

# 噪声有源反馈控制的递归神经网络方法<sup>1)</sup>

张奇志 贾永乐 周雅莉

(北京机械工业学院自动化系 北京 100085)

**摘要** 研究有源噪声控制(ANC)问题,目前普遍使用的反馈 Filter-X 算法存在两点不足,一是需要较高阶次的滤波器,二是当噪声出现非线性时效果不佳.提出了一种基于对角递归神经网络的非线性噪声有源自适应反馈控制方法,可以克服反馈 Filter-X 算法存在的不足.给出了一种基于误差梯度下降的在线学习算法.证明了闭环控制系统在 Lyapunov 意义下的稳定性.数字仿真表明,基于递归神经网络的噪声有源反馈控制是一种有效的噪声控制方法.

**关键词** 有源噪声控制,递归神经网络,反馈控制.

## 1. 引言

有源噪声控制(Active Noise Control, ANC)技术近年来得到了广泛重视,它特别适合低频噪声(500Hz 以下)的控制.采用反馈结构的控制原理如图 1 所示,称噪声源为主声源,扬声器为次级声源. ANC 产生一个与主噪声等值反相的输出信号  $y(n)$ ,由  $y(n)$  驱动扬声器产生抗噪声信号与主噪声叠加以减弱管道中的噪声.目前使用较多的是采用有限脉冲响应(Finite Impulse Response, FIR)滤波器的反馈 Filter-X 算法<sup>[1]</sup>.该方法的主要缺欠是需要上百阶的滤波器<sup>[4]</sup>,特别是当考虑主噪声路径或次级声路径的非线性时,线性的反馈 Filter-X 算法不再适用,必须采用非线性控制方法.人工神经网络是近年来发展起来的一种非线性控制技术,广泛地应用于各种非线性控制问题<sup>[2]</sup>.本文采用对角递归神经网络代替线性自适应滤波器,给出了一种基于递归神经网络的自适应反馈控制方法,证明了闭环控制系统的稳定性.数值仿真表明,本文提出的控制方法明显优于线性的反馈 Filter-X 算法.

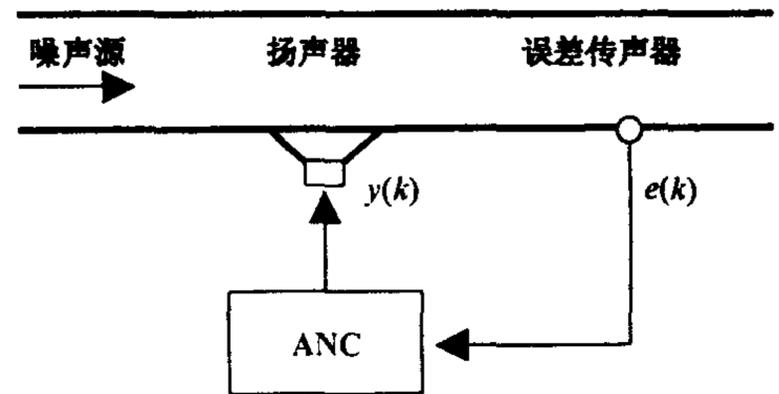


图 1 噪声有源反馈控制系统原理图

用较多的是采用有限脉冲响应(Finite Impulse Response, FIR)滤波器的反馈 Filter-X 算法<sup>[1]</sup>.该方法的主要缺欠是需要上百阶的滤波器<sup>[4]</sup>,特别是当考虑主噪声路径或次级声路径的非线性时,线性的反馈 Filter-X 算法不再适用,必须采用非线性控制方法.人工神经网络是近年来发展起来的一种非线性控制技术,广泛地应用于各种非线性控制问题<sup>[2]</sup>.本文采用对角递归神经网络代替线性自适应滤波器,给出了一种基于递归神经网络的自适应反馈控制方法,证明了闭环控制系统的稳定性.数值仿真表明,本文提出的控制方法明显优于线性的反馈 Filter-X 算法.

