第 27 卷 第 1 期 自 动 化 学 报 Vol. 27, No. 1
2001 年 1 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Jan., 2001

某些调度问题区间摄动鲁棒性的研究[1)]

李建更
(北京工业大学自动化系 北京 100022)
(E-mail: ljg.@263.net)
涂苯生
(南开大学计算机与系统科学系 天津 300071)

摘 要 由于生产环境中常常存在着各种不确定因素，生产调度方案的鲁棒性是生产实际中的一个重要问题. 文中对一些调度问题中最优调度关于加工时间及交付期在某一闭区间上任意变化时的不变性进行了研究，得到了问题 $1\|\sum_{j=1}^{n} w_jC_j$ 最优调度不变的充要条件，问题 $1|\text{chains}|\sum_{j=1}^{n} w_jC_j$，$1|\text{prec}|L_{\max}$，$1\|\sum_{j=1}^{n} U_j$ 及 $J2\|C_{\max}$ 最优调度不变的充分条件.

关键词 调度，鲁棒性，区间摄动.

STUDY ON THE ROBUSTNESS OF SOME SCHEDULES WITH INTERVAL PERTURBATION

LI Jian-Geng
(*Department of Automation, Beijing Polytechnic University, Beijing* 100022)
(E-mail: ljg.@263.net)
TU Feng-Sheng
(*Department of Computer & System Science, Nankai University, Tianjin* 300071)

Abstract The robustness of production schedules is an important problem in practice because of the various uncertainties that often exist in the real world. The invariability of optimal schedules when the processing times and/or the due dates vary in some closed interval is studied in this paper. The sufficient and necessary conditions under which the optimal schedules for problems $1\|\sum_{j=1}^{n} w_jC_j$ do not change, and some sufficient conditions under which the optimal schedules for problems $1|\text{chains}|\sum_{j=1}^{n} w_jC_j$, $1|\text{pre}\,c|L_{\max}$, $1\|\sum_{j=1}^{n} U_j$ and

1) 国家自然科学基金(69674013)、国家攀登计划(970211017)及工业控制技术国家重点实验室开放课题资金资助项目.
收稿日期 1999-02-08 收修改稿日期 1999-08-15

$J2 \| C_{\max}$ do not change have been achieved.

Key words Schedule, robustness, interval perturbation.

1 引言

生产调度方案的鲁棒性在生产实践中是一个重要问题[1~3],这是因为生产环境中不可避免地存在着干扰或不确定性,例如机器故障、工件加工时间事先未知、用户改变交付期等. 关于调度鲁棒性的研究 90 年代以来逐渐增多. 文献[4]给出了一个在工件加工时间不确定情况下的鲁棒调度定义,并以单机流过时间总和的调度问题为例给出了鲁棒调度解的求法. 文献[5]提出了一个对调度图用分解启发式算法进行预处理的方法,并从理论和实验上证明了可使调度的鲁棒性得到改进. 文献[6]提供了一个辨别影响调度性能主要因素的实验方法,这有助于找到鲁棒调度. 文献[7]提到了最优调度的鲁棒性,即在有随机干扰的情况下最优调度的不变性. 等等.

本文从最优调度不变的角度对一些调度问题的鲁棒性进行了研究. 假定工件的加工时间或交付期变化,它们变化的范围一定,而具体按什么规律变化无关紧要.

2 所研究的问题及其最优调度不变性

以下分别讨论问题 $1 \| \sum_{j=1}^{n} w_j C_j$, $1|\text{chains}|\sum_{j=1}^{n} w_j C_j$, $1|\text{prec}|L_{\max}$, $1\| \sum_{j=1}^{n} U_j$ 和 $J2 \| C_{\max}$的最优调度关于加工时间和交付期在某区间上变化时的不变性.

引理 1. 若 $a_1 \leqslant a_2 \leqslant \cdots \leqslant a_n$, $a_j < b_j (j=1,2,\cdots,n)$,则对任意的 $p_j \in [a_j, b_j] (j=1,2,\cdots,n)$,均有 $p_1 \leqslant p_2 \leqslant \cdots \leqslant p_n$ 的充要条件是开区间(a_j, b_j)两两不相交(证明略).

