# 一种理性的满意控制器设计方法[1)]

杜晓宁 李少远 席裕庚

(上海交通大学自动化研究所 上海 200030)

**摘 要** 在复杂的工业环境中,存在着各种软硬约束和多种目标要求,传统的最优概念已被淡化,而代之以操作者对各种要求通过主观意识加以选择的满意概念.本文借用了理性原则的思想,从一个新的角度提出了满意控制的概念,给出了一些理论结果,并将其与滚动时域方法相结合,介绍了一种满意控制器的设计方法.

**关键词** 满意控制,理性原则,滚动时域,预测控制

## 1 引言

从基于调节的控制到基于优化的控制,是工业过程控制的一大进步,这意味着人们可以把各种要求以性能指标的形式结合到控制中加以考虑[1]. 在工程应用及大系统理论体系中,大部分的决策控制思想都偏向于最优控制的原则,即根据系统模型,应用极小值原理或 Bellman 最优性原理等使定义的系统性能指标最小或最大,从而寻找一个最优的期望解.然而一个系统要能实现最优必须满足两个最基本的条件.首先,系统要存在一个最优解;其次,在寻找最优解的过程中,要能获得系统足够的信息,通常这个过程在复杂的大系统中不容易获得,尤其是当系统为非线性、输入有约束,或者只有部分信息已知时,系统的行为很难描述,此时最优解或者根本不存在,或者要寻找最优解需要付出很大的代价.传统的最优控制方法受到了很大的局限性[2].因而人们越来越注重系统控制中的理性思想,即在控制过程中首先考虑的是决策选择的过程,其次再考虑系统的期望输出性能.只要控制过程中的决策过程符合一定道理,最后获得的系统解便是可接受的,是有理的.因此也有人称这种原则为理性原则[5].

## 2 理性化准则

Simon 最早在 1955 年提出了理性原则的概念[3],建立了相应的行为模型,并在 1986 年成功地应用到了经济和生物领域,Issac Levi 也提出了一种避免错误的理性概念,1996 年 Stirling 等人完整地提出了控制系统中的理性概念[5].在系统控制问题中,设计的控制准则一般为两个方面,一个是控制的最终结果,另一个是控制所需的费用或代价.如果控制系统的最终输出结果与期望的目标越接近,那么不管所付出的控制代价是多少,我们称这类控制系统的控制精度或准确度越高;如果不管系统的最终输出如何,只要控制过程系统

1) 国家自然科学基金重点项目(69934020)

所付出的代价越小,我们就称这类控制系统的控制排斥度越低.在最优控制理论中,通过对性能指标函数求极值,以便获得系统的最优控制解.而在理性控制理论中,建立相对应的决策系统性能指标后,不是对性能指标函数求极值,而是定义一个决策系统性能指标的最小标准或阈值,如果决策空间中的解不能满足这个标准,则认为这些解是无理的,而那些满足指定最小标准的解则认为是有理的,用来控制系统已经足够好了.系统指标的最小标准的定义是可以变化的,因而即使控制系统的最优解不存在或者无法用有效的方法找到最优解,这个最小标准还是客观存在的.我们可以通过定义决策系统的准确度性能指标和排斥度性能指标来表述这个系统控制最小标准.

## 3 基于理性原理的满意控制

设集合 $U$ 代表控制空间 $(U_{\min}, U_{\max})$, $B(U)$ 是 $U$ 上的 $\sigma$ 域. 令 $P_A(G): B(U) \to [0,1]$ 表示集合 $G \in B(U)$ 所拥有的准确性测度, $P_R(G): B(U) \to [0,1]$ 表示集合 $G \in B(U)$ 所拥有的排斥度信息值测度. $f_A$ 和 $f_R$ 分别表示相应的概率密度函数.

