第27卷 第2期
2001年3月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 27, No. 2
Mar., 2001

短文

基于观测器的鲁棒 H_2 控制器设计[1)]

夏元清 贾英民

(北京航空航天大学第七研究室 北京 100083 E-mail: xiayuanqing@263.net)

摘 要 研究了一类含有参数不确定系统的观测器型鲁棒 H_2 控制器的设计问题. 基于状态反馈和观测器设计的可分离性原理，给出了控制器存在的充分条件和系统 H_2 性能指标的一个上界. 利用线性矩阵不等式凸优化方法还得到了使该界达到最小的观测增益.

关键词 不确定系统，鲁棒性，观测器，线性矩阵不等式，优化.

DESIGN OF OBSERVER-BASED ROBUST H_2 CONTROLLERS

XIA Yuan-Qing JIA Ying-Min

(*The Seventh Research Division, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing* 100083)

(E-mail: xiayuanqing@263.net)

Abstract This paper is devoted to the problem of designing robust H_2 controllers for linear uncertain systems based on state observers. Exploiting the famous separation principle, sufficient conditions for the existence of controllers and an upper bound on H_2 performance are obtained. Observer matrix gains which make the upper bound minimized are also derived by the methods of convex optimization based on linear matrix inequalities.

Key words Uncertain systems, robustness, observers, linear matrix inequality, convex optimization.

1 引言

线性不确定系统的反馈控制器设计已有很多方法[1~3]，由此所得到的控制器通常是建立在状态完全可检测的基础上. 当系统状态不能完全测得时，一般要设计基于观测器的控制器. 另外，在实际系统的设计中，还要进一步强调系统性能的鲁棒性. 虽然系统 H_2 范数作为性能指标已得到了广泛的研究[4~7]，但有关观测器型鲁棒 H_2 控制器的设计结果还

1) 国家攀登计划与国家自然科学基金(69625506)资助项目.

收稿日期 2000-01-24 收修改稿日期 2000-05-19

不多. 特别在不确定系统中,由于 H_2性能指标与不确定参数有关,直接求其最小值是困难的. 本文正是研究了一类不确定系统的观测器型鲁棒 H_2控制器的设计问题.

2 问题的描述

考虑如下不确定系统:

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) + B_1\omega(t), \tag{1}$$

$$z(t) = C_1x(t) + D_{12}u(t), \tag{2}$$

$$y(t) = Cx(t), \tag{3}$$

其中 $x(t)\in R^n$ 为状态,$u(t)\in R^m$ 为控制输入,$z(t)\in R^q$ 为系统输出,$y(t)\in R^p$ 为系统可测输出,$\omega(t)\in R^l$ 为单位白噪声,A,B,B_1,C,C_1,D_{12}为已知标称矩阵,$\Delta A,\Delta B$ 为参数摄动阵,且满足

A1) $[\Delta A \quad \Delta B] = EF(t)[M_1 \quad M_2]$, (4)

其中 $F(t)\in \Omega=\{F(t):F(t)$为时变参数不确定矩阵且满足 $F(t)F(t)^{\mathrm{T}}\leqslant I, F(t)\in R^{i\times j}\}$;

A2) $C=[I_p \quad 0], D_{12}^{\mathrm{T}}[C_1 \quad C_{12}]=[0 \quad I]$; (5)

A3) 标称系统(A,B,C)是可控和可观测的.

注 1. 通过适当的变换,可使系统满足假设 A2),因此不失一般性.

为讨论方便,对矩阵 A,B,B_1,E 进行如下分块:

$$A=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}B_{11}\\ B_{12}\end{bmatrix},\quad B_1=\begin{bmatrix}B_{21}\\ B_{22}\end{bmatrix},\quad E=\begin{bmatrix}E_{11}\\ E_{12}\end{bmatrix}, \tag{6}$$

其中 $A_{11}\in R^{p\times p}, A_{12}\in R^{p\times(n-p)}, A_{21}\in R^{(n-p)\times p}, A_{22}\in R^{(n-p)\times(n-p)}, B_{11}\in R^{p\times m}, B_{12}\in R^{(n-p)\times m}, B_{21}\in R^{p\times l}, B_{22}\in R^{(n-p)\times l}, E_{11}\in R^{p\times i}, E_{12}\in R^{(n-p)\times i}$.

