsilon)$ 早得多. 这可以从下一节的仿真结果中看出.

4　仿真例子

例1. 考虑如下二阶非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \theta x_1^2 + \varphi_1(x_1, x_2, t), & (22a) \\ \dot{x}_2 = u + \varphi_1(x_2, x_2, t), & (22b) \\ y = x_1. & (22c) \end{cases}$$

其中 θ 为未知常参数，φ_1，φ_2 表征系统状态的不确定性，模拟时假定 $\theta=1$，$\varphi_1(x_1,x_2,t)=2[1+\sin(0.1\pi t)](x_1^2+x_2^2)\sin x_2$，$\varphi_2(x_1,x_2,t)=2[1+\cos(0.1\pi t)](x_1^2+x_2^2)$，而待跟踪的参考信号 $y_r(t)=\sin(0.05\pi t)$，分别按精度 $\varepsilon_1=0.25$ 和 $\varepsilon_2=0.2$ 进行跟踪.

按照前面给出的设计方法和步骤，可求得系统(22)的自适应律和控制律分别为

$$\dot{\hat{\theta}}=Nz_1x_1^2-2N\hat{\theta}-Nz_2(-N-2\hat{\theta}x_1-3Kx_1^2+2Kx_1y_r)x_1^2, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} u = &-z_1+(-N-2\hat{\theta}x_1-3Kx_1^2+2Kx_1y_r)(\hat{\theta}x_1^2+x_2)- \\ &[-Nz_2(-N-2\hat{\theta}x_1-3Kx_1^2+2Kx_1y_r)x_1^2+Nz_1x_1^2-2N\hat{\theta}]x_1^2- \\ &Nz_2-Kz_2x_2^2-Kz_2(-N-2\hat{\theta}x_1-3Kx_1^2+2Kx_1y_r)^2x_1^2+\dot{y}_r+\ddot{y}_r. \end{aligned} \quad (24)$$

这里的 N 和 K 的值与 ε，C 和 D 有关，可取 $C=1$，$D=4$，$\mu_1(x,t)=\mu_2(x,t)=\|x\|^2$，则取 $K=12$；而对应于 ε_1 和 ε_2 的 N 分别取为 $N_1=32$，$N_2=50$. 仿真结果见图1～图3.

