



一种 H_∞ 推理控制器¹⁾

徐 喆¹ 胡琦泉² 柴天佑³ 陈常嘉¹

(北方交通大学通信与控制工程系 北京 100044)¹

(本溪钢铁集团公司 本溪 117000)² (东北大学自动化研究中心 沈阳 110006)³

(E-mail: Xu2002@263.net)

摘 要 利用推理控制系统 I/O 模型和多项式方程方法, 对被控输出采样周期长的系统提出 H_∞ 推理控制系统设计方法, 把推理控制与鲁棒性设计更为直接地结合起来, 定量地给出推理控制系统的鲁棒性.

关键词 推理控制, 最优控制, 鲁棒控制, 多项式方程方法.

H_∞ INFERENTIAL CONTROLLER

XU Zhe¹ HU Qi-Quan² CHAI Tian-You³ CHEN Chang-Jia¹

(Dept. of Communication & Control Engineering, Northern Jiaotong University, Beijing 100044)¹

(Benxi Steel & Iron Corporation, Benxi 117000)²

(Research Center of Automation, Northeast University, Shenyang 110006)³

(E-mail: xu2002@263.net)

Abstract Based on the I/O model of inferential control system and polynomial equation method, a design method of H_∞ inferential controller is presented. So that the robustness of inferential control system is improved more directly. Quantitative analysis of the robustness of inferential control system is also given.

Key words Inferential control, optimal control, robustness, polynomial equation method.

1 引言

因检测技术与装置的限制, 有些复杂过程控制的输出不能频繁采集, 致使采样周期很长, 却要求较短的控制周期^[1]. 为此, Guilandoust^[2]给出推理估计, 用快速采样的辅助输出推知未测得的被控输出. Mao^[3]把推理估计与广义预报控制结合起来, 需要较复杂的运

1) 国家自然科学基金和北方交通大学论文基金资助课题.

收稿日期 1998-10-13 收修改稿日期 1999-06-28

算. Lee 等设计了结构复杂的模型预报推理控制和 LQ 推理控制, 但认为 H_∞ 最优对鲁棒性的处理比 H_2 最优更为直接^[4], 并指出 H_∞ 最优还不能用于多率数据系统. Grimble 提出 H_∞ 控制器(基于多项式方法)^[5], 计算不很复杂, 可用于自校正算法.

本文用多项式法和推理控制系统 I/O 模型^[6](下文简记为“II/O 模型”), 设计 H_∞ 推理控制器. 先给出 II/O 模型; 然后利用 LQG 最优推理控制^[7]的结果, 给出 H_∞ 推理控制器, 得出系统稳定鲁棒性的定量结论; 最后给出算例和 H_∞ 推理控制器的自校正算法.

2 被控对象描述

被控对象可由下述 II/O 模型^[6,7]给出

$$y(k) = C_1 z_1(k) + \dots + C_m z_m(k) + B_1 u(k) + B_2 \xi(k), \tag{1}$$

其中 $B_1 = b_{11}q^{-1} + \dots + b_{1d_0}q^{-d_0}$, $B_2 = b_{21}q^{-1} + \dots + b_{2d_0}q^{-d_0}$, $C_i = c_{i1} + c_{i2}q^{-1} + \dots + c_{id_i}q^{-d_i+1}$ ($i = 1, 2, \dots, m$), $u \in \mathbf{R}$ 为控制输入, $\xi \in \mathbf{R}$ 为外部可测扰动. 被控输出 $y \in \mathbf{R}$ 采样周期很长(设为 $J > 1$), m 维辅助输出 $z \in \mathbf{R}^m$ 采样周期较短(为 1), 用 z 对 y 做推理估计, 及时形成闭环控制. 多项式如 $A(q^{-1})$ 简记为 A , 以 A^* 表示 $A^*(q^{-1}) = A(q)$, $\deg A^*$ 为 A^* 的阶次, $m(t)$ 的谱密度记为 $\Phi_{mm}(q^{-1})$.

