



基于模糊动态模型的多变量系统模糊控制

孙 衢 李人厚

(西安交通大学系统工程研究所 西安 710049)

(E-mail: qusun@263.net, rhli@xjtu.edu.cn)

摘 要 采用模糊动态模型对多变量复杂非线性系统进行模糊控制. 首先针对局部线性动态模型设计状态反馈控制器, 然后利用模糊推理确定整个系统的控制; 在一系列局部模型通过模糊隶属函数连接得到的连续的全局模型中, 全面考虑其它关联子系统对标称线性系统的摄动, 并利用大系统分散控制关联稳定性的概念和方法, 得到了闭环模糊系统稳定的充分条件. 仿真例子验证了该设计方法的正确性.

关键词 模糊动态模型, 分散控制, 关联摄动, 稳定性.

FUZZY CONTROL OF MULTIVARIABLE SYSTEMS BASED ON FUZZY DYNAMIC MODEL

SUN Qu LI Ren-Hou

(*Institute of Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049*)

(E-mail: qusun@263.net, rhli@xjtu.edu.cn)

Abstract A fuzzy control system for multivariable complex nonlinear systems is presented, which is based on fuzzy dynamic model. The fuzzy state feedback control law is designed for each local linear model. And the control law for the overall system is determined through fuzzy inference. A set of local linear models are linked together by fuzzy membership function to obtain the continuous global model. By considering the fuzzy system as a set of nominal linear systems subject to perturbations contributed by other interacting subsystems, a sufficient condition for the stability of the closed-loop fuzzy system is derived via the concept of connective stability in decentralized control of large-scale system. The validity of the fuzzy model based control technique is illustrated by a simulation example.

Key words Fuzzy dynamic model, decentralized control, interacting perturbation, stability.

1 引言

近年来,基于 T-S 模糊模型^[1]的模糊控制器设计和稳定性分析引起人们的广泛兴趣和高度重视. Tanaka^[2]给出稳定性的一个充分条件,要求对 m 个模糊推理子系统的系统矩阵 $A_i (i=1, \dots, m)$ 找到一个公共的正定矩阵 P 满足 m 个方程. 但这实际上是很困难的,相当于一个关于 P 的一个超定线性方程组解的存在问题. Cao^[3,4]提出用一组正定矩阵 $P_i (i=1, \dots, m)$ 来代替公共的正定矩阵 P , 反馈控制是按基于线性不确定系统理论和方法设计的, 但不确定性的界较难精确地确定, 得到的结果也比较保守. 文献[5]实质上仍是一般的分段线性化, 只是将模糊思想用于子空间划分, 得到的全局模型仍是局部的、不连续的; 而且按规则切换与按能量函数切换可能出现矛盾, 稳定性定理失去了严格成立的前提条件.

本文采用模糊动态模型为控制对象建模, 可以用较少的规则表示复杂的知识^[4], 研究了一种多变量模糊控制系统. 首先基于局部线性模型设计状态反馈控制器, 然后通过模糊推理选择起主导作用的子系统的控制作用于整个系统; 在此基础上利用大系统分散控制的关联稳定性等有关概念给出闭环模糊系统的稳定性定理, 以保证切换控制律能镇定系统.

2 多变量模糊控制系统

对于连续控制对象, 其模糊动态模型可表示为

$$R^k: \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^k \text{ AND } \dots \text{ AND } x_n \text{ is } F_n^k, \text{ THEN } \dot{\mathbf{x}}(t) = A_k \mathbf{x}(t) + B_k \mathbf{u}(t),$$

$$k=1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

其中 R^k 表示控制对象的第 k 条模糊规则, m 是规则数, (A_k, B_k) 表示第 k 个局部线性模型, $\mathbf{x}(t) = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ 是系统状态向量, $\mathbf{u}(t) \in R^p$ 是输入向量. 令 $\mu_k(\mathbf{x}(t)) = \mu_k(t)$ 表示规则 R^k 的归一化隶属函数, 采用标准模糊推理方法^[1], 可以构造全局模糊动态模型

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A(\mu(t))\mathbf{x}(t) + B(\mu(t))\mathbf{u}(t), \quad (2)$$

$$A(\mu(t)) = \sum_{k=1}^m \mu_k(t) A_k, \quad B(\mu(t)) = \sum_{k=1}^m \mu_k(t) B_k. \quad (3)$$

