第 27 卷 第 5 期
2001 年 9 月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 27, No. 5
Sept., 2001

稳健二进神经网络及其基本性质研究[1)]

张军英 许 进 保 铮
(西安电子科技大学雷达信号处理国防重点实验室 西安 710071)
(E-mail: jyzhang@xidian. edu. cn)

摘 要 从二进前向网络的稳健要求出发,提出了稳健分类的概念,在此基础上给出了稳健分类超平面的一般形式,从而如果二进前向网络的每一神经元都是稳健神经元,则网络的连接权仅为−1,0 或+1,每一神经元的阈值也只为二分之一的基阈值加上一处于有限区域上整数的辅阈值,并且辅阈值为神经元各个输入对其的贡献之和. 稳健二进前向网络的这些性质使得网络不仅稳健能力强,而且易于做到隐节点数少、连接少、易于实现.

关键词 分类/稳健分类,分类超平面/稳健分类超平面,神经元/稳健神经元,连接权,阈值和辅阈值.

ROBUST BINARY FEEDFORWORD NEURAL NETWORKS AND THEIR CHARACTERISTICS

ZHANG Jun-Ying XU Jin BAO Zheng
(Key Laboratory on Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071)
(E-mail: jyzhang@xidian. edu. cn)

Abstract From the requirement of robust classification capability of binary feedforward neural networks (BNNs), the notion of robust classification is provided, and the general equation form of robust classification hyperplanes is presented. From this general equation, if a BNN is constructed by only robust neurons, each connection weight can take only −1, 0 or +1 and the threshold of each neuron in the net is a simple addition of base threshold of 1/2 and a complement shreshold ranged in a valid integer region. Also presented in this paper is that the threshold of each neuron is a summation of contributions from each input of this neuron. All of these characteristcs are of much importance in constructing a BNN with the greatest robustness, less number of hidden neurons and less number of connections in the net. It is also shown that the robust BNN particularly facilitates VLSI implementation.

Key words Classification/robust classification, classification hyperplanes/robust classificaiton hyperplanes, neuron/robust neuron, connection weight, threshold and complement threshold.

1) 国家自然科学基金(69971018,60071026)、国防科技跨行业基金(00J1.4.4.DZ0106)资助.
收稿日期 1999-03-29 收修改稿日期 2000-02-19

1 引言

前向网络的两个最基本的功能是分类和函数逼近，并已有许多应用于信号处理、模式识别等领域的成功例子. 两种典型的前向网络分别为网络输入输出均为连续取值、网络各个神经元的特性均为 sigmoid 型特性的连续前向网络和网络输入输出均为二值取值（如取为 0 和 +1）、网络各神经元特性均为硬限幅特性的二进前向网络. 由于二进前向网络的激励函数是连续前向网络激励函数的极限情况，因此对二进前向网络的研究是连续前向网络研究的基础[1]，同时，二进网络的二值输入输出特性使得这样的网络具有直接而广泛的应用领域，如 Boole 函数的二进前向网络实现（实际上，Boole 函数的二进前向网络实现所需的连接数的网络规模比用逻辑电路实现要小得多[2]），而一个连续问题通常可以转化为二进问题来解决（如用编码和矢量量化技术等），因此本文着重研究二进前向网络及其基本性质. 关于二进前向网络，用传统的反向传播及其改进算法、regular partitioning 和 irregular partitioning 算法[3]，训练出的网络连接权和阈值均为实数[3~6]；用赵明生[1]所给出的规则来构造，可以做到网络连接权为 $(-1)^m/n$（n,m 均为整数），阈值为实数；用 Kim 和 Park[7] 所提出的几何构造法，则可获得连接权和阈值均为整数的网络. 然而，这些网络都不是最稳健网络.

所谓网络的稳健能力是指当网络输入数据发生漂移或扰动时网络仍能正确分类的能力. 本文从追求网络的最稳健能力出发，首次提出了稳健分类的概念，给出了稳健分类超平面的一般形式，使得分类超平面具有规范的几何结构和描述形式，表现在网络的连接权均为 +1，−1 或 0，各神经元的阈值均为 1/2 加整数，且这一整数为该神经元各输入对其的贡献值（亦为 +1，−1 或，0）之和. 不仅使网络稳健能力强，同时易于做到连接少、规模小、易于实现.

