第 27 卷 第 5 期 自 动 化 学 报 Vol. 27, No. 5
2001 年 9 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sept., 2001

短文

一类非线性系统的模糊控制与稳定性[1)]

李永明 史忠科
(西北工业大学自控系 西安 710072)

摘 要 研究了模糊控制器对一类非线性系统的可控性. 利用李雅普诺夫一次近似稳定性方法,证明了: 1)若过程 P 可稳定控制(stabilized), 则必可用 T-S 模糊控制器达到相同的稳定控制性能; 2)模糊控制器为泛控制器. 这些结果回答了 J. J. Buckley 提出的有关问题.

关键词 模糊控制,稳定性,镇定性.

STABILITY AND FUZZY CONTROL SYSTEMS OF ONE KIND OF NONLINEAR SYSTEMS

LI Yong-Ming SHI Zhong-Ke
(*Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an* 710072)

Abstract The controllability of fuzzy controller to one kind of nonlinear systems is considered. With the Lyapunov's indirect method, it is proved that any asymptotic controllable processes can be attained by fuzzy control in the same control performance and fuzzy controllers are universal controllers. Some open problems posed by J. J. Buckley are answered.

Key words Fuzzy control, stability, controllability.

1 引言

模糊控制的实践表明其具有良好的特性[1,2],特别是对于二阶系统,都可用一个模糊控制器达到经典控制或 PID 控制的性能,在稳定性能上更是如此. 任意用经典控制或其他控制方式达到稳定的系统是否也能用模糊控制达到相同的性能,这一问题首先由 J. J. Buckley 提出[3~6],可描述如下:设 $S=(P,F)$ 为一控制系统,其中 P 为过程,由控制器 F 控制. 过程 P 具有如下的状态方程

$$Y(k+1)=P(Y(k),U(k)), \tag{1}$$

1) 国家自然科学基金(19901028)及国家"九七三"重点基础研究发展规划项目专项经费(G1998030417)资助.
收稿日期 1999-12-22 收修改稿日期 2000-09-07

其中 $Y(k)\in \boldsymbol{R}^m$ 代表时刻 k 的系统状态，$U(k)\in \boldsymbol{R}^l$ 代表时刻 k 的过程输入，$Y(k+1)$代表时刻$k+1$的输出(新状态)，$k=0,1,2,\cdots$. 初始条件为 $Y(0)=y_0$，$U(0)=u_0$.

过程 P 可由控制器 F(不必为模糊控制器)控制，控制器的状态方程设为

$$U(k) = F(Y(k)). \tag{2}$$

对系统 $S=(P,F)$，Buckley 在文献[3～6]中提出了如下问题：

如果过程 P 可稳定控制(stabilized)，或者说存在控制器 F，使得控制系统 $S=(P,F)$为稳定的(渐近稳定的，大范围稳定的，大范围渐近稳定的等)或可控的，是否 P 也可以由某一模糊控制器稳定控制，即是否存在一个模糊控制器 FC 使得模糊控制系统 $FS=(P,FC)$也是稳定的(渐近稳定的，大范围稳定的，大范围渐近稳定的等)或可控的.

Buckley 已经证明了，对可控过程 P，存在模糊控制器 FC 使得 $FS=(P,FC)$在任意有限时间段$[\tau,\tau+N]$内可控，Buckley 称其为有限可控的. 是否"有限"二字可以省略，Buckley 未能给出回答. 实际上 Buckley 起初在文献[3,4]中就是想证明上述问题是对的，但在文献[5,6]中他发现其证明是错误的，因而只得出了有限可控的结论. 这样的结果在理论上是很保守的. 正如 Buckley 所说，对渐近性质的行为他未能解决. 本文我们将解决这些问题.

2 稳定性概念

对 $a=(a_1,a_2,\cdots,a_n)\in \boldsymbol{R}^n$，本文用 $\|a\|$ 代表 $\boldsymbol{R}^n$ 上某种范数，它与引理 1 中的矩阵范数相容. 为简单起见，假设系统的平衡点为原点，即 $Y(k)=0$，则 $P(0,0)=0$，并假设$Y(k)$的取值域为 $I_1=[M_{11},M_{12}]\times[M_{21},M_{22}]\times\cdots\times[M_{n1},M_{n2}]$，输入或控制输出 $U(k)$的变化域为 $I_2=[N_{11},N_{12}]\times[N_{21},N_{22}]\times\cdots\times[N_{l1},M_{l2}]$，并记 $I=I_1\times I_2$.