**定义 1.** 令 $S_b = \{u \in U : f_A(u) \ge b f_R(u), b \in [0, \infty)\}$,则 $S_b$ 叫做相对于拒绝度指标 $b$ 的满意集.

$b$ 越大,拒绝或抛弃一个命题的可能性越大. $b=0$ 相应于最小拒绝度,此时拒绝度被忽略; $b=1$ 相应于准确性和拒绝度的权重相等; $b \to \infty$,则拒绝度占优,最后所有非零拒绝度的命题都被抛弃.

**定义 2.** 我们把 $u_A = \arg\sup_{z \in S_b}\{f_A(z)\}$ 叫做最准确满意控制,把 $u_R = \arg\inf_{z \in S_b}\{f_R(z)\}$ 叫做最小拒绝度满意控制,把 $u_D = \arg\sup_{z \in S_b}\{f_A(z) - b f_R(z)\}$ 定义为最显著满意控制.

**定义 3.** 对任何 $u \in E$,在 的邻域里,准确性和拒绝度测度或者是非增,或者是非减,这样的集合 $E$ 叫做平衡集,可表示为:

$$E = \{u \in U, v \in U \mid f_A'(u) f_R'(u) \ge 0\}$$

**定义 4.** 满意集与平衡集的交集叫做强满意集,即强满意集 $S_{sb} = \mathrm{E} \cap S_b$.

从平衡集与满意集的定义可以看出,满意集是通过比较一个控制作用的两个测度,即准确性和拒绝度,而平衡集则是比较两个不同的控制作用.平衡集 $E$ 中的元素(决策) $u \in E$ 具有这样的特性:在 $u$ 上的扰动不会增加其准确性测度而不同时增加其拒绝度测度;同样,如果不减少准确性测度,其拒绝度测度也不可能被减少. $u_A$ 和 $u_R$ 反映了两种不同的控制追求. $u_A$ 代表了在最大的代价下去获得控制目标,而 $u_R$ 则反映了在降低代价的前提下,对控制目标进行折衷的意愿,这种过程是较为保守的.而 $u_D$ 则反映了对两种极端情况下的折衷.

引理 1. 强满意集合中至少包括一个元素,即最显著满意控制 $u_D$. (证明从略).

定理 1. 对于连续可微的凹准确性密度函数 $f_A$ 和凸拒绝度密度函数 $f_R$,控制空间

为$U=[u_{\min},u_{\max}]$,则有平衡集$E=[\min\{u_R,u_A\},\max\{u_R,u_A\}]$.

证明. 为了证明该定理,先证明$E=\{u\in U: f_A'(u)f_R'(u)\ge 0\}\cup\{u_R,u_A\}$.其中$f_A'(u)$和$f_R'(u)$分别表示$f_A(u)$和$f_R(u)$的导数.由$u_A$和$u_R$的定义,以及引理1,有$u_A\in E$,$u_R\in E$.对于任何$u\in E$,准确性密度函数$f_A$和拒绝度密度函数$f_R$在　的邻域内或者非增或者非减,故平衡集$E$满足: $E\subset\{u\in U: f_A'(u)f_R'(u)\ge 0\}\cup\{u_A,u_R\}$.又设$u\in\{v\in U: f_A'(v)f_R'(v)\ge 0\}\cup\{u_A,u_R\}$,如果$u=u_R$或$u=u_A$,则$u\in E$,若$u\ne u_A$且$u\ne u_R$,$\because$　必须满足$f_A'(u)f_R'(u)\ge 0$,$\therefore\exists\lambda\ge 0$,使得: $f_A'(u)-\lambda f_R'(u)=0$,由$f_A(u)$的凹性,$f_R(u)$的凸性,知$f_A(u)-\lambda f_R(u$　为凹函数,存在$f_A(u)-\lambda f_R(u$　的极大值,鞍点即为$f_A'(u)-\lambda f_R'(u)=0$时的　,令$b=\lambda$,则此时的　即为最显著满意控制,因此$u\in S_{Sb}$(由引理知),这意味着$u\in E$,因此有:

$$E\supset\{u\in U: f_A'(u)f_R'(u)\ge 0\}\cup\{u_A,u_R\}$$

$\therefore$有$E=\{u\in U: f_A'(u)f_R'(u)\ge 0\}\cup\{u_A,u_R\}$.