由条件 A3),存在$(n-p)\times p$ 矩阵 L 使得 $A_{22}+LA_{12}$为渐近稳定的,定义$(n-p)\times n$ 矩阵 T 为

$$T:=[L \quad I_{n-p}]. \tag{7}$$

由文献[8]状态观测器设计理论可知,$x(t)$的估计 $\hat{x}(t)$可取为

$$\hat{x}(t) = Q_1y(t) + Q_2m(t), \tag{8}$$

其中
$$Q_1=[I_p \quad -L^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\quad Q_2=[0 \quad I_{(n-p)}]^{\mathrm{T}}, \tag{9}$$

且 $m(t)\in R^{(n-p)}$为下面方程的解:

$$\dot{m}(t) = TAQ_2m(t) + TAQ_1y(t) + TBu(t). \tag{10}$$

基于观测器的控制器为

$$u(t) = K\hat{x}(t) = KQ_1y(t) + KQ_2m(t). \tag{11}$$

注意到
$$Q_1C + Q_2T = I_n, \tag{12}$$

定义
$$e(t):=Tx(t) - m(t), \xi(t) = [x^{\mathrm{T}} \quad e^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \tag{13}$$

则增广闭环系统为

$$\dot{\xi}(t) = (\overline{A} + \Delta\overline{A})\xi(t) + \overline{B}\omega(t), z(t) = \overline{C}\xi(t), \tag{14),(15}$$

其中

$$\overline{A}=\begin{bmatrix}A+BK & -BKQ_2\\ 0 & A_{22}+LA_{12}\end{bmatrix}, \Delta\overline{A}=\overline{E}\overline{F}(t)\overline{M}, \overline{C}=[C_1+D_{12}K \quad -D_{12}KQ_2],$$

$$\overline{B}=\begin{bmatrix}B_1\\TB_1\end{bmatrix},\overline{E}=\begin{bmatrix}E&0\\0&TE\end{bmatrix},\overline{F}=\begin{bmatrix}F(t)&0\\0&F(t)\end{bmatrix},\overline{M}=\begin{bmatrix}M_1+M_2K&-M_2KQ_2\\M_1+M_2K&-M_2KQ_2\end{bmatrix}. \tag{16}$$

定义 H_2性能指标

$$J_0=\sup_{F\in\Omega}\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}\{z(t)^{\mathrm{T}}z(t)\}, \tag{17}$$

其中 E(·)表示随机矩阵的数学期望.

本文研究的问题是:如何确定状态反馈增益 K 和观测增益 L,满足

1) 增广闭环系统(14),(15)是渐近稳定的;2) H_2性能指标式(17)达到最小.

3　主要结果

本文主要结果的证明需用以下引理:

引理1[9]. 如果 $\overline{A}+\Delta\overline{A}$ 是渐近稳定的且对所有 $\Delta\overline{A}$,下列方程:

$$(\overline{A}+\Delta\overline{A})^{\mathrm{T}}P_1+P_1(\overline{A}+\Delta\overline{A})+\overline{C}^{\mathrm{T}}\overline{C}=0 \tag{18}$$

有解 $P_1\geqslant0$,那么 H_2性能指标

$$J_0=\sup_{F\in\Omega}\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}\{z(t)^{\mathrm{T}}z(t)\}=\sup_{F\in\Omega}\mathrm{Tr}(\overline{B}^{\mathrm{T}}P_1\overline{B}), \tag{19}$$

其中 Tr(·)表示矩阵的迹.

引理2[10]. 如果存在一正定对称阵 P,使得

$$(\overline{A}+\Delta\overline{A})^{\mathrm{T}}P+P(\overline{A}+\Delta\overline{A})<0 \tag{20}$$

成立,则 $\overline{A}+\Delta\overline{A}$ 是渐近稳定的.