对每一局部的线性模型设计如下形式的模糊状态反馈控制律

$$R^k: \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^k \text{ AND } \dots \text{ AND } x_n \text{ is } F_n^k, \text{ THEN } \mathbf{u}^k(t) = -K_k \mathbf{x}(t), \quad (4)$$

其中 K_k 表示第 k 个局部子系统的反馈增益矩阵. 取整个系统的控制为起主导作用的局部模糊子系统的控制, 即

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^l(t), \quad l = \arg \max_k \{\mu_k(\mathbf{x}(t)), k = 1, \dots, m\}, \quad (5)$$

这是一种切换控制律. 将式(5)代入式(2), 得到闭环全局模糊系统 $\dot{\mathbf{x}}(t) = \bar{A}(\mu(t))\mathbf{x}(t)$,

$$\bar{A}(\mu(t)) = \sum_{k=1}^m \mu_k(t) A_{kl}, \quad A_{kl} = A_k - B_k K_l. \quad (6)$$

注意到闭环模糊系统由 m 个关联的闭环子系统组成, 每一个起主导作用的局部模糊子系统 A_{ll} 的稳定性不能保证整个闭环系统的稳定性.

将闭环系统划分成 m 个子区间, 它满足 $S_l = \{\mathbf{x} | \mu_l(\mathbf{x}) \geq \mu_k(\mathbf{x}), k = 1, 2, \dots, m, k \neq l\}$, $l = 1, 2, \dots, m$. 在每一个子区间 S_l 中模糊系统表示成 $\dot{\mathbf{x}}(t) = \tilde{A}_l(\mu(t))\mathbf{x}(t) = [A_{ll} + \Delta A_l(\mu(t))] \times$

$\mathbf{x}(t)$, 其中 $\Delta A_l(\mu(t)) = \sum_{k=1}^m \mu_k(t) \Delta A_{kl}$, $\Delta A_{kl} = A_{kl} - A_{ll}$, $l=1, 2, \dots, m$. 这样每个子区间中的模糊系统可以看作一个摄动系统

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_{ll}\mathbf{x}(t) + g_l(t, \mathbf{x}(t)), \quad (6)$$

标称系统

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_{ll}\mathbf{x}(t) \quad (7)$$

受其它关联子系统的摄动. 其中关联摄动项满足

$$\|g_l(t, \mathbf{x}(t))\| \leq \sum_{k=1}^m \zeta_{lk}(\mu_k) \|\mathbf{x}\|, \quad \forall \mathbf{x} \in R^n, l=1, 2, \dots, m, \quad (8)$$

其中 $\zeta_{lk}(\mu_k) = \mu_k \|\Delta A_{kl}\|$, $k, l=1, 2, \dots, m$ 且 $\zeta_{ll}=0, l=1, 2, \dots, m$. $\|\cdot\|$ 表示矩阵的谱范数, 定义为 $\|X\| = [\lambda_M(X^T X)]^{1/2}$. 本文用 $\lambda_M(X), \lambda_m(X)$ 分别表示矩阵 X 的最大和最小特征值. 可以采用几种方法估计关联摄动项的上界, 求解非线性规划问题^[3]可以得到较少保守性的上界 $\zeta_{lk}^* = \zeta_{lk}(\mu_k^*)$.

3 稳定性分析

对标称闭环系统(7), 其指数渐近稳定的充要条件是对任意给定的正定对称矩阵 Q_l , 存在唯一正定对称矩阵 P_l 满足 Lyapunov 方程

$$A_{ll}^T P_l + P_l A_{ll} = -Q_l, \quad (9)$$

定义

$$\gamma_l = \frac{1}{2} \lambda_M^{-1}(P_l) \lambda_m(Q_l), \quad (10)$$

是对标称闭环系统稳定性程度的度量, 取 Q_l 为 n 阶单位矩阵可以使之达到最大^[6]. 选择函数 $v_l(\mathbf{x}) = (\mathbf{x}^T P_l \mathbf{x})^{1/2}$ 作为第 l 个子区间模糊系统的 Lyapunov 函数, 满足下列不等式

$$\lambda_m^{1/2}(P_l) \|\mathbf{x}\| \leq v_l(\mathbf{x}) \leq \lambda_M^{1/2}(P_l) \|\mathbf{x}\|, \quad (11)$$

其中 $v_l(\mathbf{x})$ 又是一个 Lipschitz 函数, 且 Lipschitz 常数 $L_l = \lambda_M^{1/2}(P_l)$.