由$u_A$和$u_R$的定义及$f_A(u)$的凹性,$f_R(u)$的凸性,假设$u_A<u_R$,由于$E$中元素需满足$f_A'(u)f_R'(u)\ge 0$,所以平衡集为$E$=$[u_A,u_R]$; 若$u_A>u_R$,则平衡集为$E$=$[u_R,u_A]$.综上所述,有平衡集$E=[\min\{u_R,u_A\},\max\{u_R,u_A\}]$.　证毕.

## 4 基于理性原则的满意控制器设计

利用滚动时域有可能开发出一个较易处理的基于理性原则的满意控制器. 这里我们提出的满意控制器包含两个含义:1)控制效果是满意的; 2)整个优化控制过程,是在线以重复方式对有限时域的系统行为进行优化,而不是对整个控制过程的优化,追求的不是全过程的最优,而是次优,但由于系统、环境、干扰的影响,这种滚动的次优控制反而可比一次确定的最优控制更为满意[1].

考虑如下一般形式的离散非线性系统:

$$x(k+1)=f(x(k),u(k)) \tag{1}$$

其中$x(k),u(k)$分别为状态和输入矢量,其相应的维数分别为$n_x$和$n_u$. $f(0,0)=0$(原点为一个平衡点),且在原点连续. 模型预测控制的机制可以简述为有限时域滚动优化. 其有限时域上的性能指标为:

$$\min_{u(k),u(k+1),\cdots u(k+N-1)}\Phi_k=x(k+N|k)^T Px(k+N|k)+\sum_{i=k}^{k+N-1}\left[x(i|k)^T Qx(i|k)+u(i|k)^T Ru(i|k)\right] \tag{2}$$

其中$Q,R$为半正定权矩阵. 传统的预测控制算法是在每一采样时刻求解这个在线优化问题,得到一组最优控制序列$\{u(k),u(k+1),\cdots u(k+M-1)\}$,而在实施时是将当前时刻的控制量$u(k)$作用到被控对象上. 对于非线性系统来说,这个在线优化问题常常是非凸的,其求解往往是很困难的. 而基于理性原则的满意控制,只要满足一定的最小标准的要求就可以了,不必精确求出最优解. 这样,在每一采样时刻$k$,求出一组满意控制序列$\{u^*(k),u^*(k+1),\cdots u^*(k+M-1)\}$,取$k$时刻控制律$u(k)=u^*(k)$并

作用于系统. 到下一采样时刻$k+1$，重复上述优化过程，得到$u(k+1)$，依次进行.

从性能指标（2）可以看出，其第一项反映了对目标的追求,第二项反映了获得该目标所付出的代价.为了得到凹准确性密度函数$f_A$ 和凸拒绝度密度函数$f_R$，我们先定义两个独立的局部性能指标分别为[4]：

$$\Phi(\boldsymbol{u})=\Phi[u(k),u(k+1)\cdots u(k+N-1)]=x^T(k+N)Px(k+N) \tag{3}$$

和

$$\Lambda(\boldsymbol{u})=\Lambda[u(k),u(k+1)\cdots u(k+N-1)]=\sum_{i=0}^{N-1}x^T(i)Qx(i)+Ru^2( \tag{4}$$

其分别在$\boldsymbol{u_1}=\arg\min_{u\in U_m}\phi($ 和$\boldsymbol{u_2}=\arg\min_{u\in U_m}\Lambda($ 上取极小值.由定理 1 可推知当$\Lambda($ 在 上取极小值时,$\phi($ 则在 上取极大值.为此可定义如下的凹准确性函数和凸拒绝度函数分别为：

$$g_A[\boldsymbol{u};x(t)]=\phi(\boldsymbol{u_2})-\phi(\boldsymbol{u} \tag{5}$$

和

$$g_R[\boldsymbol{u};x(t)]=\Lambda(\boldsymbol{u})-\Lambda(\boldsymbol{u_2} \tag{6}$$

