第27卷 第2期
2001年3月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 27, No. 2
Mar., 2001

具有不可控变迁离散事件系统的 Petri 网控制器[1)]

邢科义 席裕庚 胡保生
(上海交通大学自动化研究所 上海 200030) (西安交通大学系统工程研究所 西安 710049)

摘 要 考虑可用具有不可控变迁的受控 Petri 网建模的离散事件动态系统. 提出了在这类系统中实现一组不等式约束的控制器的综合方法. 所提出的控制器可通过给系统 Petri 网模型增加一些 Petri 网元素来实现，其计算是建立在本文提出的 Petri 网的路增益概念基础上的. 方法是系统、简单、计算量小.

关键词 离散事件系统，Petri 网，路增益 不变量，控制器.

PETRI NET CONTROLLER FOR DISCRETE EVENT SYSTEMS WITH UNCONTROLLABLE TRANSITIONS

XING Ke-Yi XI Yu-Geng
(Institute of Automation, Shanghai JiaoTong University, Shanghai 200030)
HU Bao-Sheng
(Systems Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract In this paper we consider discrete event dynamic systems represented by controlled Petri nets with some uncontrollable transitions. A method for synthesizing a controller is presented, which enforces a set of linear inequality constraints on the reachable markings of the system Petri net model. The controller is implemented by adding some Petri net elements into the system Petri net model and is computed based on the Petri net concept of path gains first introduced in this paper. The approach is systematic and computationally inexpensive in terms of design time and implementation complexity.

Key words Discrete event dynamic systems, Petri net, path gain, invariant, controller.

1 引言

Petri 网以其简单、直观，能用较小的模型表示较大的系统运行空间，近年来被广泛

1)国家自然科学基金、西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室基金资助项目.
收稿日期 1998-09-22 收修改稿日期 1999-08-25

用于离散事件系统建模[1,2]. 基于 Petri 网离散事件系统的控制理论也得到了深入地发展，目的就是要设计控制器以保证系统的运行满足希望的性能要求，而控制器的 Petri 网表示使其实现简单而且使受控系统仍具有 Petri 网模型. 故其分析、验证等都可再次利用 Petri 网的理论、，技术来进行. 对离散事件系统各种问题的 Petri 网控制器的研究已取得了许多结果[1~4].

本文基于 Petri 网模型，研究离散事件系统的控制规范用线性不等式约束表示的控制问题. 提出了 Petri 网增益的概念. 基于这一概念，通过构造 Petri 网位置不变量的方法来综合系统的 Petri 网控制器，使受控系统满足希望的性能要求.

2　基本知识

2.1　Petri 网

Petri 网是一个二部有向图 PN，其结构可用四元组来表示

$$PN=(P,T,I,O),$$

其中 P, T 分别是有限位置集和变迁集，分别有 n 个和 m 个元素. $I\subseteq P\times T$, $O\subseteq T\times P$ 是弧集，其上的输入函数和输出函数也分别记为 I: $P\times T\rightarrow Z^+$, O: $T\times P\rightarrow Z^+$, Z, Z^+ 分别是整数集合和非负整数集合. 在 Petri 网图中用小圆表示位置，用短线表示变迁. Petri 网的位置用标记(token)标识，标记在位置中的分布代表网的状态或标识. 用 n 维列向量表示标识. 设初始标识为 M_0. 而变迁的引发引起标记的流动. Petri 的关联矩阵是一个 $n\times m$ 的整数矩阵 $D=D^+-D^-$，其中 $D^+=(\,O(t_j,\,p_i))$的$(i,\,j)$元素是$O(t_j,\,p_i)$，$D^-(i,\,j)=\,(I(p_i,\,t_j))$的$(i,\,j)$元素是 $I(p_i,\,t_j)$. 在状态 M_k 下，当 $D^-q_i\leqslant M_k$ 时，变迁 t_i 是使能的，其中 q_i 是第 i 个元素为1，其余元素为0的 m 维的列向量. 使能变迁 t_i 的引发使系统从状态 M_k 转移到 M_{k+1}，即 $M_{k+1}=M_k+Dq_i$.