2.1 问题 $1 \| \sum_{j=1}^{n} w_j C_j$

这是单机加权完成时间和问题,求解此问题的算法是 WSPT 法则,即将工件按 p_j/w_j 递增顺序排列便得到最优调度.

定理 1. 对于 $1 \| \sum_{j=1}^{n} w_j C_j$,若工件顺序 $s=(j_1, j_2, \cdots, j_n)$是关于 $p_j = a_j$ 的最优排序,$a_j < b_j$,则 s 关于任意的 $p_j \in [a_j, b_j]$都是最优排序的充要条件是开区间$\left(\frac{a_j}{w_j}, \frac{b_j}{w_j}\right) (j=1,2,\cdots,n)$两两不相交.

证明. 根据 WSPT 法则,由已知条件有$\frac{a_{j_1}}{w_{j_1}} \leqslant \frac{a_{j_2}}{w_{j_2}} \leqslant \cdots \leqslant \frac{a_{j_n}}{w_{j_n}}$,并且对任意的 $p_j \in [a_j, b_j]$有$\frac{p_j}{w_j} \in \left(\frac{a_j}{w_j}, \frac{b_j}{w_j}\right)$, $j=1,2,\cdots,n$.

充分性. 若开区间$(a_j/w_j, b_j/w_j)$两两不相交,则由引理 1 可知$\frac{p_{j_1}}{w_{j_1}} \leqslant \frac{p_{j_2}}{w_{j_2}} \leqslant \cdots \leqslant \frac{p_{j_n}}{w_{j_n}}$,所以 s 是关于 $p_j \in [a_j, b_j]$的最优排序.

必要性. 若对任意 $p_j\in[a_j,b_j]$，s 都是最优排序，则有 $\frac{p_{j_1}}{w_{j_1}}\leqslant\frac{p_{j_2}}{w_{j_2}}\leqslant\cdots\leqslant\frac{p_{j_n}}{w_{j_n}}$. 注意到 $\frac{p_j}{w_j}\in\left[\frac{a_j}{w_j},\frac{b_j}{w_j}\right]$ 并且 $\frac{p_j}{w_j}$ 是在 $\left[\frac{a_j}{w_j},\frac{b_j}{w_j}\right]$ 中任意取的，由引理 1 可得 $\left(\frac{a_{j_k}}{w_{j_k}},\frac{b_{j_k}}{w_{j_k}}\right)$ $(k=1,2,\cdots,n)$ 两两不相交，即 $\left(\frac{a_j}{w_j},\frac{b_j}{w_j}\right)$ $(j=1,2,\cdots,n)$ 两两不相交.

问题 $1\|\sum_{j=1}^{n}C_j$ 是 $1\|\sum_{j=1}^{n}w_jC_j$ 的特例，此结论亦适用.

2.2 问题 $1|\text{chains}|\sum_{j=1}^{n}w_jC_j$

此为单机加权完成时间和问题，其中 $\beta=\text{chains}$ 表示工件的加工受到某些顺序链的限制，即把工件分为若干组，每组的工件加工顺序是一定的(其中工件按规定的加工次序排成一列即链)，并假定加工完一个链中的任何一个工件后都可转向加工另一个链的工件(从一个链的加工转向另一个链加工时，原来链中剩下的工件按原顺序排成的一列即剩余链). 求解此问题的算法为[1]：机器一旦空闲，从剩下的链中选择 ρ 因子最大的那个链加工，并直到加工完确定此 ρ 因子的工件为止. 算法中 ρ 因子定义如下：链 $(1,2,\cdots,k)$ 的 ρ 因子 $\rho=\rho(1,2,\cdots,k)=\frac{\sum_{j=1}^{l^*}w_j}{\sum_{j=1}^{l^*}p_j}=\max_{1\leqslant l\leqslant k}\frac{\sum_{j=1}^{l}w_j}{\sum_{j=1}^{l}p_j}$，满足此式的工件 l^* 称为确定 ρ 因子的工件.