引理3. 对任何矩阵 P,不等式

$$(\overline{E}\overline{F}(t)\overline{M})^{\mathrm{T}}P+P(\overline{E}\overline{F}(t)\overline{M})\leqslant P\overline{E}\overline{E}^{\mathrm{T}}P+\overline{M}^{\mathrm{T}}\overline{M} \tag{21}$$

成立.

证明. 由$(P\overline{E}\overline{F}-\overline{M}^{\mathrm{T}})(P\overline{E}\overline{F}-\overline{M}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\geqslant0$　和 $\overline{F}(t)\overline{F}(t)^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}F(t)&0\\0&F(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F(t)&0\\0&F(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$

$=\begin{bmatrix}F(t)F(t)^{\mathrm{T}}&0\\0&F(t)F(t)^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\leqslant I$,可知式(20)成立.　　证毕.

引理4. 如果 $\overline{A}+\Delta\overline{A}$ 是渐近稳定的且下列方程

$$(\overline{A}+\Delta\overline{A})^{\mathrm{T}}P_1+P_1(\overline{A}+\Delta\overline{A})+\overline{C}^{\mathrm{T}}\overline{C}=0, \tag{22}$$

$$\overline{A}^{\mathrm{T}}P_2+P_2\overline{A}+P_2\overline{E}\overline{E}^{\mathrm{T}}P_2+\overline{M}^{\mathrm{T}}\overline{M}+\overline{C}^{\mathrm{T}}\overline{C}<0, \tag{23}$$

分别有解 $P_1\geqslant0,P_2\geqslant0$,那么,$P_1<P_2$.

证明. 从(23)式减去(22)式,可得

$$\overline{A}^{\mathrm{T}}(P_2-P_1)+(P_2-P_1)\overline{A}+P_2\overline{E}\overline{E}^{\mathrm{T}}P_2+\overline{M}^{\mathrm{T}}\overline{M}-\Delta\overline{A}^{\mathrm{T}}P_1-P_1\Delta\overline{A}<0.$$

由引理1,并注意到 $\Delta\overline{A}=\overline{E}\overline{F}\overline{M}$,可知

$$\overline{A}^{\mathrm{T}}(P_2-P_1)+(P_2-P_1)\overline{A}+\Delta\overline{A}^{\mathrm{T}}(P_2-P_1)+(P_2-P_1)\Delta\overline{A}<0,$$

即　$(\overline{A}+\Delta\overline{A})^{\mathrm{T}}(P_2-P_1)+(P_2-P_1)(\overline{A}+\Delta\overline{A})<0.$

令　$W=-[(\overline{A}+\Delta\overline{A})^{\mathrm{T}}(P_2-P_1)+(P_2-P_1)(\overline{A}+\Delta\overline{A})]>0,$

满足　$[\overline{A}+\Delta\overline{A}]^{\mathrm{T}}[P_2-P_1]+[P_2-P_1][\overline{A}+\Delta\overline{A}]+W=0,$

因为 $\overline{A}+\Delta\overline{A}$ 是渐近稳定的,所以

$$P_2 - P_1 = \int_0^{\infty} e^{(\overline{A}+\Delta\overline{A})^{\mathrm{T}}t} W e^{(\overline{A}+\Delta\overline{A})t}\mathrm{d}t > 0,$$

因而 $P_1<P_2$. 证毕.

注2. 此引理的证明方法类似于文献[11,12],但这里涉及到参数不确定处理.

本文的主要结果:

记 $R = I + 2M_2^{\mathrm{T}}M_2, H = Q_2^{\mathrm{T}}(B^{\mathrm{T}}P_4 + 2M_2^{\mathrm{T}}M_1)^{\mathrm{T}}R^{-1}(B^{\mathrm{T}}P_4 + 2M_2^{\mathrm{T}}M_1)Q_2.$ (24)

定理1. 如果存在充分小的 $\varepsilon>0$ 使得如下 Riccati 方程和不等式

$$(A - 2BR^{-1}M_2^{\mathrm{T}}M_1)^{\mathrm{T}}P_4 + P_4(A - 2BR^{-1}M_2^{\mathrm{T}}M_1) + P_4(EE^{\mathrm{T}} - BR^{-1}B^{\mathrm{T}})P_4 + 2M_1^{\mathrm{T}}R^{-1}M_1 + C_1^{\mathrm{T}}C_1 + \varepsilon I = 0, \tag{25}$$

$$(A_{22} + LA_{12})^{\mathrm{T}}P_5 + P_5(A_{22} + LA_{12}) + P_5TEE^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}}P_5 + H < 0 \tag{26}$$