Petri 网的一个变迁称为是不可控的，如果它的引发不受外部控制器的直接限制. 不可控变迁的引发只受网结构和状态的限制.

Petri 网的一条路就是它图中的一条有向路. 如果一条路上的所有变迁都是不可控的，则称它为不可控路. 一条从可控变迁 t 到位置 p 的路，如果除 t 外，其它变迁都是不可控的，则称它为内部不可控路.

给定两个具有相同变迁集的标识 Petri 网 $PN_i=(P_i,T,I_i,O_i,,M_{i0})$, $i=1,2$, $P_1\cap P_2=\varnothing$，定义它们的合成网为 $PN=(P_1\cup P_2,\,T,\,I_1\cup I_2,\,O_1\cup O_2,,\,M_0)$，其中 $M_0(p)=M_{10}(p)$, $p\in P_1$; $M_0(p)=M_{20}(p)$, $p\in P_2$.

2.2　基于位置不变量的 Petri 网控制器

Petri 网的位置不变量在监控器综合中起着重要作用. 一个位置不变量是一个 $n=|P|$ 维整数向量 X，对任何能从初始标识 M_0到达的标识 M 都有 $X^{\mathrm{T}}M=X^{\mathrm{T}}M_0$成立. 即 $X^{\mathrm{T}}M$ 在系统运行中是一个常量. 位置不变量可由方程 $X^{\mathrm{T}}D=0$求解得到.

设所考虑的离散事件系统的 Petri 网模型为 PN，其关联矩阵为 $D_p\in Z^{n\times m}$. PN 的一个 Petri 网控制器为 CN，CN 的位置集是由控制位置组成，CN,PN 具有相同的变迁集，CN 的关联矩阵用 $D_c\in Z^{n_c\times m}$表示. 受控系统的模型是由 PN,CN 耦合而成的 Petri 网

CPN，其关联矩阵为 $D=\begin{bmatrix}D_p\\D_c\end{bmatrix}$. 为区别 PN,CN 的元素，以后将对它们的元素分别带以下标 p,c.

在 Petri 网模型下，许多控制问题是要求 PN 的可达标识 M_p 满足一组线性不等式约束[1,2]

$$LM_p \leqslant B,$$

其中 $L \in Z^{n_c \times m}$，$L \geqslant 0$，$M_p \in Z^n$，$B \in Z^{n_c}$.

引理1[4]. 当 PN 的初始标识 M_{p0}满足 $LM_{p0} \leqslant b$，而且它的所有变迁都可控时，具有关联矩阵和初始标识分别为

$$D_c = -LD_p, M_{c0} = B - LM_{p0}$$

的 Petri 网控制器 CN 使得受控系统满足约束 $LM_p \leqslant B$，而且 CN 是极大允许的控制器.

由引理1知，为使 Petri 网控制器限制 PN 的某一变迁的引发，控制器必须有一条从控制位置到这一变迁的弧. 当控制位置中的标记数小于弧的函数值时，变迁不能使能引发. 而 Petri 网控制器不能含有任何到不可控变迁的弧，即要求 $LD_{uc} \leqslant 0$，其中 D_{uc}是由 D_p 中对应不可控变迁的列组成的矩阵. 在具有不可控变迁的 PN 中，即使标识 M_p 满足约束限制，也会由于不可控变迁的引发而使系统从 M_p 到达某个不满足约束的标识.

定义1. PN 的一个标识 M_p 称为是允许的，如果 $LM_p \leqslant B$，而且对任何由 M_p 经不可控变迁的引发到达的标识 M' 都有 $L M' \leqslant B$ 成立.

当系统的标识不是允许标识时，增加任何控制后系统仍可能到达不满足约束的状态. 故必须要求初始标识 M_{p0}和任何可达标识都应是允许标识.

3 Petri 网控制器的综合

3.1 例子及方法描述

例1. 考虑如图1所示的简单 Petri 网，设所有弧的权函数值为1，控制约束为 $M_p(p_3) \leqslant 10$. 当 t_3是可控变迁时，控制位置 c_1就可实现约束要求. 但当 t_3不可控，而 t_1，t_2可控时，只有限制 t_1，t_2的引发次数才能限制 p_3中的标记数. 控制位置 c_2就是此时实现约束的 Petri 网控制器的控制位置.