定义 1. (顺序限制链的子链). 设 $c=(1,2,\cdots,k)$ 为一个顺序限制链，对链 c 或对它的任意一个剩余链，从第一个工件开始到确定 ρ 因子的工件为止的一串工件构成的链，都叫链 c 的子链. 注意按此定义，同一个链的子链可能因取法不同而不同. 例如当确定 ρ 因子的工件有两个时，设为 l_1^*,l_2^*，不妨设 l_1^* 在 l_2^* 之前，则 c 的子链可为 $(1,\cdots,l_1^*)$，$(l_1^*+1,\cdots,l_2^*)$，$\cdots$，也可为 $(1,\cdots,l_1^*,l_1^*+1,\cdots,l_2^*)$，$\cdots$，设链 c 的子链为 $c_1,c_2,\cdots,c_s$，它们按某一种顺序排好后(不妨就是这个顺序)得到链 c，记为 $c=(c_1,c_2,\cdots,c_s)$，称此式为 c 的分解式. 如果链有两个分解式 $c=(c_1,c_2,\cdots,c_s)=(c'_1,c'_2,\cdots,c'_t)$，当 $s=t$ 且 $c_i=c'_i(i=1,2,\cdots,s)$ 时，称两个分解式是一样的.

定理 2. 对问题 $1|\text{chains}|\sum_{j=1}^{n}w_jC_j$，设顺序限制为链 $c_1,c_2,\cdots,c_t$，设在参数 $p_j=a_j$ 时由上述算法得到的最优排序为 s，并记在求解过程中得到的链 c_i 分解式为 $c_i=(c_{i1},\cdots,c_{is_i})$，$i=1,2,\cdots,t$. 数 $b_j>a_j$，$j=1,2,\cdots,n$. 如果

1)对任一顺序限制链，或它们的任一剩余链 $j_1,j_2,\cdots,j_r$，记确定其 ρ 因子的工件为 j_{l^*}，设 $r-1$ 个开区间

$$\left(\frac{\sum_{h=1}^{l}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l}b_{j_h}},\frac{\sum_{h=1}^{l}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l}a_{j_h}}\right)(l=1,\cdots,l^*-1,l^*+1,\cdots,r)$$

均与开区间

$$\left(\frac{\sum_{h=1}^{l^*}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l^*}b_{j_h}},\frac{\sum_{h=1}^{l^*}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l^*}a_{j_h}}\right)$$

互不相交.

2)由各子链的 ρ 因子作成的开区间 $(\rho_{ik}^b,\rho_{ik}^a)(k=1,2,\cdots,s_i,i=1,2,\cdots,t)$,互不相交,其中 ρ_{ik}^a,ρ_{ik}^b 表示参数为 a_j,b_j,时子链 c_{ik} 的 ρ 因子. 则对任 $p_j\in[a_j,b_j]$,s 总是一个最优排序.

证明. 对任一顺序限制链,或它们的任一剩余链,假设为 $(j_1,j_2,\cdots,j_r)$,设参数为 a_j 时确定此链 ρ 因子的工件为 j_{l^*}. 当参数 $p_j\in[a_j,b_j]$ 时,对 $(j_1,j_2,\cdots,j_r)$ 中任一个工件 j_l,$l\neq l^*$,由于有

$$\frac{\sum_{h=1}^{l}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l}p_{j_h}}\in\left[\frac{\sum_{h=1}^{l}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l}b_{j_h}},\frac{\sum_{h=1}^{l}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l}a_{j_h}}\right],\frac{\sum_{h=1}^{l^*}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l^*}p_{j_h}}\in\left[\frac{\sum_{h=1}^{l^*}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l^*}b_{j_h}},\frac{\sum_{h=1}^{l^*}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l^*}a_{j_h}}\right],\frac{\sum_{h=1}^{l^*}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l^*}a_{j_h}}\geqslant\frac{\sum_{h=1}^{l}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l}a_{j_h}},$$