相应的概率密度函数分别为：

$$f_A[\boldsymbol{u};x(t)]=\frac{g_A[\boldsymbol{u};x(t)}{\int_{U^d}g_A[z;x(t)\,dz} \tag{7}$$

和

$$f_R[\boldsymbol{u};x(t)]=\frac{g_R[\boldsymbol{u};x(t)}{\int_{U^d}g_R[z;x(t)\,dz} \tag{8}$$

根据用户的要求和满意程度在获取目标和付出代价之间进行折衷，这反映在对$b$的取值上. 只要满足$f_A(\boldsymbol{u},x(t))\ge bf_R(\boldsymbol{u},x(\ )$ 要求的控制都认为是满意的，它符合理性原则. 通常我们可以取最显著满意控制$u_D$,有：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_D&=\arg_{u\in U}\{\max\{f_A(\boldsymbol{u})-bf_R(\boldsymbol{u})\}\quad\Leftrightarrow\arg_{u\in U}\{\max\{g_A[\boldsymbol{u};x(t)]-b'g_R[\boldsymbol{u};x(t)]\}\\&=\arg_{u\in U}\{\max\{\phi(\boldsymbol{u_2})-\phi(\quad -b'\Lambda(\boldsymbol{u})+b'\Lambda(\boldsymbol{u_2})\}\quad\Leftrightarrow\arg_{u\in U}\{\min\{\phi(u)+b'\Lambda(u)\}\end{aligned} \tag{9}$$

其中$b'=b\dfrac{\int_U g_A[z;x(t)]dz}{\int_U g_R[z;x(t)]dz}$

从上面的简单推导中可以看出,在每一时刻我们不是求解一个最优控制序列，而是转为求解一个满意控制序列，这使得求解变得较为简单，尤其是在有约束的非线性情况下. 文献[4]证明了满意控制与最优控制的一致性.

# 5 结论

满意控制放松了对唯一最好解的要求,而认为满足一定标准的决策就是满意且足够的.如果全局的信息可以获得,那么可以从全局的范围来设计效用函数;如果不能得到或实施全局解,则局部的信息仍旧可以通过滚动时域的方法来构造准确性和拒绝度效用函数,从而设计一个基于滚动时域的满意控制器.以满意概念取代最优概念实现优化,是预测控制的实用发展.本文借用理性原则的思想对满意控制从数学的角度进行了描述,在建立了数学描述之后,还有一系列基础理论和技术问题有待研究,如对满意控制器的稳定性、鲁棒性和灵敏度的分析,如何开发出一套满意控制器处理不确定性能力的算法,以降低计算复杂性等等.

## 参考文献


1 席裕庚. 复杂工业过程的满意控制 信息与控制, 1995,**24**(1):14-20

2. 李少远, 席裕庚 模糊动态环境下复杂系统的满意优化控制. 自动化学报. 录用待刊出

3 Simon H.A. A Behavioral Model of Rational Choice. *Quart. J. Economic*, 1955,**59**:99-118

4. Goodrich M.A, Stirling W.C, Frost R.L. A Theory of Satisficing Decisions and Control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-PA*, 1998,**28**(6):763-779

5. Stirling W.C, Goodrich M.A, Frost R.L. Procedurally Rational Decision-Making and Control. *IEEE Contr. Syst. Mag.*, 1996,**16**:66-75



**杜晓宁** 女,1973 年生. 现为上海交通大学自动化所博士研究生. 研究方向为预测控制、满意决策与控制.

**席裕庚** 男,1946 年生, 1984 年在得国慕尼黑工业大学获得博士学位, 现为上海交通大学自动化系教授, 博士生导师. 主要从事预测控制、复杂系统控制理论和智能机器人的研究.

**李少远** 男,1965 年生,1997 年 7 月在南开大学计算机与系统科学系获得博士学位,现为上海交通大学自动化所副教授. 研究领域为预测控制, 模糊控制, 自适应控制理论与应用.