分别有正定解 P_4, P_5,那么取 $K=-R^{-1}(B^{\mathrm{T}}P_4+2M_2^{\mathrm{T}}M_1)$ 和 $P_2=\begin{bmatrix}P_4 & 0\\ 0 & P_5\end{bmatrix}$,增广闭环系统(14),(15)是渐近稳定的且下列不等式成立

$$J_0 = \sup_{F\in\Omega}\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}\{z(t)^{\mathrm{T}}z(t)\} = \sup_{F\in\Omega}\mathrm{Tr}(\overline{B}^{\mathrm{T}}P_1\overline{B}) \leqslant \mathrm{Tr}(\overline{B}^{\mathrm{T}}P_2\overline{B}). \tag{27}$$

证明. 由 $P_2=\begin{bmatrix}P_4 & 0\\ 0 & P_5\end{bmatrix}$,可得 $\overline{A}^{\mathrm{T}}P_2+P_2\overline{A}+P_2\overline{E}\overline{E}^{\mathrm{T}}P_2+\overline{M}^{\mathrm{T}}\overline{M}+\overline{C}^{\mathrm{T}}\overline{C}=G$,这里 $G=\begin{bmatrix}G_{11} & G_{12}\\ G_{21} & G_{22}\end{bmatrix}$,其中

$$G_{11} = (A + BK)^{\mathrm{T}}P_4 + P_4(A + BK) + 2(M_1 + M_2K)^{\mathrm{T}}(M_1 + M_2K) + (C_1 + D_{12}K)^{\mathrm{T}}(C_1 + D_{12}K), \tag{28}$$

$$G_{12} = - P_4BKQ_2 - 2(M_1 + M_2K)^{\mathrm{T}}M_2KQ_2 - (C_1 + D_{12}K)^{\mathrm{T}}D_{12}KQ_2, \tag{29}$$

$$G_{22} = (A_{22} + LA_{12})^{\mathrm{T}}P_5 + P_5(A_{22} + LA_{12}) + P_5TEE^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}}P_5 + 2(M_2KQ_2)^{\mathrm{T}}(M_2KQ_2) + (D_{12}KQ_2)^{\mathrm{T}}(D_{12}KQ_2). \tag{30}$$

根据方程(25),(26),$K=-R^{-1}(B^{\mathrm{T}}P_4+2M_2^{\mathrm{T}}M_1)$,可得 $G_{11}=-\varepsilon I<0, G_{12}=G_{21}^{\mathrm{T}}=0$, $G_{22}<0$,从而 $G<0$.

由引理1可知 $[\overline{A}+\Delta\overline{A}]^{\mathrm{T}}P_2+P_2[\overline{A}+\Delta\overline{A}]\leqslant\overline{A}^{\mathrm{T}}P_2+P_2\overline{A}+P_2\overline{E}\overline{E}^{\mathrm{T}}P_2+\overline{M}^{\mathrm{T}}\overline{M}$,

而
$$\overline{A}^{\mathrm{T}}P_2 + P_2\overline{A} + P_2\overline{E}\overline{E}^{\mathrm{T}}P_2 + \overline{M}^{\mathrm{T}}\overline{M} = G - \overline{C}^{\mathrm{T}}\overline{C} < 0,$$

因此
$$[\overline{A} + \Delta\overline{A}]^{\mathrm{T}}P_2 + P_2[\overline{A} + \Delta\overline{A}] < 0.$$

由引理2可知,增广闭环系统是渐近稳定的. 由引理4可得 $P_1<P_2$,因而(27)式成立.

证毕.