一个 n 输入 m 输出的逻辑系统，可以认为是由一系列 n 输入单输出逻辑系统的组合，而其中的每一个 n 输入单输出逻辑系统都可用一个 n 元逻辑函数（或称为 n 元 Boole 函数）来表示. 它对应于一个 n 维超立方体上顶点的二分类问题（红色顶点为一类，兰色顶点为一类）. 要解决对 n 维超立方体顶点的二分类问题，而 n 维超立方体具有非常规范的对称美的几何结构，我们认为首要的问题是要克服分类超平面的不规范性. 本文中，记 n 维超立方体为 $B^n=\{0,1\}^n$，在其上定义的 n 元 Boole 函数为 $f:B^n\rightarrow B$，且记

$$V_r=\{x:f(x)=1,\ x\in B^n\},\qquad V_b=\{x:f(x)=0,\ x\in B^n\},$$

则有 $V_r\cup V_b=B^n$，$V_r\cap V_b=\Phi$，因此 f 由 V_r（或 V_b）唯一确定，故下面常将 f 用 $f(V_r,V_b)$ 或有序对 (V_r,V_b) 或 V_r 表示，称 V_r 中的顶点为红色顶点，V_b 中的顶点为蓝色顶点. 因此 n 元 Boole 函数的二进前向网络实现问题就是 n 维超立方体顶点的二分类问题. 顶点 v_1 与 v_2 是相邻的，若 v_1 与 v_2 的 Hamming 距离 $d(v_1,v_2)=|v_1-v_2|=1$.

2 稳健分类与稳健分类超平面

由于 n 维超立方体 B^n 具有非常规范的美的几何结构，对这一结构上的顶点分类问题，

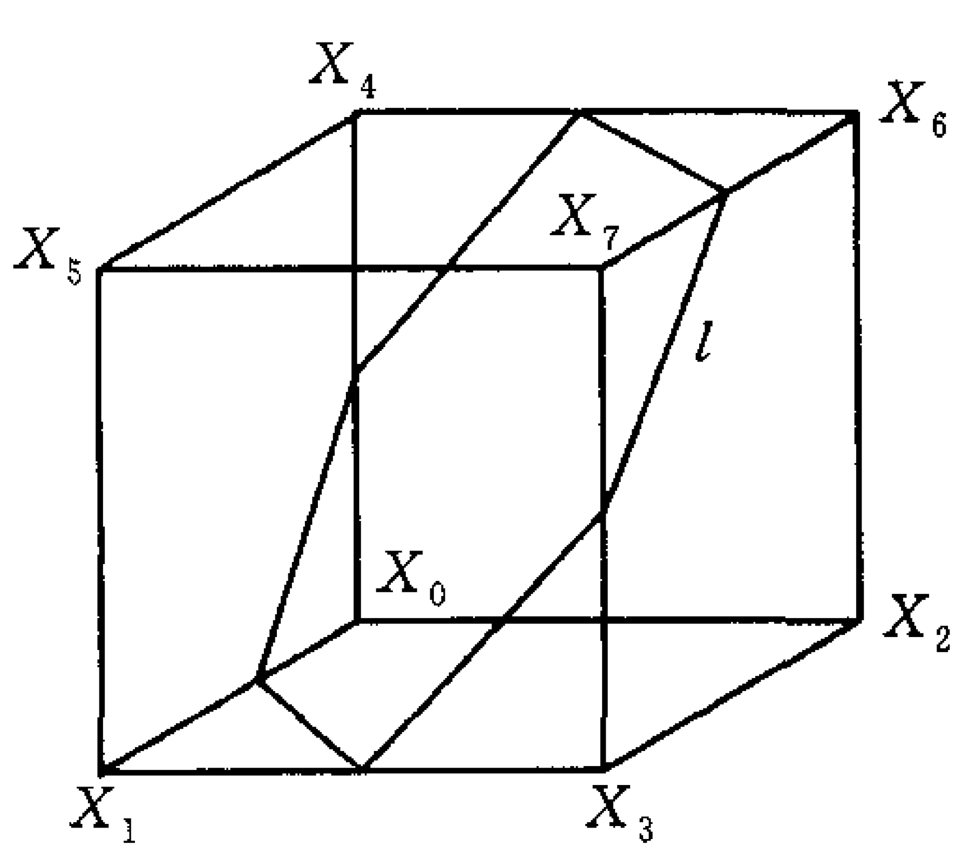
分类超平面也应具有非常规范的美的结构，另一方面，我们总是希望网络对输入数据的稳健性能最强，这就要求能将 n 维超立方体任两不同类顶点划分开的分类超平面应经过这两顶点连线的中点，我们称具有这样性质的分类超平面为稳健分类超平面.

定义 1(超立方体顶点的稳健分类). 对于 n 元 Boole 函数 $f(V_r,V_b)$，如果存在 n 维空间 R^n 中的一个分类超平面 $l:(A,\theta)$，使得对任意两个顶点 $v_r\in V_r$ 和 $v_b\in V_b$，都有