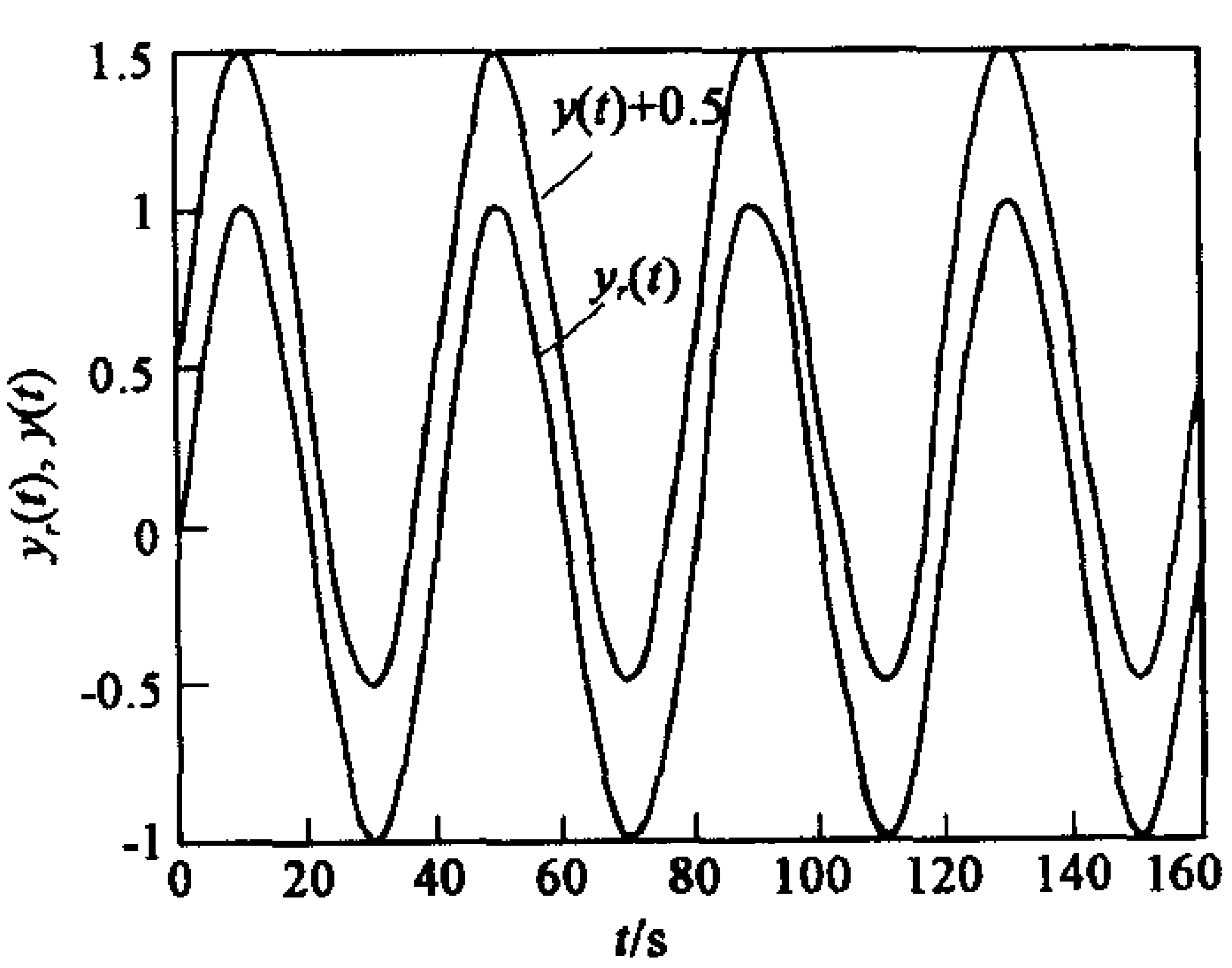

图1　对应于 ε_1 的曲线

注4. 仿真例子中的不确定性函数 φ_1，φ_2(可当作系统的扰动看待)的振幅是参考信号振幅的 $4\|x\|^2$ 倍，却几乎不影响输出跟踪的精度，只要适当地设计自适应控制器的参数就行了. 这充分说明所设计的自适应控制系统具有很强的鲁棒性.