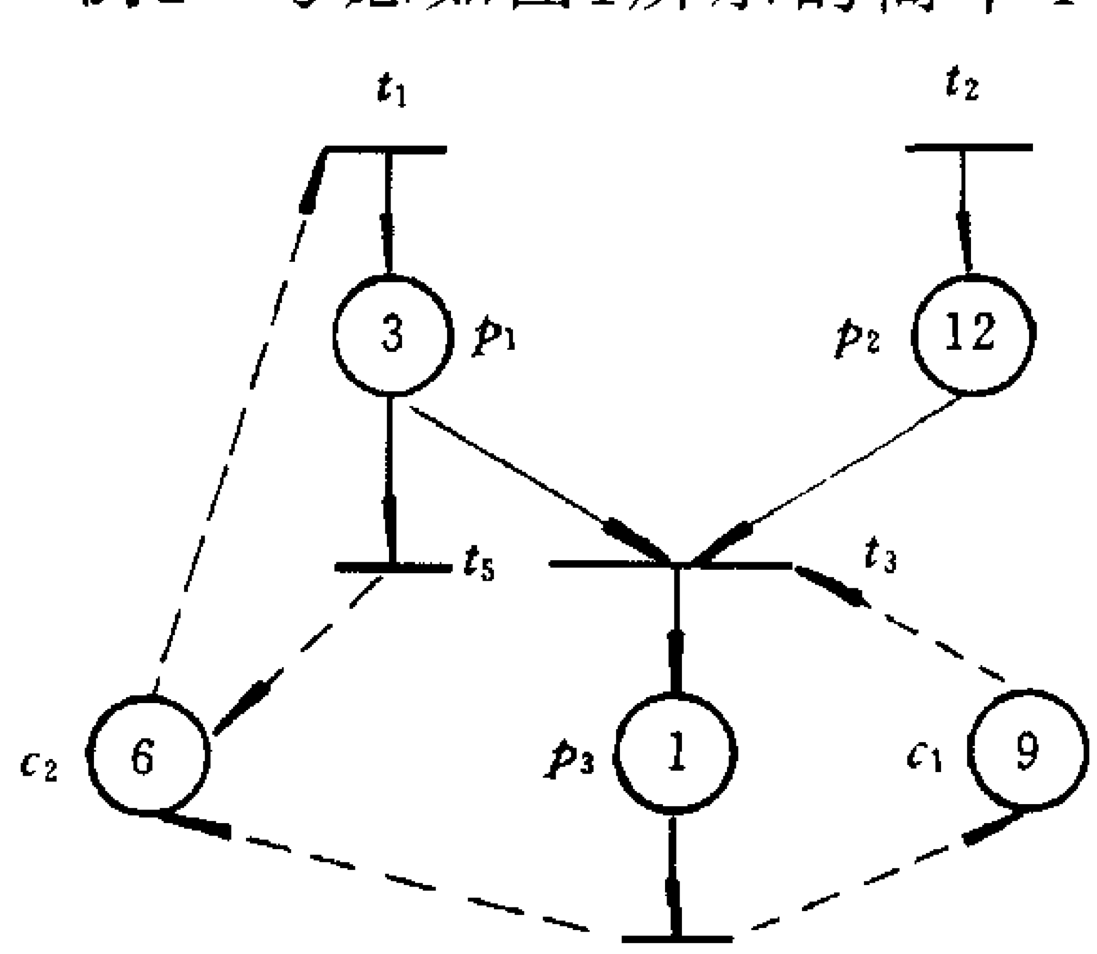

图1 简单 Petri 网及其 Petri 网控制器

实现给定的不等式约束就是要限制一些位置中的标记数. 而限制这些位置中的标记数的目的是在有不可控变迁存在的 PN 中，必须限制到这些位置的某些内部不可控路上的可控变迁的引发次数. 但当这些可控变迁引发之后，标记的转移不再受外部作用的限制. 故为防止系统到达违犯约束要求的状态，必须保证在不可控变迁的作用下，标记尽可能的流向这些位置时，到达的任何标识仍都满足约束的要求.