首先回忆如下离散时动态自由系统的稳定性定义[4]：

$$Y(k+1) = P(Y(k)). \tag{3}$$

S 称为稳定的，若任给 $\varepsilon>0$，$\exists\,\delta>0$，使得若 $\|Y(0)\|<\delta$，总有 $\|Y(k)\|<\varepsilon(\forall\, k\geqslant 1)$；$S$ 称为大范围稳定的，若任给 $\varepsilon>0$，初态 $Y(0)\in I_1$，总存在 $\tau>0$，当 $k\geqslant\tau$ 时恒有 $\|Y(k)\|<\varepsilon$；S 称为渐近稳定的，若 S 是稳定的且 $\lim_{k\to\infty}Y(k)=0$；S 称为大范围渐近稳定的，若 S 是大范围稳定的且 $\lim_{k\to\infty}Y(k)=0$. 对于控制系统 $S=(P,F)$，其相应的稳定性由复合系统 $Y(k+1)=P(Y(k),U(k))=P(Y(k),F(Y(k)))$对应的稳定性定义.

对于系统 $S=(P,F)$，本文做以下假设：

假设 1. P,F 都是连续函数且 $S=(P,F)$可在原点处线性化，即

$$P(Y(k),U(k)) = AY(k) + BU(k) + o(\|Y(k)\|) + o(\|U(k)\|), \tag{4}$$

$$F(Y(k)) = KY(k) + o(\|Y(k)\|), \tag{5}$$

其中 $o(\|Y(k)\|)$表示 $\|Y(k)\|$ 的高阶无穷小. 将式(5)代入式(4)得

$$Y(k+1) = P(Y(k),F(Y(k))) = (A+BK)Y(k) + o(\|Y(k)\|). \tag{6}$$

引理 1[7](李雅普诺夫一次近似稳定性定理). 若方程(6)在原点处稳定，则必有 $\|A+BK\|\leqslant 1$，其中 $\|\cdot\|$ 代表某种相容矩阵范数. 以下令 $C=A+BK$.

由于 $U(k)$能控 P，不妨设 A,B 能控. 由于 Y 能控，总有 $\|A+BK\|\leqslant 1$，为简化讨论，以下约定 $\|A+BK\|<1$(不然，由于(A,B)能控，总可以在原点邻域取一个控制 K，使 $\|A+BK\|<1$)，即 $A+BK$ 为能控矩阵. 这是对系统的另外一个假设.

假设 2. 对式(4),(5)中的 A,B,K, $\|A+BK\|<1$. 为讨论方便起见,本文只对 T-S 模糊模型[8]进行讨论,其规则形式如下:

$$R^i:\text{若 } Y(k)=(Y_1(k),\cdots,Y_n(k)) \text{ 是 } \overline{A}_i=\overline{A}_{i1}\times\cdots\times\overline{A}_{in}, \text{ 则 } U(k)=D_iY(k). \tag{7}$$

记此类控制器为 $\mathfrak{I}$. 并且假设隶属函数 $\overline{A}_i$ 满足如下的正规条件:

$$\sum_{i=1}^{n}\overline{A}_i(x)=1 \text{ 且 } \overline{A}_i(x)=1 \text{ 时}, \ \overline{A}_j(x)=0, \ j\neq i. \tag{8}$$

已经证明此类模糊控制器是万能控制器,即它可以以任意精度逼近一般控制器 $Q(k)=F(Y(k))$[9]. 即对任意给定连续函数 $G:J_1\to J_2$,其中 $J_1\subseteq \boldsymbol{R}^n$ 为紧集,对任意 $\varepsilon>0$,存在 T-S 型模糊控制器 FC 使得 $\max\{\|G(x)-FC(x)\| : x\in J_1\}<\varepsilon$.