由条件 1)可得 $\frac{\sum_{h=1}^{l^*}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l^*}p_{j_h}}\geqslant\frac{\sum_{h=1}^{l}w_{j_h}}{\sum_{h=1}^{l}p_{j_h}}$. 所以当参数为 p_j 时确定链 $(j_1,j_2,\cdots,j_r)$ 的 ρ 因子的工件也是 j_{l^*},从而在求最优排序时,可使每个顺序限制链的分解式与参数为 a_j 时一样.

进一步,当参数 $p_j\in[a_j,b_j]$ 时,对任意两个子链 $c_{i_1k_1}$ 和 $c_{i_2k_2}$,其 ρ 因子记为 $\rho_{i_1k_1}^p$ 和 $\rho_{i_2k_2}^p$,由于有 $\rho_{i_1k_1}^p\in[\rho_{i_1k_1}^b,\rho_{i_1k_1}^a]$,$\rho_{i_2k_2}^p\in[\rho_{i_2k_2}^b,\rho_{i_2k_2}^a]$ 及条件 2):$(\rho_{i_1k_1}^b,\rho_{i_1k_1}^a)$ 与 $(\rho_{i_2k_2}^b,\rho_{i_2k_2}^a)$ 互不相交,所以当 $\rho_{i_1k_1}^a\geqslant\rho_{i_2k_2}^a$ 时必有 $\rho_{i_1k_1}^p\geqslant\rho_{i_2k_2}^p$;当 $\rho_{i_1k_1}^a\leqslant\rho_{i_2k_2}^a$ 时必有 $\rho_{i_1k_1}^p\leqslant\rho_{i_2k_2}^p$. 这样,子链 $c_{i_1k_1}$、$c_{i_2k_2}$ 的顺序与参数为 a_j 时一样. 由子链 $c_{i_1k_1}$、$c_{i_2k_2}$ 的任意性可得结论.

2.3 问题 $1|prec|L_{max}$

这是单机最大拖期时间问题,prec 表示工件加工顺序受到某些限制. 它是问题 $1|prec|h_{max}$ 的一个特例,其中 $h_{max}=\max(h_1(C_1),h_2(C_2),\cdots,h_n(C_n))$,$h_j(C_j)$ 是非减函数,$j=1,2,\cdots,n$. 求解算法是反向动态规划算法[1]. 由此求得的最优调度与加工时间无关,只与交付期有关.

定理 3. 对问题 $1|prec|L_{max}$,如果当 $d_j=c_j(j=1,2,\cdots,n)$ 时,s 是由上述算法得到的最优调度,并且 $c_j<e_j,j=1,2,\cdots,n$,则对任意的 $d_j\in[c_j,e_j]$ s 总是最优调度的充分条件是开区间 (c_j,e_j) 两两不相交.

证明. 根据上述算法,当 $d_j=c_j$ 和 $d_j\in[c_j,e_j]$ 时,显然第一步所得结果相同. 第二步所选的 j^* 实际是 J' 中具有最大交付期的工件. 由已知条件和引理可知,如果 $c_j\leqslant c_k$ 则 $d_j\leqslant d_k,j,k=1,2,\cdots,n$. 所以此步所选的 j^* 相同,这样此步得到的 J,J^c 和 J' 相同. 第三步显然得到相同结果. 证毕.

2.4 问题 $1\|\sum_{j=1}^{n}U_j$

这是单机拖后工件数问题,$U_j=1$ 或 0,分别表示第 j 个工件拖后与否,$\sum_{j=1}^{n}U_j$ 表示拖后工件数. Moore(1968)给出了一个算法,根据它可以得到最优排序[1].