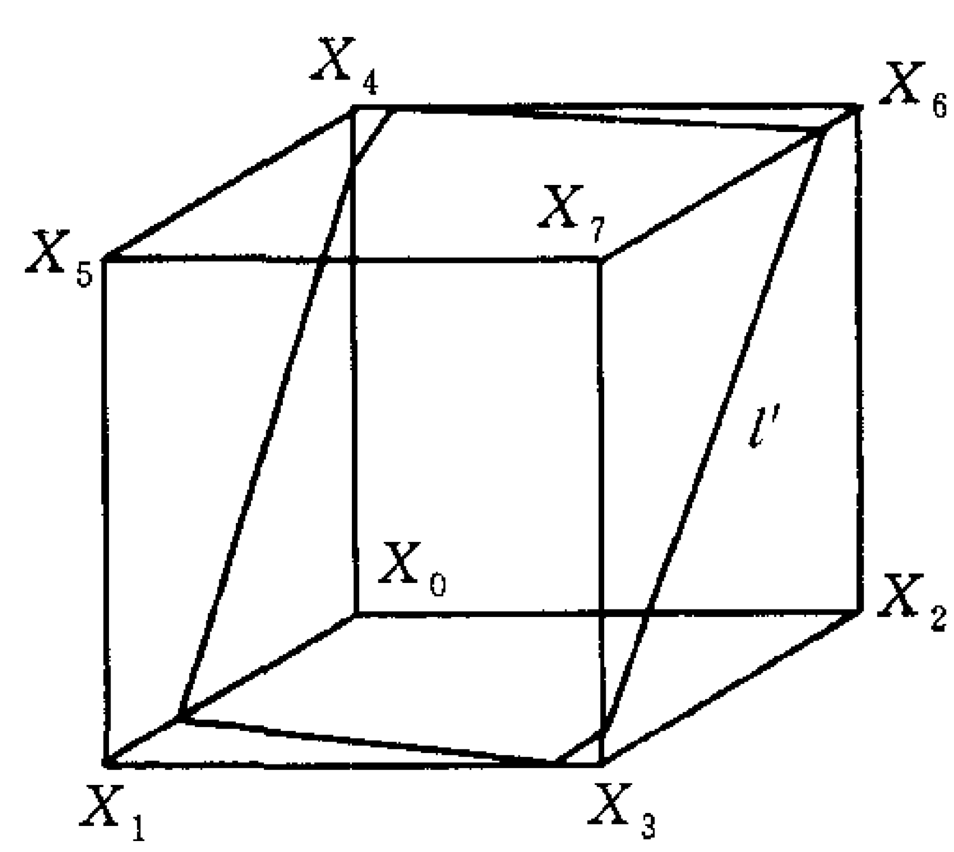
$$A^{\mathrm{T}}v_r+\theta\geqslant+\frac{1}{2},\qquad A^{\mathrm{T}}v_b+\theta\leqslant-\frac{1}{2},\tag{1}$$

则称(V_r,V_b)是稳健可分的，称 l 为稳健分类超平面，称由 l 定义的神经元为稳健神经元.

图 1(a)和(b)示出了一个稳健可分的 B^3 顶点二分类的例子，其中图 1(a)中的 l 即为稳健分类超平面，它经过了 f 的所有红蓝相邻顶点连线的中点(设 X_1,X_4,X_5,X_7 为红色顶点，其余顶点为蓝色顶点)，具有很好的稳健分类能力；而图 1(b)中的 l' 虽然也能实现象 l 同样的分类，顶点 3 的微小扰动也许就可能被 l' 分类错. 实际上，稳健可分的定义还可描述为：对于任意相邻的 v_r，v_b，即 $|v_r-v_b|=1$，$v_r\in V_r$，$v_b\in V_b$，若有 $A^{\mathrm{T}}v_r+\theta=\frac{1}{2}=0$，$A^{\mathrm{T}}v_b+\theta=-\frac{1}{2}$，则$(V_r,V_b)$稳健可分，$l$ 为稳健分类超平面.



(a) 稳健分类超平面的例子



(b) 分类超平面的例子

图 1　立方体上分类超平面和稳健分类超平面的例子

与 B^n 顶点的分类问题相比，对 B^n 顶点的稳健分类问题的讨论有着更为重要的理论和实际意义，表现在：1)对输入数据的最稳健分类是分类系统设计的重要技术指标，然而目前前向网络在设计时只考虑网络训练的输入输出对，并未将对输入数据的稳健要求考虑在网络设计的过程中，尽管这样设计的网络可能仍有一定的稳健性能，但网络很难获得最大的对输入数据的稳健性能. 即使是充分地考虑了网络的稳健性能，对于单隐层的二进前向网络，我们在文献[8]中已经指出，网络对输入数据的稳健性能也至多为$\frac{1}{2\sqrt{n}}$，它随着输入数目的增加而迅速下降，只有通过在原网络的输入与隐层之间再增加一个隐层，才能使得网络对输入数据的稳健性能提高到二进问题的最大值$\frac{1}{2}$；2)由于 n 维超立方体的对称美的几何结构，使得对其进行稳健分类的分类超平面也应具有一种美的几何结构，进而可能导致网络易于设计和实现，有利于网络设计的结构最优、隐节点数最少、稳健性能最强[4].