定理. 闭环模糊系统是大范围指数稳定的, 如果矩阵 $E = [e_{lk}]$ 是 M -矩阵^[6,7], 其中 E 定义如下

$$e_{lk} = \begin{cases} \gamma_l, & k = l \\ -\zeta_{lk}, & k \neq l \end{cases} \quad (12)$$

证明. 可以证明^[7]第 l 个子区间模糊系统的 Lyapunov 函数的时间导数满足不等式

$$\dot{v}_l(\mathbf{x})|_{(10)} \leq \dot{v}_l(\mathbf{x})|_{(11)} + L_l \|g_l(t, \mathbf{x}(t))\|, \quad (13)$$

其中符号 $k(\cdot)|_{(10)}$ 表示 $k(\cdot)$ 的变元是沿着式(6) 轨迹求值的. 将式(8)代入式(13), 有

$$\dot{v}_l(\mathbf{x})|_{(10)} \leq \dot{v}_l(\mathbf{x})|_{(11)} + L_l \sum_{k=1}^m \zeta_{lk} \|\mathbf{x}\| \leq -L_l \left(\gamma_l - \sum_{k=1}^m \zeta_{lk} \right) \|\mathbf{x}\|, \quad \forall \mathbf{x} \in R^n, l=1, 2, \dots, m.$$

整个模糊系统的 Lyapunov 函数取为

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^m \alpha_l v_l(\mathbf{x}), \quad (14)$$

其中 $\alpha_l > 0$, 计算 Lyapunov 函数的时间导数可得

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^m \alpha_l \dot{v}_l(\mathbf{x}) \Big|_{(10)} \leq - \sum_{l=1}^m \alpha_l L_l \left(\gamma_l - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^m \zeta_{lk} \right) \|\mathbf{x}\| = - \mathbf{d}^T E \boldsymbol{\theta} \|\mathbf{x}\|, \quad \forall \mathbf{x} \in R^n, \quad (15)$$

其中 $\mathbf{d} = [\alpha_1 L_1, \dots, \alpha_m L_m]^T$, $\boldsymbol{\theta} = [1, \dots, 1]^T \in R^m$, 而 E 如式(12)定义. 如果 E 是 M -矩阵, 根据 M -矩阵的性质^[6] 存在元素为正的向量 \mathbf{d} 使得 $\mathbf{d}^T E \boldsymbol{\theta} > 0$, 则有 $\dot{V}(\mathbf{x}) < 0$, 系统是渐近稳定的.

又由 M -矩阵的正拟对角占优性质^[6] 有 $\mathbf{d}^T E \boldsymbol{\theta} \geq \sum_{l=1}^m \left(d_l e_{ll} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^m d_k |e_{lk}| \right) \geq \sum_{l=1}^m d_l \delta$, 其中 $\delta > 0$,

代入式(15)可得, $\dot{V} \leq - \sum_{l=1}^m d_l \delta \|\mathbf{x}\| = - \sum_{l=1}^m \alpha_l L_l \delta \|\mathbf{x}\| \leq -\delta V$. 由 Bellman-Gronwell 引

理, 可得 $V(\mathbf{x}) \leq \exp(-\delta(t-t_0)) V(\mathbf{x}_0)$. 利用式(14), (11)进一步得到 $\sum_{l=1}^m \alpha_l \lambda_m^{1/2}(P_l) \|\mathbf{x}\| \leq$

$\exp(-\delta(t-t_0)) \sum_{l=1}^m \alpha_l \lambda_M^{1/2}(P_l) \|\mathbf{x}_0\|$. 定义 $\eta_{\min} = \min_l (\alpha_l \lambda_m^{1/2}(P_l))$, $\eta_{\max} = \max_l (\alpha_l \lambda_M^{1/2}(P_l))$,

$\forall l, l=1, 2, \dots, m$, 则有 $\|\mathbf{x}\| \leq M \|\mathbf{x}_0\| \exp(-\delta(t-t_0))$, 其中 $M = \eta_{\max} / \eta_{\min} > 0$. 因此, 闭环模糊系统是大范围指数稳定的.