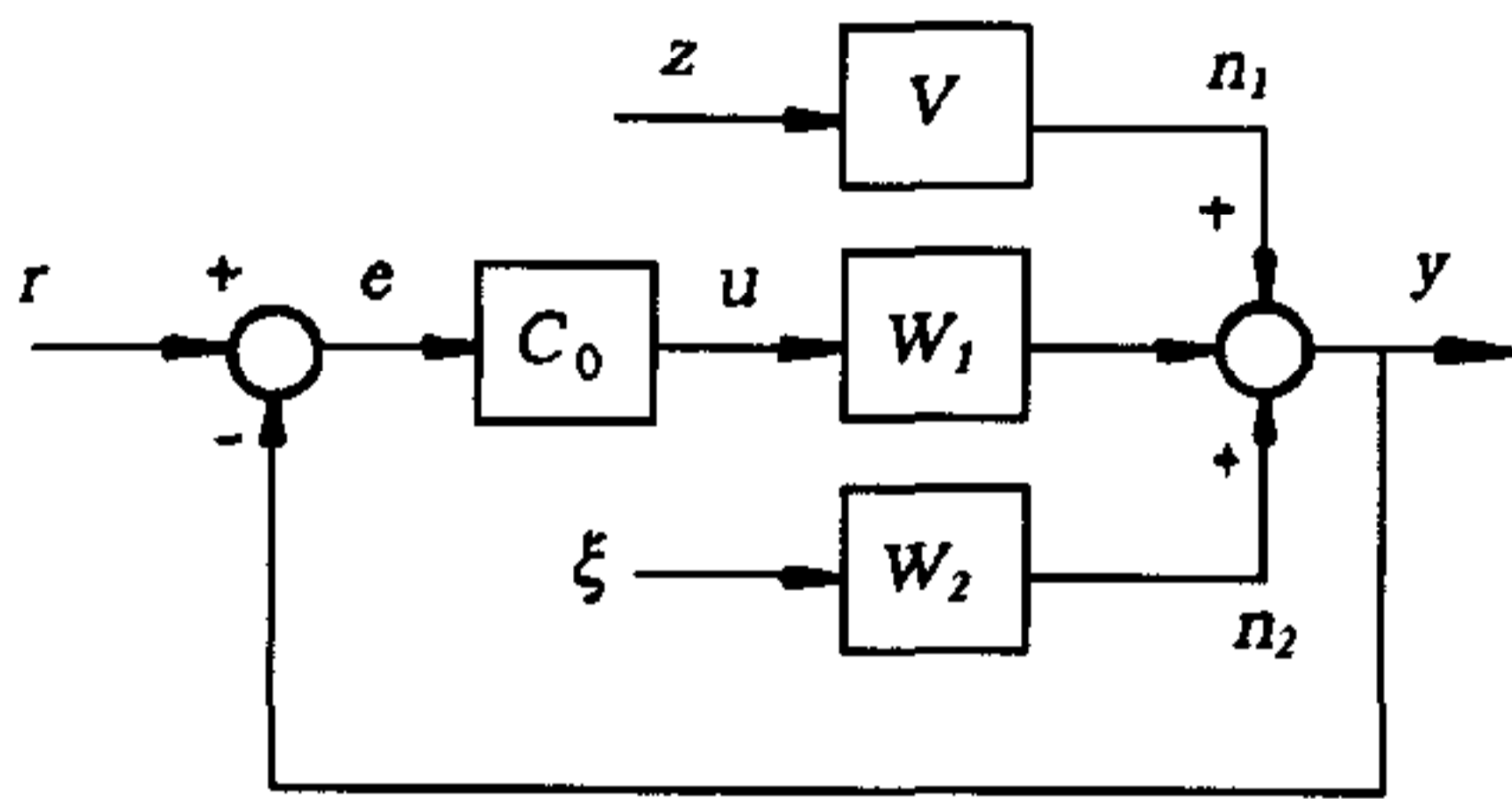


图1 推理控制系统结构图

若 $W_1 = B_1, V_i = C_i$ 和 $W_2 = B_2$ 分别对应 u, z 和 ξ 与 y 的关系. 设推理控制器为 $C_0 = G_l/H_l, G_l, H_l$ 均为多项式, 则图 1 表示该推理控制系统的结构, 其中设定值 r, y 不含测量噪声, n_1 为辅助输出之和, n_2 为可测干扰的作用. 定义跟踪误差 $e(k) = r(k) - y(k)$, 灵敏度函数 $S = 1/(W_1 C_0 + 1)$. 根据 II/O 模型(1)和上述假定可设计推理控制器.

3 H_∞ 推理控制器设计

定义 H_∞ 性能指标函数

$$J_\infty = \|\Phi_{mm}(z^{-1})\|_\infty = \sup_{|z|=1} |\{P_c[r(t) - y(t)] + F_c u(t)\} \{P_c[r(t) - y(t)] + F_c u(t)\}^*|, \tag{2}$$

$m(k) = P_c[r(k) - y(k)] + F_c u(k)$, $P_c = P_{cn}/P_{cd}$ 和 $F_c = F_{cn}/P_{cd}$ 均为加权项. 镶嵌问题^[5]把 H_∞ 问题嵌入 GLQG 问题中. 设 $P_c = P_d H_\sigma$ 和 $F_c = F_d H_\sigma$, 且 H_σ 是最小相位和稳定的, 满足 $H_\sigma H_\sigma^* = \Sigma$ 和 $\Sigma = \Sigma^* > 0$ 实有理. 把 P_d 等代入 P_c 等, 可启用 GLQG 问题的结果.