定理 1(稳健分类超平面方程的一般形式). 对 B^n 顶点进行稳健分类的稳健分类超平面方程的一般形式为

$$\begin{cases} l: \sum_{k=1}^{n} a_k x_k + \theta + \dfrac{1}{2} = 0 \\ a_k \in \{-1, 0, +1\}, \text{但 } a_k \text{ 不全为 } 0 (k = 1, 2, \cdots, n) \\ \theta = \text{整数} \end{cases} \tag{2}$$

这里 $\theta+\frac{1}{2}$ 为该稳健分类超平面的阈值，其中 $\frac{1}{2}$ 称为基阈值，θ 称为辅阈值.

证明. 按照稳健分类的定义，对于相邻顶点 $v_r\in V_r$ 和 $v_b\in V_b$，有式(1)成立，因 v_r 与 v_b 相邻，$\exists i\in\{1,2,\cdots,n\}$ 使 $v_r=\{x_1,\cdots,x_{i-1},x_i,x_{i+1},\cdots,x_n\}$，$v_b=\{x_1,\cdots,x_{i-1},\bar{x}_i,x_{i+1},\cdots,x_n\}$，其中

$$\bar{x}_i = \begin{cases} 0, & x_i = 1 \\ 1, & x_i = 0 \end{cases}$$

将 v_r 和 v_b 代人式(1)得

$$a_1x_1 + \cdots + a_ix_i + \cdots + a_nx_n + \theta = \frac{1}{2},$$

$$a_1x_1 + \cdots + a_i\bar{x}_i + \cdots + a_nx_n + \theta = -\frac{1}{2}$$

将上二式相减，得 $a_i(x_i-\bar{x}_i)=1$，即

$$a_i = \begin{cases} 1, & x_i = 1 \\ -1, & x_i = 0 \end{cases} \tag{3}$$

由此，若超平面方程 $A^{\mathrm{T}}v+\theta=0$ 能够稳健分类只有第 i 分量不相同的相邻顶点 v_r 和 v_b，则 a_i 只可能取 $+1$ 或 -1，即满足式(3)；反之，若超平面方程所分类的所有相邻顶点的第 i 分量均相同，这意味着在定义 V_r 和 V_b 时 x_i 取何值没有关系，故有

$$a_i = 0 \tag{4}$$

由式(3)，(4)有 $a_k\in\{-1,0,+1\}$，又 $x_k\in\{0,1\}$，且对任意相邻的 v_r 和 $v_b(v_r\in V_r, v_b\in V_b)$，方程(1)都成立，即 $\sum_{k=1}^{n}a_kx_k+\theta+\frac{1}{2}=\pm\frac{1}{2}$，其中 θ 为整数，且当 $v_r\in V_r$ 时等式右边的符号得正号，当 $v_b\in V_b$ 时等式右边的符号得负号，故稳健分类超平面方程有式(2)的形式.　证毕.

定理 1 中给出的稳健分类超平面方程系数只能取 -1，0 和 $+1$，阈值为整数加 $\frac{1}{2}$ 的结果，充分体现了对对称美的 n 维超立方体顶点稳健分类的分类超平面的美的结构.

3　稳健分类超平面的辅阈值区域特性

本节讨论需要运用如下结果：若 $S(x)=\sum_{i=1}^{n}s_ix_i$，其中 $s_i\in\{-1,0,+1\}$，$x\in B^n$，则易证

$$\max_x S(x) = S_+, \qquad \min_x S(x) = -S_-, \tag{5}$$

其中 S_+，S_- 分别表示 $s_i(i=1,2,\cdots,n)$ 中取值为 $+1$ 和 -1 的数目.

用 A_+，A_- 和 $A_{\neq}$ 分别表示式(2)中 $a_k(k=1,2,\cdots,n)$ 等于 $+1$、等于 -1 和不等于 0 的数目，用 INT[· , ·]表示闭区间[· , ·]上的整数. 记

$$\Omega_b(l) = \mathrm{INT}(-\infty, -A_+ - 1],$$
$$\Omega_r(l) = \mathrm{INT}[A_-, +\infty),$$
$$\Omega_{rb}(l) = \mathrm{INT}[-A_+, A_- - 1]$$

分别称为式(2)给出的稳健分类超平面 l 的蓝色阈值区域、红色阈值区域和红蓝阈值区域,示于图 2 中,我们有如下的定理.