## 2. 有源噪声反馈控制的递归神经网络方法

<sup>1)</sup> 北京市教委资助科技项目(99KJ44)

图 2 给出了神经网络反馈控制的结构图. 控制器采用单隐层的对角递归网络, 网络只有一个线性的输出单元, 符号“●”表示对角递归单元<sup>[2]</sup>. 图 3 给出了神经网络的示意图. 下面定义本文使用的主要符号:

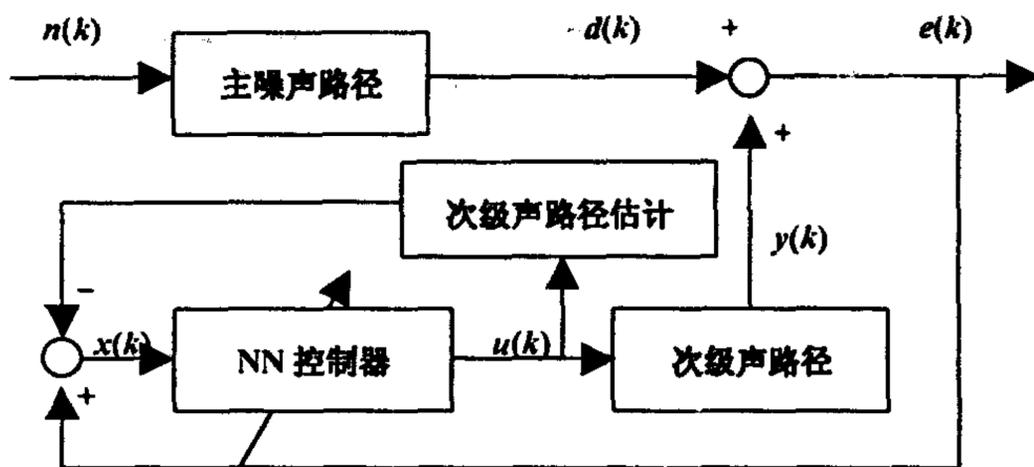


图 2 神经网络控制结构图

- $n(k)$   $k$  时刻的参考噪声输入
- $x(k)$   $k$  时刻噪声  $d(k)$  的估计,
- $z_j(k)$   $k$  时刻第  $j$  个隐单元的输出,
- $u(k)$   $k$  时刻的神经网络输出,
- $y(k)$   $k$  时刻的次级声源输出,
- $e(k)$   $k$  时刻的误差传声器输入,
- $h_j$  次级声路径脉冲响应滤波器系数,
- $l, J$  输入单元数和隐单元数,
- $W_{ij}^l(k)$   $k$  时刻第  $i$  个输入到第  $j$  个隐单元的权值,
- $W_j^o(k)$   $k$  时刻第  $j$  个隐单元到输出单元的权值,
- $W_j^D(k)$   $k$  时刻第  $j$  个隐单元的反馈连接权值,
- $f_j(x)$  第  $j$  个隐单元的激活函数

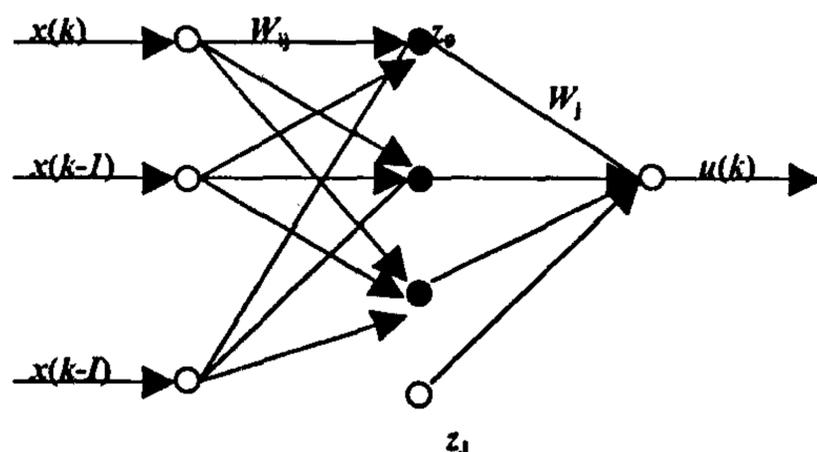


图 3 神经网络模型

使用以上的记号可以得到  $k$  时刻隐单元的输出、网络输出和次级声源输出如下:

$$S_j(k) = W_j^D(k)z_j(k-1) + \sum_{i=0}^l W_{ij}^l(k)x(k-i), \quad z_j(k) = f_j(S_j(k)) \tag{1}$$

$$u(k) = \sum_{j=0}^J W_j^o(k)z_j(k), \quad y(k) = \sum_{j=0}^n h_j u(k-j) \tag{2}$$

定义系统的指标函数为

$$J(k) = e^2(k) = [y(k) + d(k)]^2 \tag{3}$$

通过极小化指标函数  $J(k)$  可以得到神经网络权值的自适应调节规律

$$W(k+1) = W(k) - \mu \frac{\partial J(k)}{\partial W(k)} \tag{4}$$

梯度的具体公式推导如下:

$$\frac{\partial J(k)}{\partial W_{ij}^l(k)} = 2e(k) \frac{\partial y(k)}{\partial W_{ij}^l(k)} = 2e(k) \sum_{i=0}^n h_i \frac{\partial u(k-i)}{\partial W_{ij}^l(k)} \tag{5}$$

$$\frac{\partial J(k)}{\partial W_j^o(k)} = 2e(k) \frac{\partial y(k)}{\partial W_j^o(k)} = 2e(k) \sum_{i=0}^n h_i \frac{\partial u(k-i)}{\partial W_j^o(k)} \tag{6}$$

$$\frac{\partial J(k)}{\partial W_j^D(k)} = 2e(k) \frac{\partial y(k)}{\partial W_j^D(k)} = 2e(k) \sum_{i=0}^n h_i \frac{\partial u(k-i)}{\partial W_j^D(k)}, \quad \frac{\partial u(k)}{\partial W_j^o(k)} = z_j(k) \tag{7}$$

$$\frac{\partial u(k)}{\partial W_j^D(k)} = \sum_{i=0}^j \frac{\partial u(k)}{\partial z_i(k)} \frac{\partial z_i(k)}{\partial W_j^D(k)} = W_j^o(k) P_j(k) \tag{8}$$

$$\frac{\partial u(k)}{\partial W_{ij}^1(k)} = \sum_{i=0}^j \frac{\partial u(k)}{\partial z_i(k)} \frac{\partial z_i(k)}{\partial W_{ij}^1(k)} = W_j^o(k) Q_{ij}(k) \quad (9)$$

其中  $P_j(k) = \partial z_j(k) / \partial W_j^D$ ,  $Q_{ij}(k) = \partial z_j(k) / \partial W_{ij}^1$ , 满足下列关系

$$P_j(k) = f_j'(S_j(k))(z_j(k-1) + W_j^D P_j(k-1)), P_j(0) = 0 \quad (10)$$

$$Q_{ij}(k) = f_j'(S_j(k))(x(k-i) + W_j^D Q_{ij}(k-1)), Q_{ij}(0) = 0 \quad (11)$$

假设网络的权值缓慢变化, 则 (7)、(8) 和 (9) 式中的导数可以做如下近似

$$\frac{\partial u(k-l)}{\partial W_{ij}^1(k)} \approx \frac{\partial u(k-l)}{\partial W_{ij}^1(k-l)}, \quad \frac{\partial u(k-i)}{\partial W_j^o(k)} \approx \frac{\partial u(k-i)}{\partial W_j^o(k-i)}, \quad \frac{\partial u(k-i)}{\partial W_j^D(k)} \approx \frac{\partial u(k-i)}{\partial W_j^D(k-i)} \quad (12)$$