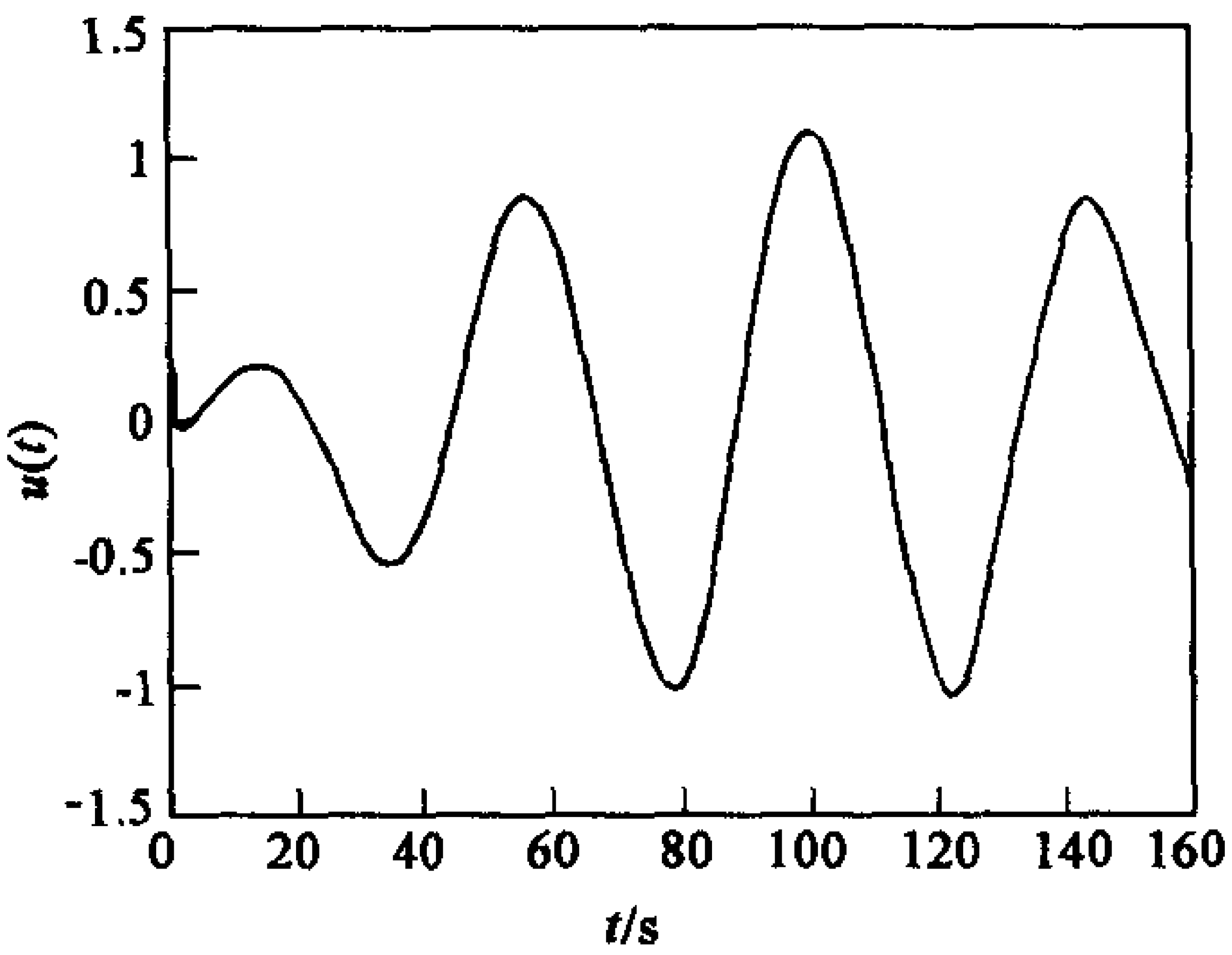

图2 对应于 ε_1 的控制量 $u(t)$

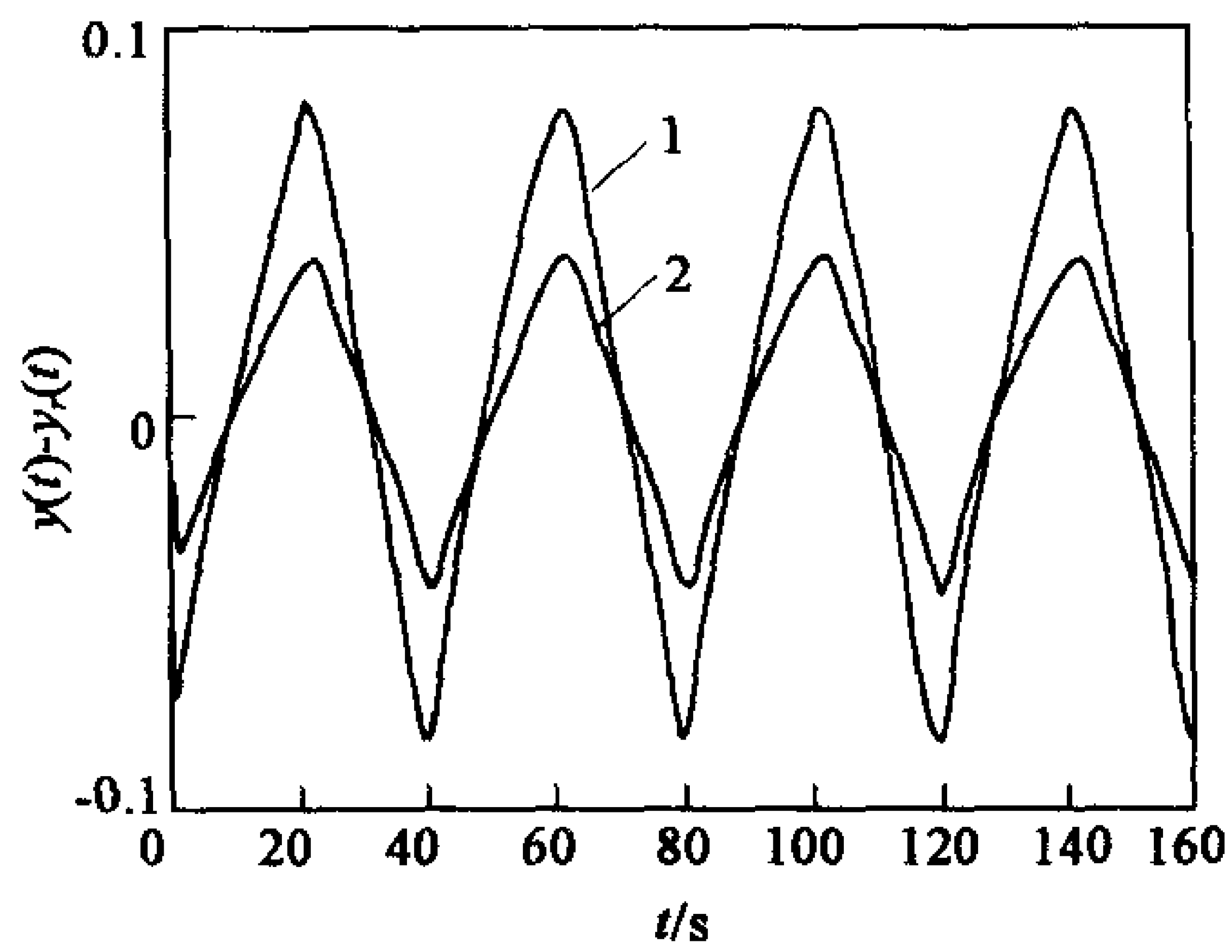

图3 对应于 ε_1 和 ε_2 的跟踪误差

5 结论

本文针对具有一般不确定性和参数未知的非线性系统(1)所设计的鲁棒自适应控制器是可用的，该控制器既能保证闭环系统的全局稳定性，又可使跟踪误差充分小，而且控制量的大小在容许控制的范围之内，从而很好地解决了不确定非线性系统的 ε-跟踪问题.

参 考 文 献

1 Hause J, Sastry S S, Meyer G. Nonlinear control design for slightly nonminimum phase systems applications to V/STOL aircraft. *Automatica*, 1992, **28**(4):665～679

2 Sastry S S, Isidori A. Adaptive control of linearizable systems. *IEEE Trans*, 1989, **AC-34**(11):1123～1131

3 Kanellakopoulos L, Kokotovic P V, Morse A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. *IEEE Trans*, 1991, **AC-36**(11):1241～1253

4 Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. Adaptive nonlinear control without over-parameterization. *System and Control Letters*, 1992, **19**:177～185