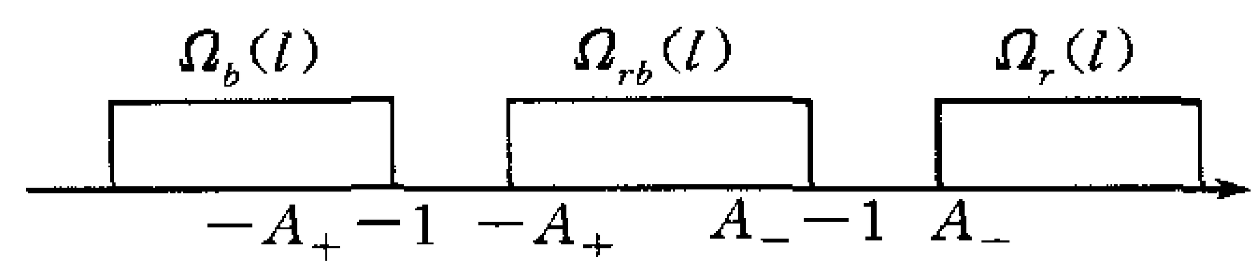


图 2 稳健分类超平面的辅阈值区域特性

定理 2. 对于稳健分类超平面 l,当且仅当 θ 在 l 的蓝色阈值区域、红色阈值区域、红蓝阈值区域上时,B^n 上的顶点为全着蓝色、全着红色、着红蓝色,即

1) 当 $\theta\in\Omega_b(l)$时,对于$\forall x\in B^n$,都有 $x\in V_b$,即

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i + \theta \leqslant -1 \tag{6a}$$

2) 当 $\theta\in\Omega_r(l)$时,对于$\forall x\in B^n$,都有 $x\in V_r$,即

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i + \theta \geqslant 0 \tag{6b}$$

3) 当 $\theta\in\Omega_{rb}(l)$时,一定存在 $x_1,x_2\in B^n$,使得 $x_1\in V_r$, $x_2\in V_b$,即

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_{1i} + \theta \geqslant 0, \qquad \sum_{i=1}^{n} a_i x_{2i} + \theta \leqslant -1 \tag{6c}$$

证明. 1),2)的证明基本相同,这里仅给出 1)和 3)的证明过程. 先证明 1). 当 $\theta\in\Omega_b(l)$时,若存在一个顶点 $x\in B^n$ 为红色顶点,则有 $\sum\limits_{i=1}^{n} a_i x_i+\theta+\frac{1}{2}\geqslant\frac{1}{2}$,即 $\sum\limits_{i=1}^{n} a_i x_i+\theta\geqslant 0$,又 $\theta<-A_+$,所以有 $\sum\limits_{i=1}^{n} a_i x_i-A_+>\sum\limits_{i=1}^{n} a_i x_i+\theta\geqslant 0$,并运用式(5),得到 $A\neq<0$,矛盾,因此不存在 $x\in B^n$ 为红色顶点,所以所有 B^n 中的顶点均为蓝色顶点,即有式(6a)成立.

下面证明 3). 若这时对$\forall x\in B^n$,总有 $\sum\limits_{k=1}^{n} a_k x_k+\theta\geqslant 0$ 成立,则有 $\sum\limits_{k=1}^{n} a_k x_k\geqslant-\theta$,这需要 $\sum\limits_{k=1}^{n} a_k x_k$ 的最小值也大于$-\theta$,由式(5),因此要求$-A_-\geqslant-\theta$ 即 $\theta\geqslant A_-$,而由式(5)知 $\theta\in\Omega_{rb}(l)=\mathrm{INT}[-A_+,A_--1]$,矛盾. 同理可以证明,若这时对$\forall x\in B^n$ 都有 $\sum\limits_{k=1}^{n} a_k x_k+\theta\leqslant-1$ 成立的要求,将使得 $\theta\leqslant-A_+-1$,也与 $\theta\in\Omega_{rb}(l)=\mathrm{INT}[-A_+,A_--1]$的要求矛盾. 由此可以得出,必存在 $x_1\in V_r$, $x_2\in V_b$,使式(6c)成立. 证毕.