定义2. 设 S 是一条路，S 上的所有输入弧的权函数值之积和所有输出弧的权函数值之积，分别记为 $r(S)$,$y(S)$，简称为 S 的输入积和输出积. 而把 S 的输出积和输入积之

比 $y(S)/r(S)$ 称为路 S 的增益，记作 $G(S)$.

例如当一条路 $S=p_1t_1,p_2t_2,\cdots,p_kt_k$ 时，$r(S)=\prod_{i=1}^{k}I(p_i,t_i)$，$y(S)=\prod_{i=1}^{k-1}O(t_i,p_{i+1})$．$r(S)$，$y(S)$,$G(S)$的意义为：当把路 S 作为一个独立的 Petri 网时，1) S 是从位置 p 到位置 p' 的路，p 中的 $r(S)$ 个标记可经过 S 上的变迁的以次引发，使 p' 中得到 $y(S)$ 个标记，当 $G(S)$ 是整数时，p 中的一个标记可转换成 p' 中的 $G(S)$ 个标记；2) S 是从变迁 t 到位置 p' 的路，t 引发 $r(S)$ 次后，可经 S 上变迁的引发使 p' 中得到 $y(S)$ 个标记. 其它情形有类似意义.

3.2　实现单个约束 $M_p(p^*)\leqslant b$ 的 Petri 网控制器

设 $p^*\in P$ 是一个位置，p^* 的不可控网是 PN 的一个子网 $N^*=(P^*,T^*,I^*,O^*)$，从任何 $p\in P^*$ 或 $t\in T^*$ 有一条到 p^* 的不可控或内部不可控路，I^*，O^* 为这些路上的弧及对应的权函数.

在综合 Petri 网控制器时，只要限制 N^* 中可控变迁的引发次数，就可限制到达 p^* 中标记的最大数. 为保证 Petri 网控制器的存在性，在以下假设不存在 $p\in P^*$ 和可控变迁 $t\in T^*$，使得 $I^*(p,t)>0$，并设从 N^* 的一个可控变迁到 p^* 仅有一条内部不可控路.

如果一个变迁 $t\in T^*$ 有两个或两个以上的输入位置，则只要控制到其中一个位置，如 p 的所有内部不可控路上可控变迁的引发次数，也能限制 p^* 的标记数量. 故在设计控制时，除 p 以外的其余位置可以不考虑，并可把 N^* 中到 t 而不经过 p 的内部不可控路全部删除掉. 把 N^* 经过对每个变迁都进行这种删除操作而得到的 Petri 网称为 p^* 的一个控制网，记作 $N_{p^*}=(P_{p^*},T_{p^*},I_{p^*},O_{p^*})$，$N_{p^*}$ 是 N^* 的子网. 在选取 N_{p^*} 时，要保证 $\sum_{p\in P_{p^*}}G_pM_{p0}(p)\leqslant b$ 成立，这里 G_p 是 p 到 p^* 的有向路的增益. M_{p0} 的允许性保证了这一点是可以做到的.

用 T_{pc} 表示由 T_{p^*} 的可控变迁组成的集合. 设 $T_{pc}=\{t_1,t_2,\cdots,t_k\}$，$t_i$ 到 p^* 的内部不可控路为 S_i，S_i 的输入积、输出积和增益分别是 r_i，y_i,G_i. 设 r_1，r_2，$\cdots$，r_k 的最小公倍数是 r. 则存在正整数 a_1，a_2，$\cdots$，a_k，使得 $a_ir_i=r$，$i=1,2,\cdots,k$. 记 $T_{p0}=\{t\in T\backslash T_{p^*}\mid p\in P_{p^*},I(p,t)>0\}$，$p^{(t)}=\{t\in T\mid I(p,t)>0\}$.