引进两个严格 Hurwitz 的因子 D_c, D_f

$$D_c D_c^* = (P_{cn} B_1 - F_{cn})(P_{cn} B_1 - F_{cn})^*, \tag{3}$$

$$D_f D_f^* = 1 + \sum_{i=1}^M C_i C_i^* + B_2 B_2^*. \tag{4}$$

定理 (H_∞ 推理控制器). 考虑被控对象(1)和指标(2), 最优推理控制器为

$$u(k) = C_0 e(k) = G_{00} e(k) / H_{00} = G_{00} [r(k) - B_2 \xi(k) - C_1 z_1(k) - \dots - C_m z_m(k)] / (L_{1k} D_f F_{os}^-), \tag{5}$$

可使指标 $J_{\infty\min} = \lambda^2$, 灵敏度 $S = H_{00}/(L_{1k}D_fF_{os}^-)$, H_{00}, G_{00} 满足以下 Diophantine 方程

$$P_{dn}D_fF_{os}^- = P_{dd}F_{00}^-\lambda + L_{2k}G_{00}q^{-k}, \quad (6)$$

$$F_{dn}D_fF_{os}^- = P_{dd}B_1F_{00}^-\lambda - L_{2k}H_{00}q^{-k}, \quad (7)$$

$L_{1d} = P_{dn}B_1 - F_{dn} = L_{1k}L_{2k}q^{-k}$, $D_dD_d^* = L_{1d}L_{1d}^*$, $F_{os}^- = F_{00}^- q^{-n_1}$, $n_1 = \deg F_{00}^-$, L_{2k} 不稳定.

证明. 对文[6]的两个 Diophantine 方程和所得到的 GLQG 推理控制问题最小化的性能指标函数, 做如下的镶嵌变换: $P_{cd} = P_{dd}A_\sigma$, $P_{cn} = P_{dn}B_\sigma$, $F_{cn} = F_{dn}B_\sigma$, $D_c = D_dB_\sigma$, $L_1 = L_{1d}B_\sigma$, $F_1 = F_eB_\sigma^* z^{-n_2}$, $n_2 = \deg B_\sigma^*$. 令 $F_eF_e^* = F_0F_0^*$, F_0 严格稳定, $F_e = F_0^+F_0^-$, $G_1 = G_0F_0^+$, $F_0 = F_0^+F_{os}$, $H_1 = H_0F_0^+$ (F_0^+ 稳定, F_0^- 不稳定), 整理出两个含有 λ 的 Diophantine 方程. 令 $L_{1d} = L_{1k}L_{2k}z^{-k}$ (L_{1k} 稳定, L_{2k} 不稳定), $F_{os} = L_{1k}F_{os}^-$ 和 $F_0^- = L_{1k}^*z^{-h_1}F_{00}^-$, 以及 $G_0 = L_{1k}L_{2k}^*z^{-h_2}$, G_{00} 和 $H_0 = L_{1k}L_{2k}^*z^{-h_2}H_{00}$. 再经一系列整理, 可得方程(6)和(7), 且 $C_0 = H_{00}^{-1}G_{00}$, 闭环特征多项式 $L_{1k}D_fF_{os}^- = B_1G_{00} + H_{00}$ 以及灵敏度函数 S . 具体推导请参考文[8].

注1. 灵敏度 S 相当于一个加型扰动鲁棒裕度, 故该方法定量给出推理控制系统的鲁棒性. 并且适当选择加权多项式能够实现对鲁棒裕度的调节. 细节请参考文[8].

4 H_∞ 推理控制器的多率自校正算法

用自校正算法实现 H_∞ 推理控制器, 其参数辨识算法请参阅文[6], 这里不加重复.

1) 选定被控输出 $y(k)$ 的设定值 $r(k)$;

2) 以 J 为周期, 在 $k=iJ$ 时刻, 采样 $y(iJ)$, $Z(iJ)$ 和 $u(iJ-1)$, 组成数据向量 $\bar{\Phi}(iJ)$, 由文[6]的参数辨识算法估计 II/O 模型(1)的参数 $\hat{\theta}(iJ)$;

3) 以 J 为周期 ($k=iJ$), 按式(3)和(4)谱分解, 求方程(6), (7)关于 F_{00} 的最小阶解 G_{00} 和 H_{00} . $[iJ, iJ+J-1]$ 区间内的推理控制器(5)的参数由 $\theta(iJ)$, $D_f(iJ)$, $G_{00}(iJ)$, $\hat{F}_{os}^-(iJ)$ 给出;

4) 以1为周期, 在 $k=iJ+s$ 时刻 ($s=0, 1, \dots, J-1$), 由推理控制器(5)和该时刻的参数计算值, 计算控制输入 $u(k)$, 并采样辅助输出 $z(iJ+s+1)$, 在 $s \neq J-1$ 时刻重复此步, 在 $s=J-1$ 时刻到第2步.