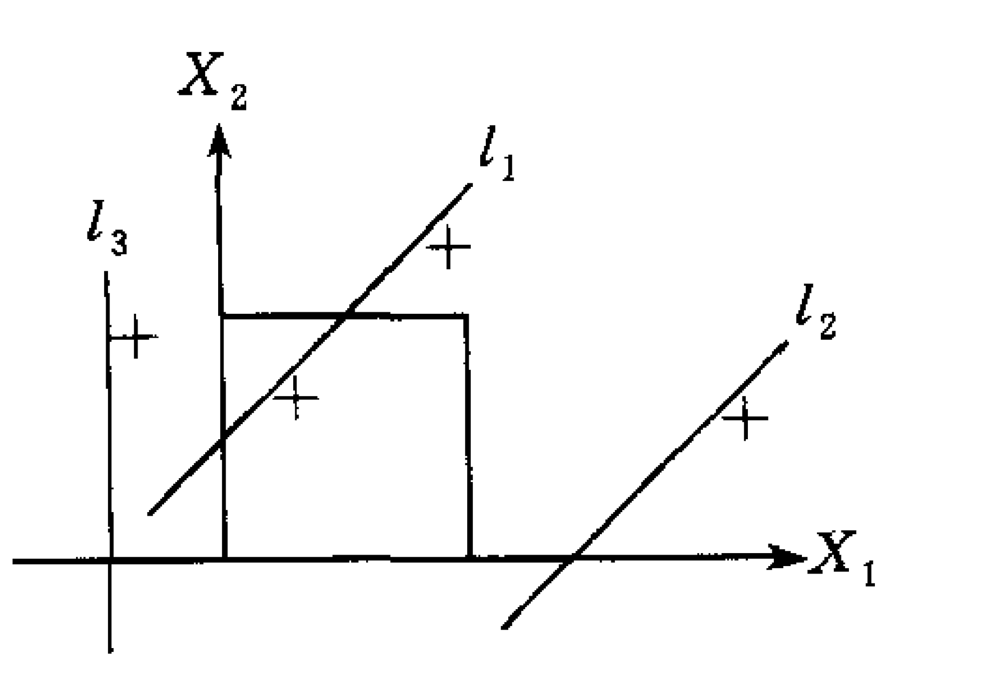


图 3 稳健分类超平面的辅阈值处于不同区域时的分类效果

定理 2 表明当 θ 在 l 的红蓝阈值区域 $\Omega_{rb}(l)$上时 l 才与 B^n 相交,实现对 B^n 上顶点的分类,而当 θ 不在 l 的红蓝阈值区域上时,l 不与 B^n 相交,从而只可能将所有 B^n 的顶点都划分为红色顶点或蓝色顶点,故这里通常也称 $\Omega_{rb}(l)$为 l 的有效阈值区域,并将其简记为 $\Omega(l)$. 我们称稳健分类超平面的这一特性为它的辅阈值区域特性. 因 $\theta\in\Omega_r(l)$或 $\theta\in\Omega_b(l)$时的稳健分类超平面对 B^n 顶点没有任何分类意义,

其所对应的稳健神经元在网络中就没有存在的价值，故今后稳健分类超平面均指辅阈值处于有效阈值区域上的稳健分类超平面. 图 3 分别给出了 $\theta\in\Omega_b(l)$，$\theta\in\Omega_{rb}(l)$ 和 $\theta\in\Omega_r(l)$ 的例子，其中，

$$l_1: x_1 - x_2 + \frac{1}{2} = 0 \quad (\theta = 0 \in \Omega_{rb}(l_1) = \mathrm{INT}[-1, 0]),$$

$$l_2: x_1 - x_2 - 2 + \frac{1}{2} = 0 \quad (\theta = -2 \in \Omega_b(l_2) = \mathrm{INT}(-\infty, -2]),$$

$$l_3: x_1 + \frac{1}{2} = 0 \quad (\theta = 0 \in \Omega_r(l_3) = \mathrm{INT}[0, +\infty))$$

4 稳健分类超平面辅阈值的反向贡献特性

定理 3. 对 B^n 顶点进行稳健分类的稳健分类超平面 l 由式(2)给出，其辅阈值 $\theta\in\Omega(l)$，则

$$\theta = \sum_{i=1}^{n}\theta_i \tag{7a}$$

其中

$$\theta_i = \begin{cases} +1 \text{ 或 } 0, & a_i = -1 \\ 0, & a_i = 0 \\ -1 \text{ 或 } 0, & a_i = +1 \end{cases}, \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{7b}$$

且至少有一个 $a_j=-1$ 或 $+1$，a_j 对辅阈值的贡献值为

$$\theta_j = \begin{cases} 0, & a_j = -1, \\ -1, & a_j = +1 \end{cases} \tag{7c}$$

称 θ_i 为连接 a_i(或变元 x_i)对辅阈值所贡献的辅阈值分量.

证明. 明显地，$a_i(i=1,2,\cdots,n)$ 中取值为 $-1,0,+1$ 的个数分别为 $A_-, n-A_{\neq}, A_+$，不失一般性，设

$$a_i = \begin{cases} -1, & i = 1, 2, \cdots, A_- \\ 0, & i = A_- + 1, A_- + 2, \cdots, n - A_+ \\ +1, & i = n - A_+ + 1, n - A_+ + 2, \cdots, n \end{cases}, \tag{8a}$$

将式(8a)代入式(7a)，(7b)中，得

$$\theta = \sum_{i=1}^{A_-}(1 \text{ 或 } 0) + \sum_{i=A_-+1}^{n-A_+} 0 + \sum_{i=n-A_++1}^{n}(-1 \text{ 或 } 0), \tag{8b}$$

考虑到 $a_i(i=1,2,\cdots,n)$ 中至少有一个 $a_j=-1$ 或 $+1$ 使式(7c)成立，当 $a_j=-1$ 使式(7c)成立时，式(8b)可得

$$\theta = \mathrm{INT}[0, A_- - 1] + \mathrm{INT}[-A_+, 0] = \mathrm{INT}[-A_+, A_- - 1];$$