定义3. 给定位置 $p^*\in P$ 及约束 $M_p(p^*)\leqslant b$，定义 Petri 网控制器

$$CN_{p^*}=(P_c,T_c,I_c,O_c,M_{c0}),$$

其中1) $P_c=\{c_p\}$ 是控制位置集，只有一个元素 c_p；

2) $T_c=T_{pc}\cup T_{p0}$；

3) 从 c_p 到每个 $t_i\in T_{pc}$ 有一条弧，其权函数值为 $I_c(c_p,t_i)=a_iy_i$；

4) 从每个 $t\in T_{p0}$ 到 c_p 有一条弧，其权函数值规定为：a) 当 $t\in p^{*(t)}$ 时，$O_c(t,c_p)=rI(p,t)$；b) 当 $t\in T_{p0}\backslash p^{*(t)}$ 时，有路 $S_i=t_{i1}(=t_i)p_{i1}t_{i2}p_{i2}\cdots p_{il}t_{il+1}\cdots p^*$ 上的位置 p_{il} 使得 $t\in(p_{il})^{(t)}$，则 $O_c(t,c_p)=(a_iy_i\prod_{j=1}^{l-1}I(p_{ij},t_{ij}).I(p_{il},t))/\prod_{j=1}^{l}O(t_{ij},p_{ij})$；

5) $M_{c0}(c_p)=[r(b-\sum_{p\in P_{p^*}}G_pM_{p0}(p))]$，其中 G_p 是 N_{p^*} 中从 p 到 p^* 的路的增益. $[\cdot]$表示取整函数.

在定义3中，$\prod_{j=1}^{l} O(t_{ij}, p_{ij})$ 是 y_i 的因子，故 $O_c(t, c_p)$为正整数而且 CN_p 是确定的(well-defined). 受控系统是 CN_{p^*}与 NP 的合成，其 Petri 网模型为

$$CPN = (P \cup P_c, T, I \cup I_c, O \cup O_c, M_0),$$

其中当 $p \in P$ 时，$M_0(p) = M_{p0}(p)$，$M_0(c_p) = M_{c0}(c_p)$.

在 CPN 中，仅由 N_{p^*} ,CN_{p^*} 的元素组成的任何回路的增益为1. 控制器的权函数就是为保证增加的任何回路的增益为1而设计的. 从 c_p 到 p^* 的任何路增益都是$1/r$. 设 $P \cup P_c = \{p_1, p_2, \cdots, p_n, c_p\}$. CPN 的关联矩阵为 $D = \begin{bmatrix} D_p \\ D_c \end{bmatrix}$，$D_c$ 是对应 c_p 的 m 维行向量. 现定义 $n+1$维行向量 $X = (x_1, x_2, \cdots, x_n, x_{n+1})$，其中 x_i 与 p_i 对应，$i = 1, 2, \cdots, n$，x_{n+1}与 c_p 对应. 当 $p_i \in P_{p^*}$ 且在 S_j 上时，x_i 为从 p_i 沿 S_j 到 p^* 的路增益，$x_{n+1} = 1/r$，而当 p_i 不在 $P_{p^*} \cup P_c$ 中时，$x_i = 0$. 则 $X \geqslant 0$，而且对应 p^* 的元素为1. 设 a 是一个使得 aX 为整数向量的最小正整数，则以下结论成立.

定理1. 向量 aX 是 CPN 的一个位置不变量.

证明. 只要直接按变迁 t_i 对应的列验证即可.

定理2. 由定义3 给出的 PN 的 Petri 网控制器 CN_{p^*} 在 CPN 中实现了不等式约束 $M_p(p^*) \leqslant b$，即对 CPN 的任何可达标识 M 都有 $M(p^*) \leqslant b$ 成立.

证明. 由于 CPN 的位置不变量 aX 的每个元素非负，而且 aX 的对应 p^* 的元素为 a，故对 CPN 的任何可达标识 M，$aM(p^*) \leqslant aX \cdot M = aX \cdot M_0$，又 $aX \cdot M_0 = a(X' M_{p0} + x_{n+1} M_{c0}(c_p))$，其中 $X' = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$. 由定义3的5)及 X 的定义知 $aX \cdot M_0 = a(\sum_{p \in P_{p^*}} G_p M_{p0}(p)) + [r(b - \sum_{p \in P_{p^*}} G_p M_{p0}(p))]/r = ab$. 故 $M(p^*) \leqslant b$.