最终可以得到指标函数关于网络权值的梯度

$$\frac{\partial J(k)}{\partial W_{ij}^1(k)} = 2e(k) \sum_{i=0}^n h_i W_j^o(k-l) Q_{ij}(k-l) \quad (13)$$

$$\frac{\partial J(k)}{\partial W_j^D(k)} = 2e(k) \sum_{i=0}^n h_i W_j^o(k-i) P_j(k-i), \quad \frac{\partial J(k)}{\partial W_j^o(k)} = 2e(k) \sum_{i=0}^n h_i z_j(k-i) \quad (14)$$

利用 (4)、(13) 和 (14) 式即可实现递归神经网络权值的在线调整.

### 3. 有源噪声反馈控制系统的稳定性分析

定义系统的离散 Lyapunov 函数

$$V(k) = \frac{1}{2} e^2(k) \quad (15)$$

这样由于网络训练引起的离散 Lyapunov 函数的增量为

$$\Delta V(k) = V(k+1) - V(k) = \frac{1}{2} [e^2(k+1) - e^2(k)] \quad (16)$$

相邻两次误差之间的关系可表示为<sup>[2]</sup>

$$e(k+1) = e(k) + \Delta e(k) = e(k) + \left[ \frac{\partial e(k)}{\partial \mathbf{W}(k)} \right]^T \Delta \mathbf{W}(k) \quad (17)$$

$\mathbf{W}(k)$  表示所有权值组成的矩阵, 由上面权值的调整规律可得

$$\Delta \mathbf{W}(k) = -2\mu e(k) \sum_{i=0}^n h_i \frac{\partial u(k-i)}{\partial \mathbf{W}(k)} = -2\mu e(k) \mathbf{hG}(k) \quad (18)$$

其中  $\mathbf{u}(k) = [u(k) \ u(k-1) \ \dots \ u(k-n)]^T$ ,  $\mathbf{h} = [h_0 \ h_1 \ \dots \ h_n]$ ,

$$\mathbf{G}(k) = \frac{\partial \mathbf{u}(k)}{\partial \mathbf{W}(k)}, \quad \left[ \frac{\partial e(k)}{\partial \mathbf{W}(k)} \right]^T = (\mathbf{hG}(k))^T \quad (19)$$

下面给出关于训练过程的稳定性定理:

定理:  $\mu$  为人工神经网络权值的学习率, 定义  $g_{\max} = \max_k \|G(k)\|$ ,  $g_0 = \|\mathbf{h}\|$ ,  $\|\cdot\|$  表

示向量或矩阵的范数. 若学习率满足  $0 < \mu < 1/(g_0 g_{\max})^2$ , 则控制系统稳定.

证明: 引入记号  $\mathbf{g}(k) = \mathbf{h}\mathbf{G}(k)$ , 根据 (17) — (19) 式, 可将  $\Delta V(k)$  表示为

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= \Delta e(k)[2e(k) + \Delta e(k)]/2 \\ &= -\left[\frac{\partial e(k)}{\partial \mathbf{W}(k)}\right]^T \mu e(k) \mathbf{h}\mathbf{G}(k) \left\{ 2e(k) - 2\left[\frac{\partial e(k)}{\partial \mathbf{W}(k)}\right]^T \mu e(k) \mathbf{h}\mathbf{G}(k) \right\} \\ &= -\mu e(k) \|\mathbf{g}(k)\|^2 \left\{ 2e(k) - 2\mu e(k) \|\mathbf{g}(k)\|^2 \right\} = -2\lambda e^2(k) \end{aligned} \quad (20)$$

由于  $\|\mathbf{g}(k)\| \leq \|\mathbf{h}\| \|\mathbf{G}(k)\| \leq g_0 g_{\max}$ , 若  $0 < \mu < 1/g_0^2 g_{\max}^2$ , 则  $0 < \mu < 1/\|\mathbf{g}(k)\|^2$ , 从而  $\lambda = \mu \|\mathbf{g}(k)\|^2 \{1 - \mu \|\mathbf{g}(k)\|^2\} > 0$ , 进而  $\Delta V(k) < 0$ , 因此系统稳定.