5 陈翰馥，郭雷. 现代控制理论的若干进展及展望. 科学通报，1998，**43**(1):1～7

6 陈卫田，施颂椒，张仲俊. 不确定非线性系统的鲁棒自适应控制. 上海交通大学学报，1998，**32**(6):88～93

7 陈卫田，施颂椒，张仲俊. 一类不确定非线性系统的适应输出反馈控制. 数学物理学报，1998，**18**(2):140～148

8 Danbing S, Annaswammy A M, Baillieul J. Adaptive control of nonlinear systems with a triangular structure. *IEEE Trans*, 1994, **AC-39**(7):1411～1427

9 Kanellakopoulous I, Kokotovic P V, Morse A S. Adaptive output-feedback control of systems with output nonlinearties. *IEEE Trans*, 1992, **AC-37**(11):1666～1682

10 刘晓华，陈卫田. 参数化不确定非线性系统的鲁棒控制. 控制与决策，1997，**12**(1):53～57

11 黄长水，阮荣耀. 一类非线性系统的鲁棒自适应控制. 华东师范大学学报(自然科学版)，2000，(3):12～18

12 黄长水，阮荣耀. 一类具有有界扰动的非线性系统的输出反馈自适应控制. 数学物理学报，2000，**20**(3):405～413

黄长水 男，1975年生，1996年毕业于华东师范大学数学系，1999年获得该系运筹学与控制论硕士学位. 主要从事于自适应控制与鲁棒控制研究.

阮荣耀 男，1937年生，华东师范大学数学系教授. 主要研究现代控制理论及其应用.