4 控制器设计

被控对象的模糊动态模型, 可以通过对已知复杂非线性模型分段线性化, 或对未知动态系统应用聚类辨识算法^[4] 得到. 基于模糊动态模型的多变量系统的模糊控制器, 可以采用如下交互式设计程序:

- 1) 根据模糊系统的局部动态行为, 指定每个局部运行区间的性能指标;
- 2) 采用极点配置或 LQ 等线性系统设计技术, 为每一局部模型设计状态反馈控制律, 使其达到期望的闭环性能指标;
- 3) 计算每个子区间中标称系统的稳定性程度 γ_l 和关联子系统的摄动项上界 ζ_{lk} ;
- 4) 构成稳定性检查矩阵 E 并检查 M -矩阵条件;
- 5) 如果稳定性条件不满足, 重新设计局部控制器, 重复以上步骤.

下面以球-棒系统^[5] 作为控制器设计的例子, 系统状态为 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]$, 其中 x_1 表示球在棒上的位置, x_2 表示球在棒上的滚动速度, x_3 表示棒与水平方向的夹角, x_4 表示棒的转动角速度, 求一个 $u(\mathbf{x})$ 使得闭环系统的输出 $y = x_1$ 在某一区域内能从任意的初始条件收敛到零. 选择与文献[8]相同的 6 条规则作为模糊动态模型设计模糊控制器.

每个局部线性模型闭环极点的选取根据所需性能指标而定, 它们都被置成临界阻尼情况和 4~5s 的调整时间, 从而利用极点配置技术得到每个局部模型的反馈增益. 对每个子区间中闭环标称系统 A_{ll} , 在式(9)中取 Q_l 为 4 阶单位阵可以唯一确定 P_l , 由式(10)可求得 γ_l ; 采用非线性优化算法可以确定 ζ_{lk} . 根据式(12), 得到稳定性检查矩阵 E 如下

$$E = \begin{bmatrix} 0.0164 & -0.0071 & -0.0071 & -0.0051 & -0.0088 & -0.0088 \\ -0.0004 & 0.0025 & -0.0007 & -0.0004 & -0.0003 & -0.0008 \\ -0.0036 & -0.0071 & 0.0323 & -0.0044 & -0.0076 & -0.0025 \\ -0.0025 & -0.0044 & -0.0044 & 0.0632 & -0.0036 & -0.0036 \\ -0.0004 & -0.0003 & -0.0008 & -0.0004 & 0.0022 & -0.0007 \\ -0.0044 & -0.0076 & -0.0025 & -0.0036 & -0.0071 & 0.0832 \end{bmatrix}$$

其特征值的实部均为正,可以判断 E 是 M -矩阵^[6],从而整个闭环模糊系统是大范围指数稳定的.

为了便于比较,仿真中先选择与文献[5]相同的四种初始条件,仿真结果见图 1,与文献[5]基本相同,性能指标略优;当初始条件取为 $x(0)=[0.1, 0, -1.5, 0]^T$ 时本文的结果如图 2 所示,而采用文献[5]方法的结果是不稳定的.