定理 4. 对调度问题 $1\|\sum_{j=1}^{n}U_j$,设交付期 $d_j(j=1,2,\cdots,n)$ 不变,若根据参数 $p_j=a_j$ 及 $p_j=b_j,a_j<b_j(j=1,2,\cdots,n)$,按上述算法确定的最优调度相同,记为 s,并设开区间

(a_j,b_j)两两不相交. 则对任意的 $p_j\in[a_j,b_j]$,s 都是最优调度.

在这里需要说明,定理中两调度(J_1,J_1^d)和(J_2,J_2^d)相同的含义是 $J_1=J_2$ 且 J_1,J_2 中工件的顺序完全相同(按 EDD 排序)(J_1^d,J_2^d 中工件的顺序可不同).

证明. 对照上述算法,当加工时间为 a_j 和 p_j 时,第一步为初始化,与 p_j 为何值无关;第二步仅与 d_j 有关,也与 p_j 为何值无关,此步得到新的 J 和 J^c;第三步由于根据参数 $p_j=a_j$ 及 $p_j=b_j$,按上述算法确定的最优调度相同,所以此步是 j^* 保留在 J 中,与从 J 中去掉一个工件加入到 J^d 中是一致的,并且假如是后者去掉的工件也是相同的. 因此或者有1) $\sum\limits_{j\in J}a_j\leqslant d_{j^*}$ 和 $\sum\limits_{j\in J}b_j\leqslant d_{j^*}$;或者有2) $\sum\limits_{j\in J}a_j>d_{j^*}$ 和 $\sum\limits_{j\in J}b_j>d_{j^*}$,并且存在工件 k^* 同时满足 $a_{k^*}=\max\limits_{j\in J}\{a_j\}$,$b_{k^*}=\max\limits_{j\in J}\{b_j\}$.

设定理2的1)成立,则有 $\sum\limits_{j\in J}p_j\leqslant d_{j^*}$,都转向第四步.

设定理2的2)成立,则 $\sum\limits_{j\in J}p_j\geqslant\sum\limits_{j\in J}a_j>d_{j^*}$,都将从 J 中去掉一个工件,又由于 $p_j\in[a_j,b_j]$,(a_j,b_j)两两不相交,由引理1知道 $p_j\leqslant p_{k^*}$,对任意 $j\neq k^*$,$j\in J$. 所以都是将 J 中工件 k^* 去掉,加入到 J^d 中. 因此在满足定理条件时,第三步所得结果是一样的,第四步与 p_j 为何值无关. 可见当加工时间为 a_j 和 p_j 时每步所得结果都一样,因此 s 是当 $p_j\in[a_j,b_j]$时的最优调度.

上面定理考虑了 p_j 的变化,下面考虑 d_j 的变化.

定理5. 对调度问题$1\|\sum\limits_{j=1}^{n}U_j$,设工件的加工时间 p_j 不变,若根据参数 $d_j=c_j$ 及 $d_j=e_j$,$c_j<e_j(j=1,2,\cdots,n)$按上述算法确定的最优调度相同,记为 s,并设开区间(c_j,e_j)两两不相交,则对任意 $d_j\in[c_j,e_j]$,s 都是最优调度.

证明. 不妨设 $c_1\leqslant c_2\leqslant\cdots\leqslant c_n$,则有 $c_1\leqslant e_1\leqslant c_2\leqslant e_2\leqslant\cdots\leqslant c_n\leqslant e_n$(否则$(c_j,e_j)$将有两两相交的). 显然 $d_1\leqslant d_2\leqslant\cdots\leqslant d_n$. 仍对照上述算法,当交付期为 c_j(或 e_j)和 d_j 时,第一步初始化,与 d_j 为何值无关;第二步所选工件 j^* 满足 $c_{j^*}=\min\limits_{j\in J^c}\{c_j\}$,也必然满足 $d_{j^*}=\min\limits_{j\in J^c}\{d_j\}$,故此步所选 j^* 相同;第三步根据已知条件有 $\sum\limits_{j\in J}p_j\leqslant c_{j^*}$ 和 $\sum\limits_{j\in J}p_j\leqslant e_{j^*}$ 或同时成立,或者同时不成立.