当 $a_j=+1$ 使式(7c)成立时，式(8b)可得

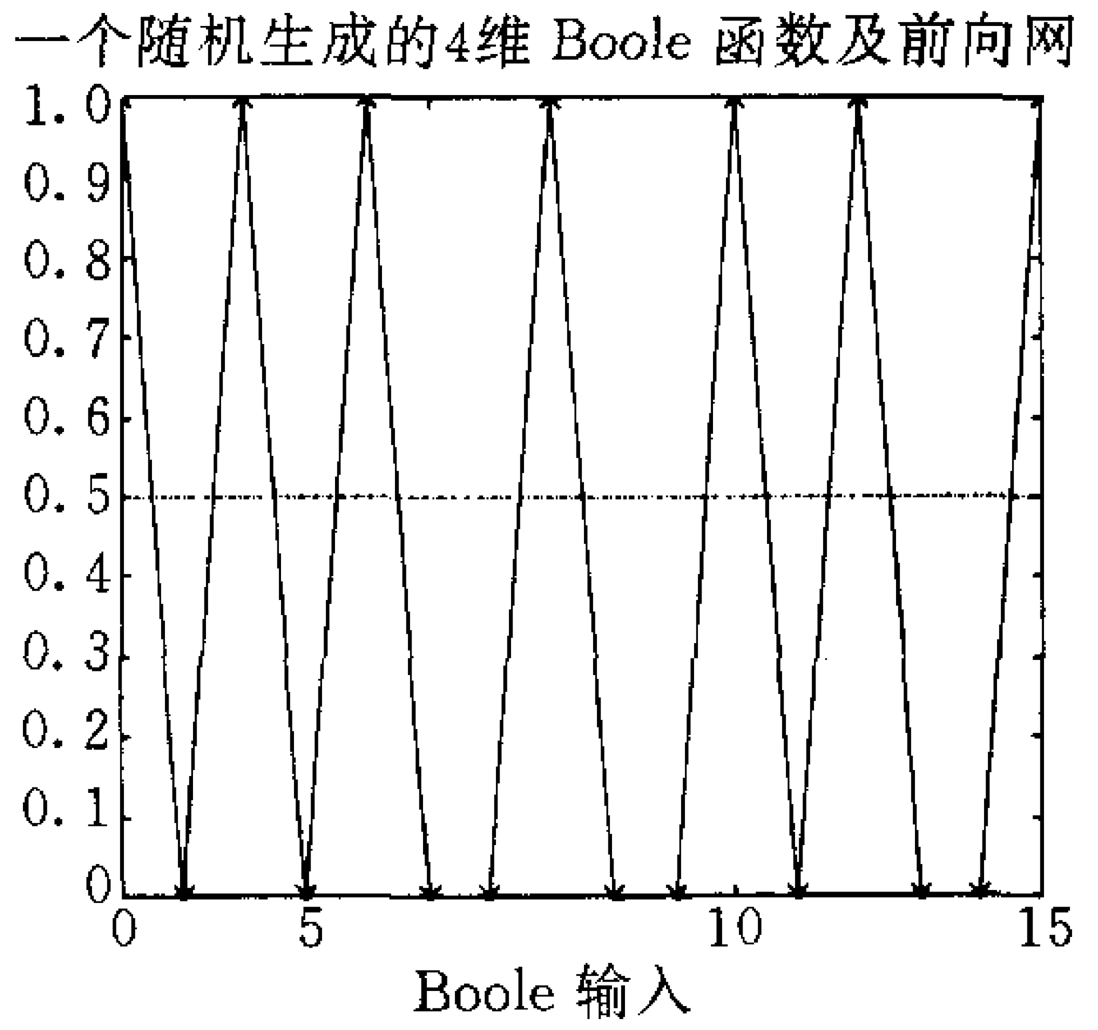
$$\theta = \mathrm{INT}[0, A_-] + \mathrm{INT}[-A_+, -1] = \mathrm{INT}[-A_+, A_- - 1],$$

这正好是式(2)所给出的稳健分类超平面的有效阈值区域. 证毕.