#### 4. 有源噪声反馈控制系统的仿真

分别采用反馈 Filter-X 算法和本文提出的递归神经网络反馈控制方法进行仿真. 采样频率为 1000Hz, 仿真时间为 6 秒, 噪声信号选为白噪声加频率为 100Hz 的正弦波. 首先离线估计次级声路径传递函数, 然后在控制算法中使用该估计的级声路径传递函数在线调整控制器参数. 反馈 Filter-X 算法的自适应滤波器长度取为 16.

例 1 各声学路径传递函数取为<sup>[3]</sup>:

主噪声路径传递函数

$$P(z) = 0.05 - 0.001z^{-1} + 0.001z^{-2} + 0.8z^{-3} + 0.6z^{-4} - 0.2z^{-5} - 0.5z^{-6} - 0.1z^{-7} + 0.4z^{-8} - 0.05z^{-9}$$

次级声路径传递函数

$$H(z) = 0.95 - 0.5z^{-1} + 0.1z^{-2} + 0.05z^{-3} - 0.005z^{-4}$$

次级声反馈路径传递函数

$$F(z) = 0.6z^{-1}$$

递归神经网络方法取 2 个输入单元、1 个隐单元和 1 个输出单元. 采用前面给出的学习算法在线修改网络的权值. 图 4 给出了两种控制方法残余噪声的声压级, 其中虚线为无控制的残余噪声的声压级, 实线、点划线为反馈 Filter-X 算法和神经网络算法的相应图形. 从两张图上可以发现, Filter-X 算法只能消除 100Hz 的主噪声, 而递归神经网络方法不但能消除 100Hz 的主噪声, 而且可以消除其它频率的宽带噪声.

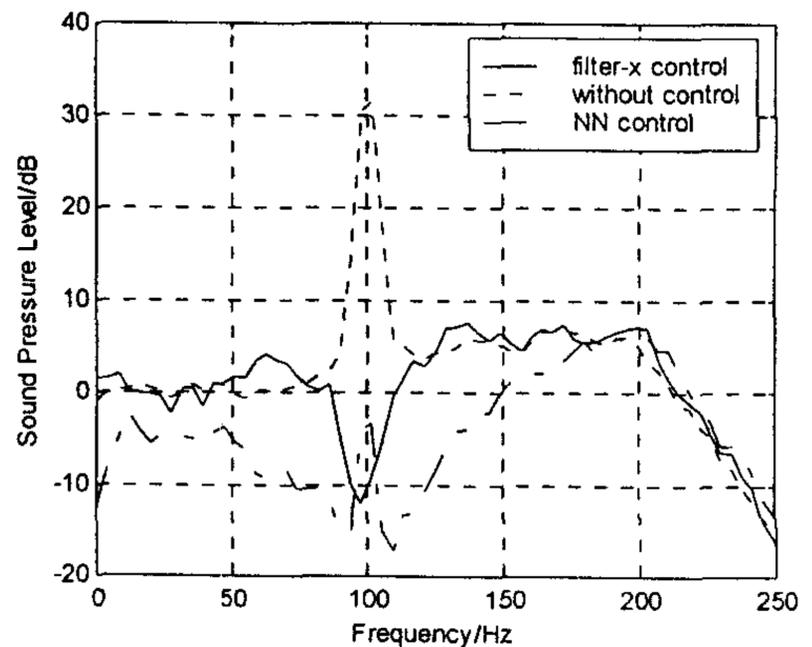


图 4 残余噪声声压级

例 2 考虑主噪声路径存在非线性, 在按线性系统计算后, 附加非线性项  $d(k)/(1+d^2(k))$ , 其它路径传递函数同例 1. 递归神经网络取 2 个输入、1 个输出和 3 个隐单元. 图 5 给出了两种控制方法残余噪声的声压级, 图形的含义同图 4. 从两张图上可以发现, 反馈 Filter-X 算法只能消除 100Hz 的主噪声, 而人工神经网络方法不但能消除 100Hz 的主噪声, 而且可以消除其它频率的宽带噪声.