当同时成立时,必有 $\sum\limits_{j\in J}p_j\leqslant d_{j^*}$(因为 $c_{j^*}\leqslant d_{j^*}$),故都转向第四步.

当同时不成立时,有 $\sum\limits_{j\in J}p_j>e_{j^*}\geqslant d_{j^*}$,此时都是将满足条件 $p_{k^*}=\max\limits_{j\in J}\{p_j\}$的工件 k^* 从 J 中去掉,加到 j^d 中去;第四步与交付期无关. 证毕.

由定理5和定理6可得一个加工时间和交付期都变化时最优调度不变的结论.

推论1. 对调度问题$1\|\sum\limits_{j=1}^{n}U_j$,如果1)当 $p_j=a_j,d_j=c_j$;$p_j=a_j,d_j=e_j$;$p_j=b_j,d_j=c_j$;$p_j=b_j,d_j=e_j(j=1,2,\cdots,n)$时,根据上述算法所得最优调度均相同,记为 s. 并且2)设 $a_j<b_j$,开区间(a_j,b_j)两两不相交;设 $c_j<e_j$,(c_j,e_j)也两两不相交. 则对任意的 $p_j\in[a_j,b_j]$,$d_j\in[c_j,e_j]$,s 都是最优调度(证明略).

2.5 问题 $J2\|C_{\max}$

这是二机 Job Shop 问题,目标函数为最大完成时间. 据文献[1,8]可得问题 $J2\|C_{\max}$

的算法如下.

第一步. 将工件分类，先在 M_1上加工的工件归为 J_{12};先在 M_2上加工的工件归为 J_{21}.

第二步. 对 J_{12}中工件排序，先将其中工件分为两组，满足 $p_{1j}<p_{2j}$的工件 j 放在第一组，满足 $p_{1j}>p_{2j}$的工件 j 放在第二组，如果 $p_{1j}=p_{2j}$，则工件 j 可放在第一组，也可放在第二组. 然后，第一组工件据 p_{1j}按 SPT 加工时间最小者优先加工排序后放在前面，第二组工件据 p_{2j}按 LPT 加工时间最大者优先加工排序后放在后面. 如此得到的顺序记为 $S_{J_{12}}=(j_1,j_2,\cdots,j_t,j_{t+1},\cdots,j_u)$，其中$(j_1,j_2,\cdots,j_t)$和$(j_{t+1},\cdots,j_u)$分别为第一、二组工件的排序，$u\leqslant n$.

第三步. 对 J_{21}中工件排序，类似第二步，只是要将 M_2看作第一台机器. 所得顺序记为 $S_{J_{21}}$.

最优调度为 $M_1:(S_{J_{12}},S_{J_{21}})$，$M_2:(S_{J_{21}},S_{J_{12}})$.

定理6. 记当 $p_{ij}=a_{ij}(i=1,2,j=1,2,\cdots,n)$时，由上述算法得到的最优调度为 s，如果数 $b_{ij}(i=1,2,j=1,2,\cdots,n)$，满足 $b_{ij}>a_{ij}$，且1)(a_{1j},b_{1j})与(a_{2j},b_{2j})互不相交$(j=1,2,\cdots,n)$，2)$i=1$及 $i=2$时(a_{ij},b_{ij})，$j=1,2,\cdots,n$，互不相交，则对任意的 $p_{ij}\in[a_{ij},b_{ij}](i=1,2,j=1,2,\cdots,n)$，$s$ 是一个最优调度.