注2. y 不能频繁采集, 无法任选采样间隔, 而 z 易于测得, 可按控制要求确定统一的采样周期, y 的慢采样数据用于校正推理估计造成的偏差, 形成双率采样数据系统.

5 H_∞ 推理控制器的一个例子

考虑具有一个被控输出 y 和一个辅助输出 z 的二维系统, 它的状态方程为

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.66 & 0 \\ 0.0476 & 0.205 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0.476 & 0.1 \\ 0.12 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ z(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 & 0.001 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \end{bmatrix},$$

其中 $w(k)$ 为扰动输入. 采用文[6]的参数辨识算法计算该系统的 II/O 模型参数

$$y(k+1) = -0.0174z(k) + z(k-1) + 2.8244u(k+1) - 0.1696u(k) +$$

$$0.0799u(k-1) + e(k) + 0.9296e(k-1),$$

选 $F_d = \frac{-4 - 3.4359q^{-1}}{1 + 0.89q^{-1}}$, $P_d = \frac{0.5641 - 0.4282q^{-1}}{1 + 0.89q^{-1}}$, 谱分解 $D_f = -1.9067 - 0.4784q^{-1}$, 组成两个方程

$$(1 + 0.89q^{-1})F_{00}^-\lambda + (1 + 0.4745q^{-1} + 0.0654q^{-2})G_{00} =$$

$$(-1.0756 + 0.5466q^{-1} + 0.2049q^{-2})F_{os}^-,$$

$$(2.8244 + 2.3441q^{-1} - 0.0710q^{-2} + 0.0711q^{-3})F_{00}^-\lambda -$$

$$(1 + 0.4745q^{-1} + 0.0654q^{-2})H_{00} = (7.6269 + 8.4650q^{-1} + 1.6438q^{-2})F_{os}^-.$$

整理第一个方程,求得使 λ 最小的广义特征向量 $F_{00}^- = [4.2562 \quad 1.0000]'$, $G_{00} = [3.1318 - 4.6402]'$, $\lambda = 0.062$, 再解出 $H_{00} = [0.2884 - 27.4416 - 32.2858]'$, 指标函数最小化为 $\lambda^2 = 0.0039$, H_∞ 推理控制器为 $C_0 = -4.6402 + 3.1318q^{-1} / (-32.2858 - 27.4416q^{-1} + 0.2884q^{-2})$.

注3. 多率自校正算法的主要计算不是模型辨识,而是广义特征向量的计算,对慢变化的过程有可能实现在线控制.在微机性能和相关数值计算性能提高的条件下,该控制器及其自校正算法的适用范围更广泛.

6 结论

本文提出的 H_∞ 推理控制器的设计方法,利用 II/O 模型,把推理估计器设计与基于多项式法的鲁棒控制器设计有机地结合在一起,从而简化了推理控制系统鲁棒性设计,并且可以通过灵敏度函数,定量地评价推理控制系统的鲁棒性.由给出的算例看,有效的计算方法使 H_∞ 推理控制器及其多率自校正算法能够实现.

参 考 文 献

- 1 徐喆,柴天佑,王伟.推理控制综述.信息与控制,1998,27(3):206~214
- 2 Guilandoust M T, Morris A J, Tham M T. Adaptive inferential control. In: IEE Proceedings, Part D, 1987, 134 (3):187
- 3 Mao Kezhi, Chai Tianyou. Inferential estimation and adaptive model predictive control of system with infrequently sampled output, SYSID'94, 1:343
- 4 Lee Jay H, Morari M. Robust inferential control of multi-rate sampled-data systems. *Chemical Engineering Science*, 1992, 47:865
- 5 Grimble M J. H_∞ robust controller for self-tuning control applications. *Int. J. Control*, 1987, 46(4):1429~1444
- 6 徐喆,柴天佑,胡琦泉.一种直接自适应推理控制器.见:中国控制与决策学术年会论文集,1998,125~129
- 7 徐喆,柴天佑,胡琦泉.一种 GLQG 自校正推理控制器的设计.见:中国智能自动化学术会议论文集,1998,1:571~576
- 8 徐喆,多率自适应推理控制的研究[博士学位论文].沈阳:东北大学,1999

徐 喆 生于1968年,1991年、1994年和1999年分别获东北大学自动化仪表检测专业学士、硕士和博士学位,现在北方交通大学做博士后.感兴趣的研究方向是自适应控制、推理控制和最优控制.