注3. 本文 P_2 取为对角块形式,虽具有一定的保守性,但却可以使问题转化为 Riccati 方程的求解. 令

$$J_1 = \mathrm{Tr}(B_1^{\mathrm{T}}P_4B_1), J_2 = \mathrm{Tr}[(LB_{21} + B_{22})^{\mathrm{T}}P_5(LB_{21} + B_{22})], \tag{31}$$

由(6)式可得

$$J_0 \leqslant \mathrm{Tr}(\overline{B}^{\mathrm{T}}P_2\overline{B}) = \mathrm{Tr}(B_1^{\mathrm{T}}P_4B_1) + \mathrm{Tr}(B_1^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}}P_5TB_1) = \mathrm{Tr}(B_1^{\mathrm{T}}P_4B_1) + \mathrm{Tr}[(LB_{21} + B_{22})^{\mathrm{T}}P_5(LB_{21} + B_{22})] = J_1 + J_2. \tag{32}$$

由定理1可知,J_2 含有满足式(28)观测增益 L. 目前,有两种方法优化性能指标 J_2:一是

Lagrange 乘子法[11~13]，另一是线性矩阵不等式的凸优化方法[14]. 本文采用后一种方法.

定理2. 如果凸优化问题

$$J_3 = \min \mathrm{Tr}(Q), \tag{33}$$

$$\begin{bmatrix} A_{22}^{\mathrm{T}}P_5 + P_5A_{22} + A_{12}^{\mathrm{T}}V^{\mathrm{T}} + VA_{12} + H & VE_{11} + P_5E_{12} \\ E_{11}^{\mathrm{T}}V^{\mathrm{T}} + E_{12}^{\mathrm{T}}P_5 & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{34}$$

$$\begin{bmatrix} P_5 & VB_{21} + P_5B_{22} \\ B_{21}^{\mathrm{T}}V^{\mathrm{T}} + B_{22}^{\mathrm{T}}P_5 & Q \end{bmatrix} > 0 \tag{35}$$

有解 $P_5>0, Q>0, V$，那么矩阵 $L=P_5^{-1}V$ 满足

1) 增广闭环系统(14)，(15)是渐近稳定的；2) $J_0 \leqslant J_1+J_3$.

证明. 令 (P_5, V) 是上述优化问题的最优解. 因为 $P_5>0$ 是非奇的. 当 $L=P_5^{-1}V$ 时，首先证明增广闭环系统(14)，(15)是渐近稳定的. 因为(34)式可改写为

$$(A_{22}+LA_{12})^{\mathrm{T}}P_5 + P_5(A_{22}+LA_{12}) + P_5TEE^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}}P_5 + H < 0, \tag{36}$$

由定理1和引理4可得，增广闭环系统是渐近稳定的. 其次证明 $\min J_2 \leqslant J_3$. 因为式(35)可改写为 $Q>B_1^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}}P_5TB_1$，因此，$J_3=\min\mathrm{Tr}(Q) \geqslant \min J_2 = \min\mathrm{Tr}(B_1^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}}P_5TB_1)$，从而 $J_0 \leqslant J_1+J_3$.　　证毕.

3　数值例子

考虑如下不确定线性随机系统(1)～(3)

$$A=\begin{bmatrix} -0.3 & 0.5 & 1 \\ -0.2 & -0.6 & 2 \\ 0.4 & 0.8 & 4 \end{bmatrix}, \quad B=\begin{bmatrix} 2 & 0.5 \\ 0.6 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad B_1=\begin{bmatrix} 0.3 & 0.5 \\ 0.2 & 0.4 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$C_1=\begin{bmatrix} -0.01 & 0.1 & 0.01 \\ -0.01 & 0.1 & 0.01 \\ -0.01 & 0.1 & 0.01 \end{bmatrix}, \quad D_{12}=\begin{bmatrix} 0.7071 & 0.7001 \\ 0 & 0.1400 \\ 0.7071 & -0.7001 \end{bmatrix},$$

$$E=\begin{bmatrix} 0.1 & -0.2 \\ 0.3 & 0.1 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix}, \quad C=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad M_1=\begin{bmatrix} 0.05 & 0.01 & 0.02 \\ -0.01 & -0.03 & 0.04 \end{bmatrix},$$