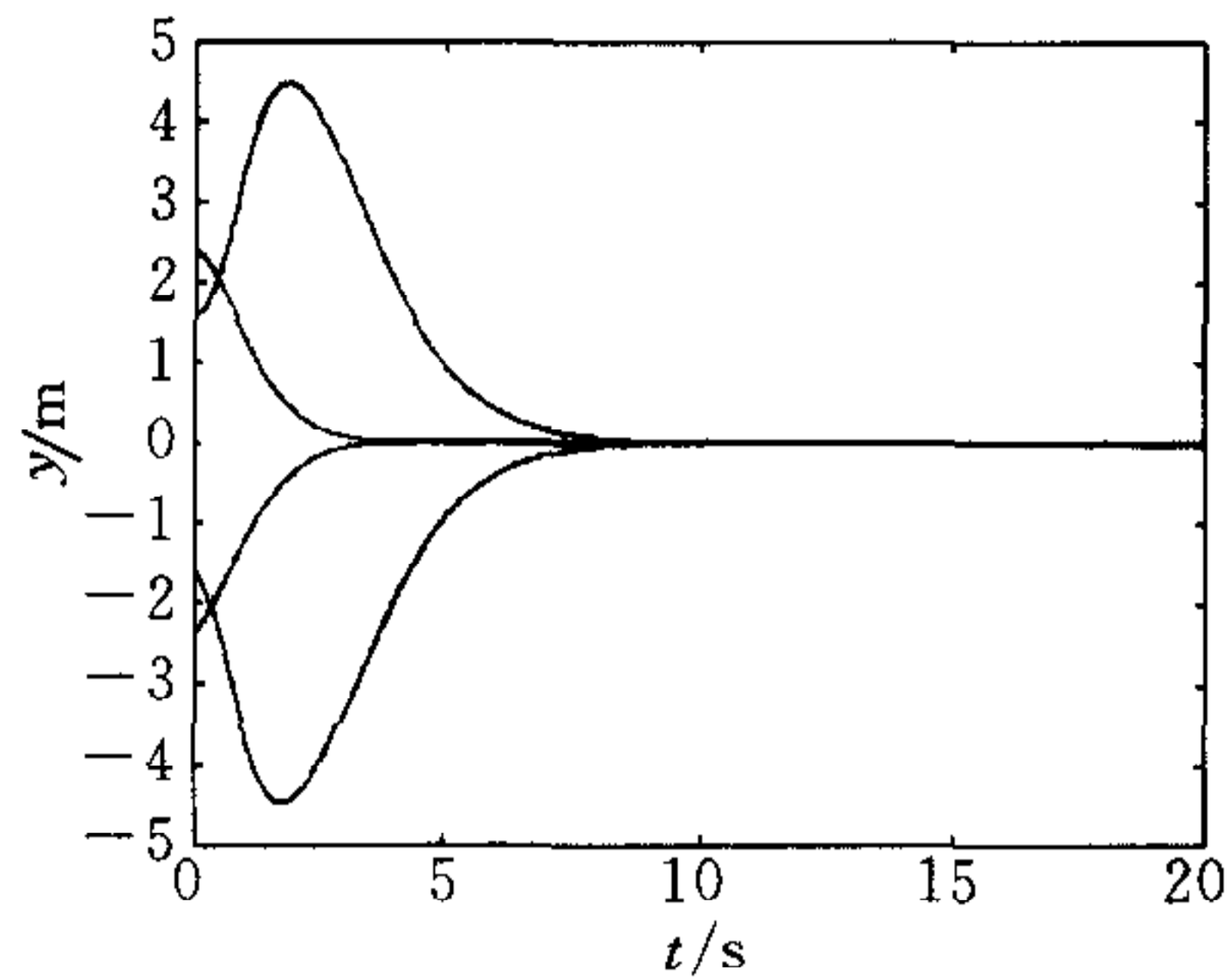


图 1 本文方法仿真结果一

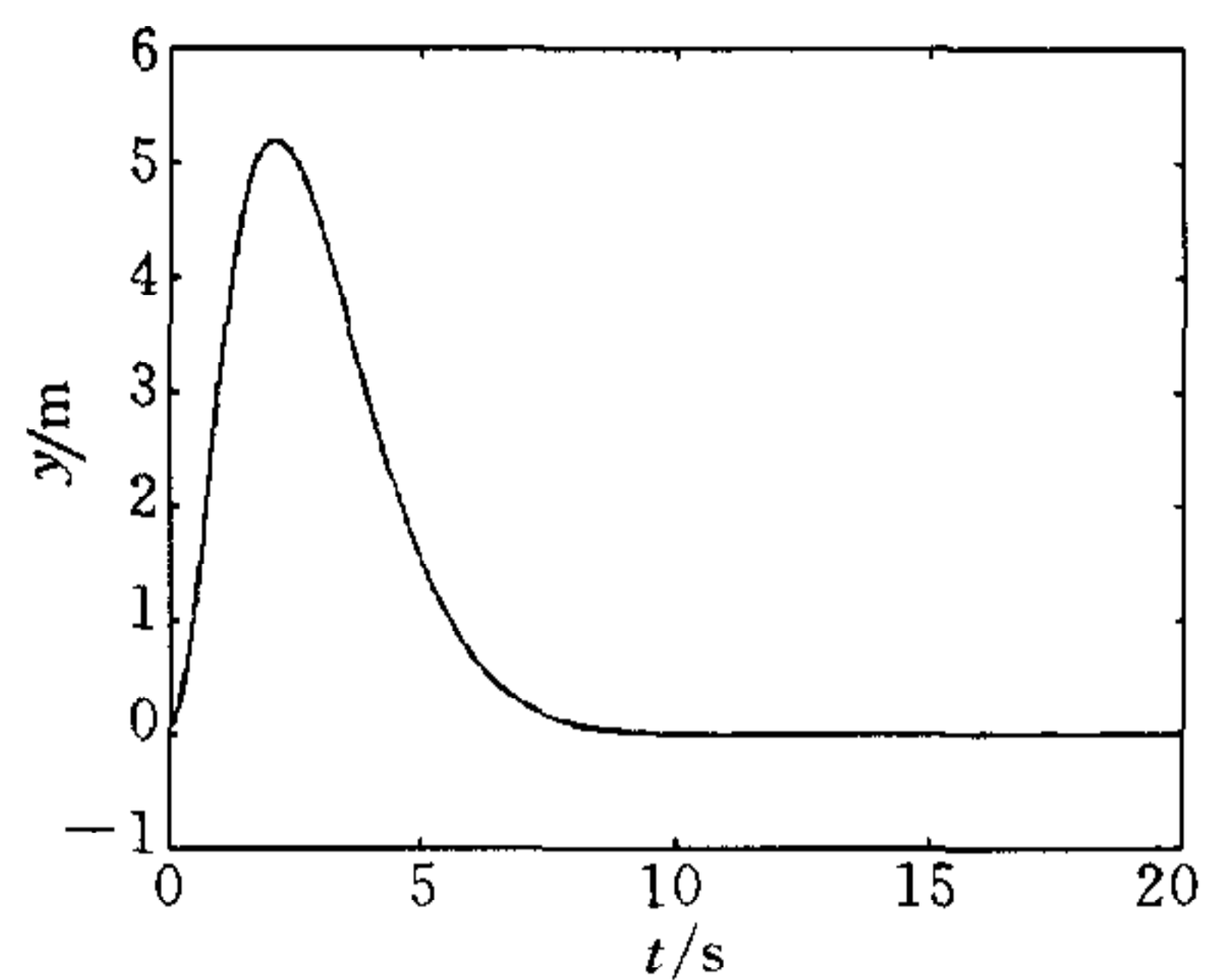


图 2 本文方法仿真结果二

5 结束语

本文研究了基于模糊动态模型的多变量复杂非线性系统的模糊控制设计方法,得到了闭环模糊系统稳定性的充分条件. 仿真例子表明了该设计方法的正确性,且性能较优. 由于模糊控制系统的设计是一种局部设计方法,利用大系统分散控制的关联稳定性等有关概念和方法来分析模糊系统的稳定性,为将模糊控制和现代控制理论相结合提供了一条新的途径.

参 考 文 献

- 1 Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*, 1985, **15**(1):116~132
- 2 Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, **45**(2): 135~156
- 3 Cao S G, Rees N W, Feng G. Stability analysis and design for a class of continuous-time fuzzy control systems. *Int. J. Control*, 1996, **64**(6):1069~1087
- 4 Cao S G, Rees N W, Feng G. Analysis and design for a class of complex control system——Part I: Fuzzy modelling and identification. *Automatica*, 1997, **33**(6):1017~1028
- 5 张金明, 李人厚. 模糊控制的系统化设计与稳定性分析. *自动化学报*, 1999, **25**(4):493~497
- 6 Siljak D D. *Decentralized Control of Complex Systems*. Boston: Academic Press, 1991. 65~83
- 7 陈禹六. *大系统理论及其应用*. 北京: 清华大学出版社, 1988. 222~229
- 8 Niemann D, Li J *et al.* Parallel distributed compensation for Takagi-Sugeno fuzzy models: New stability conditions and dynamic feedback designs. In: *Proceedings of 14th World Congress of IFAC*. Beijing: Published by Science Press, 1999. 207~212

孙 衢 男,1971年生,西安交通大学系统工程研究所博士生.研究领域为复杂系统的模糊控制、遗传算法、神经模糊系统在控制中的应用.

李人厚 男,1935年生,西安交通大学系统工程研究所教授、博士生导师.研究领域为智能控制等.