证明. 设在 S 中工件 J_{12}的排序为 $SJ_{12}=(j_1,j_2,\cdots,j_t,j_{t+1},\cdots,j_u)$，其中$(j_1,j_2,\cdots,j_t)$，$(j_{t+1},\cdots,j_u)$分别为 $p_{ij}=a_{ij}$时 J_{12}的第一、二组工件。对任意的 $p_{ij}\in[a_{ij},b_{ij}](i=1,2,j=1,2,\cdots,n)$，按照上述算法:第一步，工件分类与加工时间无关;第二步，对 J_{12}中工件排序;由条件1)，若 $a_{1j}\leqslant a_{2j}$，则必有 $p_{1j}\leqslant p_{2j}$;若 $a_{1j}\geqslant a_{2j}$，则必有 $p_{1j}\geqslant p_{2j_u}$，所以 J_{12}中工件分组相同，进一步因 $a_{1j_1}\leqslant a_{1j_2}\leqslant\cdots\leqslant a_{1j_t}$及 $a_{2j_{t+1}}\geqslant a_{2j_{t+2}}\geqslant\cdots\geqslant a_{2j_u}$，由条件2)可得 $p_{1j_1}\leqslant p_{1j_2}\leqslant\cdots\leqslant p_{1j_t}$和 $p_{2j_{t+1}}\geqslant p_{2j_{t+2}}\geqslant\cdots\geqslant p_{2j_u}$，所以 J_{12}中工件排序相同;第三步，类似可知 J_{21}中工件排序相同.　　证毕.

由于问题 $F2\|C_{\max}$是问题 $J2\|C_{\max}$的特例，所以此结论也适用.

此结论还可推广到更一般的情形，即允许工件仅在一台机器上加工(这种情况可见文献[8])，这时如下处理即可:只在某一台机器上加工的工件放在 J_{12}和 J_{21}之间加工即可，其加工顺序是任意的。

3　结束语

本文得到了当加工时间和/或交付期在某一闭区间上变化时，问题$1\|\sum_{j=1}^{n}w_jC_j$最优调度不变的充要条件，问题$1|\text{chains}|\sum_{j=1}^{n}w_jC_j$，$1|\text{prec}|L_{\max}$，$1\|\sum_{j=1}^{n}U_j$及 $J2\|C_{\max}$最优调度不变的充分条件. 定理1,2,3和6在 $b_j<a_j$ 或 $b_{ij}<a_{ij}$时也有类似的结果. 这些是最优调度鲁棒性研究初步的理论结果. 利用这些结果可以根据对工件加工时间或交付期变化范围的估计来检验这些调度问题最优调度的鲁棒性. 这些结果是在已知算法基础上得到的，定理的条件和结论都与相应的算法密不可分. 定理1的结论可看作是不依赖算法的. 进一步的研究可以考察其它有多项式算法的问题，可能有类似的结果;或对 NP-hard 问题进

行研究;或进行次优调度(满意解)鲁棒性的研究,最具实际意义.

参 考 文 献

1 Pinedo Michael. Scheduling——Theory, Algorithms, and Systems. New Jersey: Prentice-Hall Inc, 1995

2 Buxey Geoff. Production scheduling: practice and theory. *European Journal of Operational Research*, 1989, **39**: 17～31

3 谭民等. 单机随机调度中机器的失效分析. 自动化学报,1996,**22**(3): 26～32

4 Daniels R L, Kouvelis P. Robust Scheduling to Hedge Against Processing Time Uncertainty in Single-stage Production. *Management Science*,1995,**41**(2): 363～376

5 Byeon E S, Wu S D, Storer R H. Decomposition heuristics for robust job-shop scheduling. *IEEE Transaction on Robotics & Automation*, 1998, **14**: 303～313

6 Velagapudi N K. Robust scheduling for manufacturing systems. *Computers and Industrial Engineering*, 1992, **23**: 133～136

7 唐乾玉,吴秋峰,韩曾晋. 加工时间扰动时一类排序问题的性能估计. 控制与决策,1995,**10**: 525～530

8 French S. Sequencing and Scheduling——An introduction to the mathematics of the job-shop. Chichester: Ellis Horwood Ltd,1982

李建更 1965年生. 1985年于南开大学数学系获学士学位,1995年于华北电力学院电厂热能动力工程专业获硕士学位. 2000年于南开大学控制理论与工程专业获博士学位,现为北京工业大学自动化系副教授.感兴趣的研究领域为过程控制、调度理论及应用等.

涂菶生 见本刊第25卷第2期.