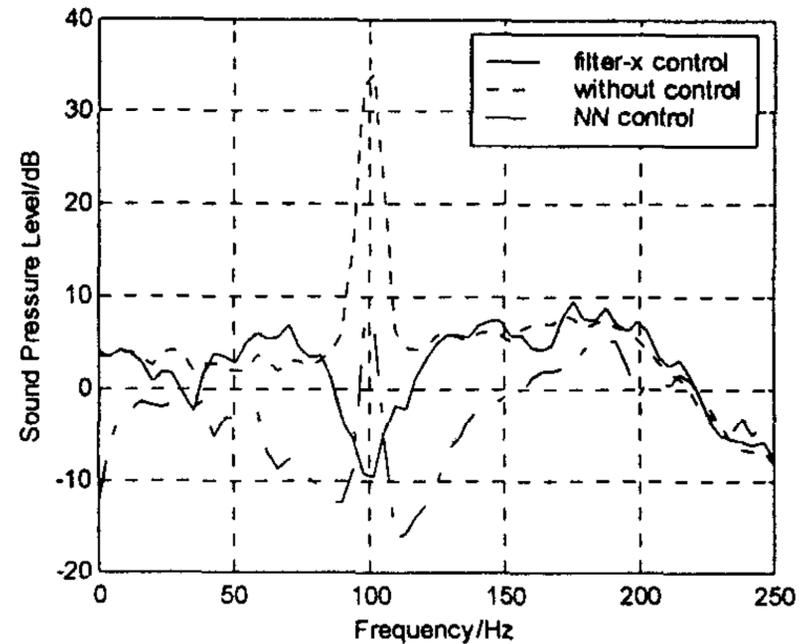


图 5 残余噪声声压级

## 5. 结论

讨论了噪声有源控制问题, 反馈 Filter-X 算法存在两点不足, 一是需要较高阶次的滤波器, 二是当噪声存在非线性时效果不佳. 为此, 本文提出了一种基于对角递归神经网络的噪声有源反馈控制方法, 分析了控制系统的稳定性. 因为递归神经网络存在反馈记忆, 所以控制系统只需少量的输入单元(两个仿真例子仅取两个输入单元). 仿真结果表明, 本文提出的噪声有源反馈控制方法可以有效地消除窄带和宽带噪声, 效果明显好于反馈 Filter-X 算法.

## 参 考 文 献

1. Elliott S J and Nelson P A, "Active noise control," *IEEE Signal Process Mag*, 1993, 10(4): 12-35
2. Chao Chee Ku and Kwang Y Lee, "Diagonal recurrent neural networks for dynamic systems control," *IEEE Trans on neural networks*, 1995, 6(1): 144-156
3. David H C and Robert W S, "Adaptive IIR filtered-v algorithms for ANC," *J Acoust Soc Am*, 1997, 101(4): 2097-2103
4. Marc C and Pierre D, "Adaptive filtering in subbands using a weighted criterion," *IEEE Trans on IEEE Signal Processing*, 1998, 46(9): 2359-2371

张奇志 男, 1963 年生, 分别于 1986 和 1989 年在吉林大学获得学士和硕士学位, 1996 年在东北大学获博士学位. 现为北京机械工业学院副教授. 目前研究兴趣为噪声智能控制和机器人智能控制.

贾永乐 男, 1940 年生, 1963 年本科毕业于天津大学, 现为北京机械工业学院教授、自动化系主任. 目前研究兴趣为噪声智能控制和现场总线技术.

周雅莉 女, 1968 年生, 分别于 1986 年和 1989 年在沈阳工业大学获学士和硕士学位, 现为北京机械工业学院讲师, 目前研究兴趣为噪声控制和交流调速技术.