3 模糊控制器的镇定性能

定义 1. 称模糊控制器族 $\mathfrak{I}$ 具有镇定性能,若系统 $S=(P,F)$是稳定(渐近稳定,大范围稳定,大范围渐近稳定)的,则一定存在 $FC\in\mathfrak{I}$,使得 $S=(P,FC)$也是稳定(渐近稳定,大范围稳定,大范围渐近稳定)的.

定理 1. 模糊控制器 $\mathfrak{I}$ 具有镇定性能.

证明见附录 A.

4 模糊控制的可控性

定义 2. 称 $Y(k+1)=P(Y(k),U(k))$为可控的,若对任给初态 $Y(0)$,任意正数 ε,都存在连续控制器 F(不必为模糊控制器)和时间 $\tau\in J$, $J=[0,N]$为有限时间段,当 $k\in J$, $k\geqslant\tau$ 时,恒有

$$\|P(Y(k),U(k))\|<\varepsilon.$$

这时也称 $S=(P,F)$可控.

类似的可讨论从任一初态 $Y(0)$到另一状态 Y 可达的情况.

定义 3. 称模糊控制器族 $\mathfrak{I}$ 为泛控制器,若任给可控过程 $Y(k+1)=P(Y(k),U(k))$,必存在模糊控制器 $FC\in\mathfrak{I}$ 使得(P,FC)仍然是可控的.

定理 2. 模糊控制器 $\mathfrak{I}$ 为泛控制器.

证明与定理 1 的证明 iii)类似.

5 结论

本文从理论上证明了用通常的控制器(包括人参与的)可稳定控制的过程也可用模糊控制器达到同样的效果. 这从一个侧面说明了为什么模糊控制可用于具有非线性,不确定性等复杂过程的控制,以及模糊控制可用于传统控制不能稳定控制的绝对不稳定过程的控制. 当然,我们的证明只是一个存在性证明,如何对真实的过程具体构造出可用的模糊控制器仍是今后应解决的关键问题.

参 考 文 献

1　孙增圻. 智能控制理论及其应用. 北京：清华大学出版社，1997

2　Lee C C. Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller. *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*, 1990, **20**(2):404～435

3　Buckley J J. Universal fuzzy controllers. *Automatica*, 1992, **18**(6):1245～1248

4　Buckley J J. Stability and the fuzzy controller. *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, **77**(2):167～173

5　Buckley J J. Erratum: Universal fuzzy controllers. *Automatica*, 1997, **33**(9):1771～1773

6　Buckley J J. Corrigendum: Stability and the fuzzy controller. *Fuzzy Sets and Systems*, 1998, **100**(3):377～379

7　冯纯伯，费树岷. 非线性控制系统分析与设计. 北京：电子工业出版社，1998

8　Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control. *IEEE Trans. Systems, Man and Cyternetics*, 1985, **15**(1):116～132

9　Ying H. Sufficient conditions on uniform approximation of multivariate functions by Takagi-Sugeno fuzzy systems with linear rule consequent. *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics——Part A: Systems and Human*, 1998, **28**(4):515～520

附录 A

定理 1 的证明.

i) 稳定性的情形. 因为(P,F)稳定且$P(0,0)$，则$\forall\ \varepsilon>0$，$\exists\ \delta_1<\varepsilon$，当$\|Y(k)\|<\delta_1$且$\|U(k)\|<\delta_1$时，$\|Y(k+1)\|<\varepsilon$. 对此$\delta_1$，由于$\mathfrak{J}$为万能逼近器，存在$FC\in\mathfrak{J}$，使得对任意的$Y(k)$有$|F(Y(k))-FC(Y(k))|<\delta_1$. 构造$FC$使其在原点邻域的规则如下：

$$R^i:\ 若\ Y(k)\ 是\ \overline{A}_i,\ 则\ FC(k)=KY(k),$$

其中$\overline{A}_i$为隶属函数，满足对任意的$Y(k)\in U(\delta_2)$，$\overline{A}_i(Y(k))=1$，这里$U(\delta_2)=\{x\in I_1:\ \|x\|\leqslant\delta_2\}$且$\delta_2\leqslant\delta_1$满足如下条件：若$\|Y(k)\|<\delta_2$，则$\|F(Y(k))-KY(k)\|<\delta_1$.