$M_1=\begin{bmatrix} 0.05 & 0.01 & 0.02 \\ -0.01 & -0.03 & 0.04 \end{bmatrix}$，$M_2=\begin{bmatrix} -0.02 & 0.04 \\ -0.02 & -0.01 \end{bmatrix}$，$\varepsilon=0.00001$，$F(t)\in R^{2\times 2}$，其满足 $F(t)F(t)^{\mathrm{T}} \leqslant I$. 根据 Riccati 方程(27)可得一正定解

$$P_4=\begin{bmatrix} 0.0423 & -0.0543 & 0.0026 \\ -0.0543 & 0.1659 & 0.1222 \\ 0.0026 & 0.1222 & 0.4077 \end{bmatrix},$$

$$K=\begin{bmatrix} -0.0605 & -0.4804 & -1.7052 \\ 0.0237 & -0.3839 & -0.9385 \end{bmatrix}, \qquad H=3.7924,$$

$J_1=0.0681$. 对线性矩阵不等式组(35)～(37)，利用 Matlab Toolbox 可得

$$P_5=0.4421, \quad V=[2.3050\ \ -3.2512], \quad J_3=0.0246,$$

因此 $L = P_5^{-1}V = [5.2138 \quad -7.3541]$， $J_0 \leqslant 0.0927$.

4 结论

本文解决了一类含参数不确定系统观测器型的鲁棒 H_2控制问题.给出了存在状态反馈控制器的充分条件.通过一个修正的Riccati矩阵方程和线性矩阵不等式组约束的凸优化问题的求解,可获得状态反馈增益和使得系统 H_2性能指标的一个上界达到最小的观测增益.数值例子说明了其结果的有效性.

参 考 文 献

1 Jabbari F, Schmiterndorf W E. A noniterative method for design of linear robust controllers. *IEEE. Autom. Control*, 1990, **35**: (8): 954~957

2 Mao-Lin Ni, Hong-Xin Wu. A Riccati equation approach to the design of linear robust controllers. *Automatica*, 1993, **29**(6): 1603~1605

3 Breinl W, Leitran G. State feedback for uncertain dynamic systems. *Appl. math computation*, 1989, **22**(1): 65~89

4 Fermando Paganini. Frequency domain conditions for robust H_2 performance. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1999, **38**(9): 1358~1370

5 David Banjerdpongchai, Jonathan P How. Parametric robust H_2 control design with generalized multipliers via LMI synthesis. *Int. J. Control*, 1998, **70**(3): 481~503

6 Stoorvgel A A. The robust H_2 control problem: A worst-case design. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1999, **44**(1): 38~49

7 Geromel J C, Gapski P B. Synthesis of positive real H_2 controllers. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1997, **42**(7): 987~992

8 Schmiterndorf W E. Design of observer-based robust stabilizing controllers. *Automatica*, 1988, **24**(5): 693~698

9 Michael Green, David J N. Limebeer Linear robust control. Englewood Cliff, NJ: Prentice-Hall, Inc. 1995

10 Barmish B R. Necessary and sufficient conditions for quadratic stabilizability of an uncertain system. *J. Optim. Theory & Appl.*, 1985, **46**(4): 399~408

11 Wassim M Haddad, Vijaya-Sekhar Chellaboina. Mixed-norm H_2/L_1 controller synthesis via fixed-order dynamic compensation: A Riccati equation approach. *Int. J. Control*, 1998, **71**(1): 35~39

12 Dennis S. Bernstein, Wassim M. Haddad. LQG control with an H_∞ performance bound: A Riccati equation approach. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1989, **34**(3): 293~305

13 Wassim M. Haddad, Denis Mustafa. Mixed-norm H_2/H_∞ regulation and estimation: The discrete-time case. *Syst. & Control Lett.*, 1991, **16**(4): 235~247

14 Carsten Scherer, Pascal Gahinet. Mahmoud Chiali. multiobjective output-feedback control via LMI optiomization. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1997, **42**(7): 896~911

夏元清 1971年生.北京航空航天大学博士生.目前从事鲁棒控制方面的研究.

贾英民 1958年生.北京航空航天大学第七研究室教授、博士生导师.目前的研究兴趣为鲁棒控制、智能控制和优化计算及其在车辆系统和工业过程中的应用.