3.3 实现约束 $LMp \leqslant B$ 的 Petri 网控制器

设矩阵 L 的第 i 行向量为 $L_i = (l_{i1} l_{i2} \cdots l_{in})$，$B$ 的第 i 个元素为 b_i，则实现 $LM_p \leqslant B$ 等价于同时实现 $L_i M_p \leqslant b_i$，$i = 1, 2, \cdots, n_c$. 故以下只需给出实现约束 $L_i M_p \leqslant b_i$ 的控制器即可.

定义4. 对给定的第 i 个约束 $L_i M_p \leqslant b_i$，把 PN 经以下增加一些位置，变迁和相应弧得到的 Petri 网记为 SPN_i，称为第 i 个辅助 Petri 网.

1) 增加一个位置，记为 p^*；

2) 对每个 $l_{ij} > 0$，增加一个变迁 t_{ij}，再从 p_j 到 t_{ij}，从 t_{ij}到 p^* 各引一条弧，权函数为 $I(p_j, t_{ij}) = 1$，$O(t_{ij}, p^*) = l_{ij}$.

SPN_i 的不可控变迁集是由 PN 的不可控变迁和新增加的变迁组成.

由定义4，在位置 p_{ij}中的一个标记等价于 p^* 中的 l_{ij}个标记. 因此在 PN 中实现约束 $L_i M_p \leqslant b_i$，等价于在 SPN_i 中实现约束 $M_p(p^*) \leqslant b_i$.

设 SPN_i 满足3.2节对网的假设条件. 故在 SPN_i 中，可利用3.2节结果，给出实现约束 $M(p^*) \leqslant b_i$ 的 Petri 网控制器 $CN_i = (P_{ci}, T_{ci}, I_{ci}, O_{ci}, M_{ci0})$. 由于 SPN_i 的 p^* 没有输出变迁. 故 CN_i 就是在 PN 中实现约束 $L_i M_p \leqslant b_i$ 的 Petri 网控制器.

定理3. 设 CN 是 $CN_i (i = 1, 2, \cdots, n_c)$，的合成 Petri 网，$CN$,$PN$ 合成网为 CPN，则 CN 保证闭环系统 CPN 满足不等式约束 $LM_p \leqslant B$.

4　结论

本文讨论了在离散事件系统 Petri 网模型下实现不等式约束的控制问题. 在 Petri 网中提出了路增益的概念，这一概念是本文工作的基础. 通过它可以构造 Petri 网的控制器以使闭环系统满足不等式约束的要求，同时也揭示了一些路增益与不变量之间的联系. 这为基 Petri 网的控制器的研究与综合提供重要的基础. 更进一步的工作将是对不等式约束问题研究它的最佳 Petri 网控制器及其构造方法.

参考文献

1 Holloway L E, Krogh B H, Giua A. A survey of Petri net methods for controlled discrete event systems. *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, 1997, **7**(2): 151～190

2 Krogh B H, Holloway L E. Synthesis of feedback control logic for discrete manufacturing systems. *Automatica*, 1991, **27**(4): 641～651

3 Moody J O, Antsaklis P J, Lemmon M D. Feedback Petri net control design in the presence of uncontrollable transitions. In: Proc. 34th IEEE Conf. Decision & Control, New Orleans: LA, 1995. 905～906

4 Yamalidou K, Moody J, Lemmon M, Antsaklis P. Feedback control of Petri nets based on the place invariants. *Automatica*, 1996, **32**(1): 15～28

邢科义　1994年在西安交通大学系统工程研究所获博士学位. 目前主要研究方向为离散事件及混杂系统的理论与应用.

席裕庚　1984年在慕尼黑工业大学获博士学位. 现为上海交通大学教授、博士生导师. 目前主要研究方向为复杂工业过程和智能机器人控制的理论与方法.

胡保生　1951年毕业于上海大同大学电气工程系. 现为西安交通大学教授、博士生导师. 目前主要研究方向为离散事件及混杂系统理论与应用、并行控制算法与机器人系统.