由于$\overline{A}_i$的性质，在$Y(k)\in U(\delta_2)$内模糊控制器的输出为$\delta(k)=FC(Y(k))=KY(k)$. 这时$Y^*(k+1)=P(Y^*(k),\delta(k))=AY^*(k)+B\delta(k)+o(\|Y^*(k)\|)=(A+BK)Y^*(k)+o(\|Y^*(k)\|)$. 因为$\|A+BK\|<1$，所以可取$\delta_3\leqslant\delta_1$，使得如下条件对任意的$k$成立. 如果

$$\|Y^*(k)\|<\delta_3, \tag{A1}$$

则

$$\|Y^*(k+1)\|<\delta_3.$$

取$\delta=\delta_3$，由上述推理(A1)得，当$\|Y(0)\|<\delta$时，$\|Y^*(1)\|<\delta$，从而$\|Y^*(2)\|<\delta,\cdots,\|Y^*(k)\|<\delta,\cdots$. 因此，只要$\|Y(0)\|<\delta$，对任意的$k\geqslant1$，就有$\|Y^*(k)\|<\delta\leqslant\varepsilon$，即模糊控制$\delta(k)=FC(Y(k))$可使过程$Y(k+1)=P(Y(k),U(k))$稳定.

ii) 渐近稳定性的情形. 实际上，在上述稳定性的构造中选取δ，使得当$\|Y^*(k)\|<\delta$时，总有$\dfrac{o(\|Y^*(k)\|)}{\|Y^*(k)\|}<\dfrac{1-\|C\|}{2}$，这里$C=A+BK$. 令$\eta=\dfrac{1+\|C\|}{2}$，则$\eta<1$，这时在$U(\delta)$邻域内，总有

$$\|Y^*(k+1)\|=\|CY^*(k)+o(\|Y^*(k))\|)\leqslant\left(\|C\|+\frac{1-\|C\|}{2}\right)\|Y^*(k)\|=\eta\|Y^*(K)\|\leqslant\cdots\leqslant$$

$\eta^{k+1}\|Y(0)\|\to0(k\to\infty)$. 这说明$(P,FC)$也具有渐近稳定性.

iii) 大范围稳定性的情形. 假设$S=(P,F)$为大范围稳定的，证明存在$FC\in\mathfrak{J}$，使得$FS=(P,FC)$仍为大范围稳定的. 即要证对任意$\varepsilon>0$，$(Y(0),U(0))\in I$，存在$FC\in\mathfrak{J}$和τ^*，使得$\|P(Y^*(k),\delta(k))\|<\varepsilon$对任意$k\geqslant\tau^*$成立，其中$\delta(k)=FC(Y^*(k))$. 对$\varepsilon$，可仿 i)稳定性证明构造模糊控制$\delta(k)=FC(Y(k))$，存在$\delta>0$，使得在$U(\delta)$邻域内，$Y^*(k+1)=P(Y^*(k),\delta(k))=P(Y^*(k),FC_0(Y^*(k)))$为稳定的. 这时，正如稳定性情形，只要$\|Y(0)\|<\delta$，就有$\|Y^*(k+1)\|=\|P(Y^*(k),\delta(k))\|<\varepsilon$. 以下在其它区域构造模糊控制器$\delta(k)=FC(Y(k))$，使得$\delta(k)=FC(Y(k))$在有限步内把$P$控制到$U(\delta)$邻域内，从而达到大范围稳定

的目的.

由于$S=(P,F)$大范围稳定,对$(Y(0),U(0))\in I$,存在有限时间τ,当$k\geq\tau$时,$\|Y(k+1)\|=\|P(Y(k),U(k))\|<\delta/2$. 以下为讨论简单起见,只对$\tau=2$情况进行讨论. 证明存在$\delta(k)=FC(Y^*(k))$,$\tau^*>0$,使得$\|Y^*(k+1)\|=\|P(Y^*(k),\delta(k))\|<\varepsilon$对$k\geq\tau^*$成立,从而证得所求结论. 证毕.

因为P在$I_1\times I_2$上一致连续,$\forall\varepsilon_i>0$,$\exists\Delta_i>0$使得,若$\|Y_1(k)-Y_2(k)\|<\Delta_i$,$\|U_1(k)-U_2(k)\|<\Delta_i$,则

$$\|P(Y_1(k),U_1(k))-P(Y_2(k),U_2(k))\|<\varepsilon_i. \tag{A2}$$

而F在I_1上连续,对给定Δ_i,因为$\mathfrak{F}$为万能逼近器,存在模糊控制FC_i使得$\|FC_i(Y(k))-F(Y(k))\|<\Delta_i/2$.而$F$一致连续,从而对给定$\Delta_i$,存在$\delta_i>0$,使得如果$\|Y_1(k)-Y_2(k)\|<\delta_i$,则$\|F(Y_1(k))-F(Y_2(k))\|<\Delta_i/2$.从而

$$\|FC_i(Y_1(k))-F(Y_2(k))\|<\Delta_i. \tag{A3}$$

如此,对$\tau=2$,取$\varepsilon_2=\delta/2$,$\varepsilon_2\to\Delta_2$,FC_2,δ_2.这里$\to$表示确定的意思.取$\varepsilon_1=\min\{\Delta_2,\delta_2,\varepsilon_2\}/3$,$\varepsilon_1\to\Delta_1$,$FC_1$,$\delta_1$并使得$\Delta_1<\Delta_2$. 从而$FC_1$比$FC_2$更基本,取$FC=FC_1\wedge FC_0$,这里$\wedge$表示在$U(\delta)$邻域内取模糊控制器为$FC_0$,其它区域取为$FC_1$. 对如此选取的$FC$,取$\tau^*=\tau+2=4$,利用式(A2),(A3)则可以证明:当$k\geq\tau^*$时,恒有$\|Y^*(k)\|<\varepsilon$. 从而$(P,FC)$为大范围稳定的.

iv) 大范围渐近稳定性的情形. 综合ii),iii)的证明即可得.

李永明 男,1966年生,于1996年获得理学博士学位,1997～1999年在西北工业大学做博士后工作.主要研究方向为拓扑学、模糊数学与模糊控制系统等.

史忠科 男,1956年生,1994年获得工学博士学位,博士生导师.主要研究方向为鲁棒控制、智能控制、交通规划与控制等.

中国自动化学会第17届青年学术年会(YAC'2002)征文通知

中国自动化学会第17届青年学术年会(YAC'2002)将于2002年7月初在避暑胜地北戴河海滨召开.本次会议由中国自动化学会、中国自动化学会青年工作委员会主办,燕山大学和河北科技大学联合承办.借此机会,热烈欢迎全国各高等院校教师、科研院所和企事业单位的青年科技工作者及博士生、硕士生积极参加.会议设有优秀论文奖和优秀应用论文奖.

本届学术年会的主题:未来自动化领域的机遇和挑战.

一、征文范围

1.广义系统、大系统、非线性系统、混沌系统、系统稳定与镇定;2.自适应、预测、变结构控制、H_∞控制和鲁棒控制;3.智能控制、模糊控制、人工智能与专家系统;4.系统滤波、辨识与建模、参数估计;5.频域控制、最优控制、H_∞优化、动态规划;6.故障诊断与容错控制;7.神经网络及应用;8.机器人与机器人控制;9.离散事件动态系统;10.混杂系统及控制;11.计算机视觉、图像处理与模式识别;12.自动化仪表与过程控制;13.电力系统及其自动化;14.电机驱动及运动控制;15.传感器与检测技术;16.软件工程、并行处理;17.计算机集成制造系统;18.计算机软硬件技术及其应用;19.系统工程理论、方法及应用;20.自动化指挥系统;21.数据融合与软测量;22.单片机控制及应用技术;23.企业改革、发展策略及管理决策;24.工业过程与生产管理;25.图书馆自动化与数字图书馆技术;26.其他.

二、征文要求

1.被录用论文将由正式出版社出版《自动化理论技术及应用》(卷9),论文应具有一定的学术或实用价

(下转第727页)