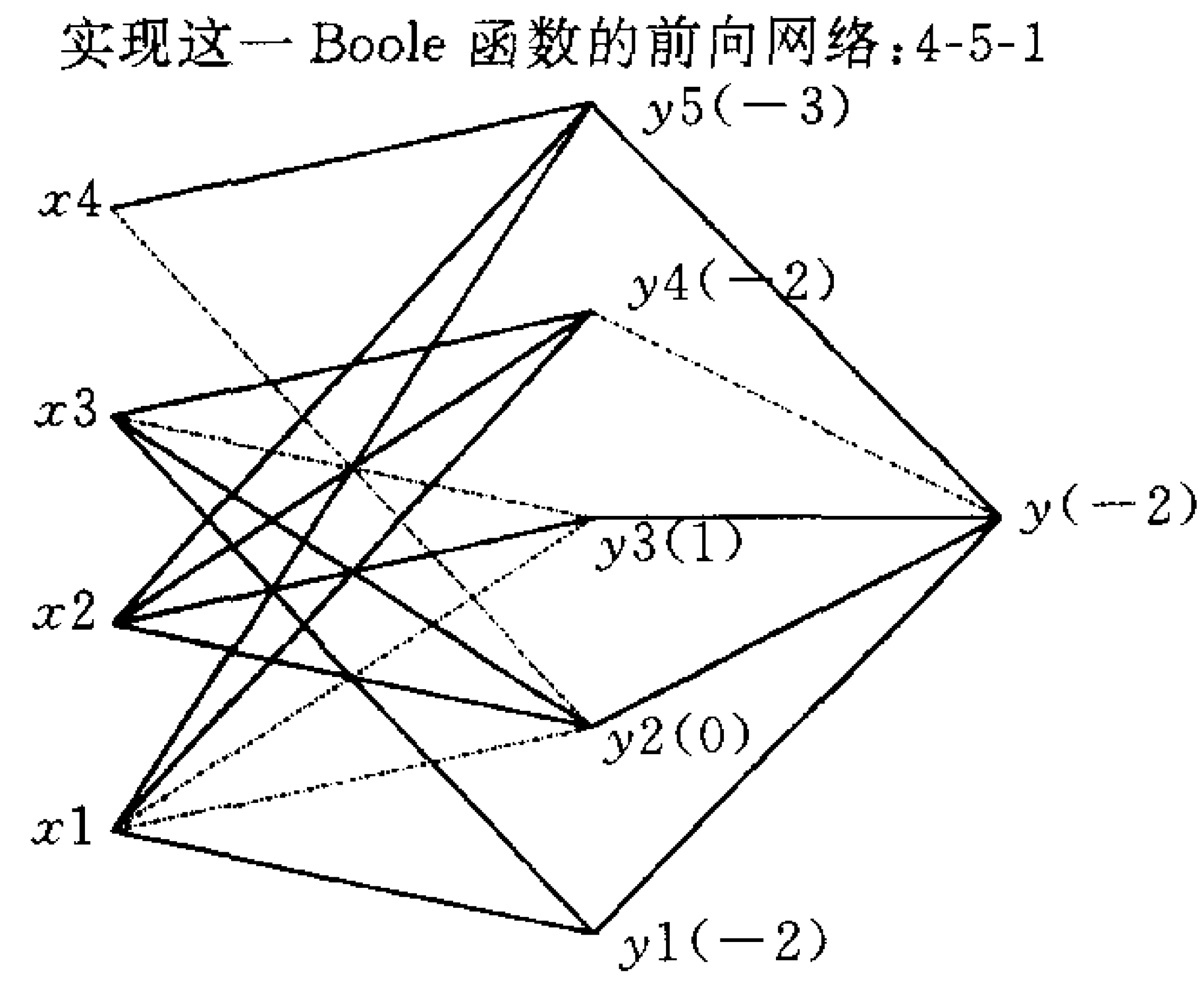
由定理 3 可知，稳健神经元的辅阈值 θ 可以看作是该神经元每一输入所贡献的辅阈值分量(-1，0 或 1)的和，而且当输入与其的连接权为 $+1$ 时，这一贡献值只可能为 -1 或 0，

当输入与其的连接权为－1 时，这一贡献值只可能为＋1 或 0，且只有非 0 连接才有可能对神经元辅阈值有贡献，称这一特性为稳健分类超平面(或稳健神经元)的反向贡献特性.

我们基于连接权和辅阈值的＋1，－1 或 0 的特性，提出了稳健二进前向网络的三值编码遗传训练算法，图 4 是一个用这一训练算法训练出的网络的例子，其中，图 4(a)给出了要实现的 4 元 Boole 函数，图 4(b)给出了实现这一 Boole 函数的稳健二进前向网络. 如果我们



(a) 一个随机生成的4元 Boole 函数(其中横坐标为二进输入所对应的十进制数)



(b) 实现该 Boole 函数的稳健二进前向网络(其中实线与虚线连接分别表示连接权为＋1/－1的连接)

图 4　一个稳健二进前向网络的例子

将仅由稳健神经元所构成的二进前向网络称为稳健二进前向网络，我们认为，稳健二进前向网络的提出具有重要的理论和实际意义：

1) 任何 n 元 Boole 函数都一定可以用一个单隐层的稳健二进前向网络实现，实际上，文献[4]中在证明任何 n 元 Boole 函数一定可以用一个单隐层二进前向网络实现时，用的正是稳健分类超平面(稳健神经元)；

2) 稳健神经网络的稳健性能最好，由于网络每一层神经元都是稳健神经元，则不仅对输入空间的稳健能力最强，而且对每层隐空间的稳健能力亦最强；

3) 稳健网络的网络隐节点数目易于做到最小. 由于各分类超平面都是满足式(2)的稳健分类超平面，它们正好将输入空间划分成了超多面体，即用某个超平面所定义的超多面体的边界(Pao，1989)[5]一定也是另一个超多面体的边界，将输入空间划分成了最佳超多面体的集合，所以网络的隐节点数(或分类超平面数)易于做到最少；当网络的某一连接权为{－1，0，＋1}中的 0 时，该连接可以从网络中去掉，更进一步地，这一为 0 的连接权为从某一隐节点至输出的连接权时，相应的隐节点可以从网络中去掉，因此网络易于做到具有最少数目的连接权和最少数目的隐节点. 实际上，Bose 和 Liang[6]在他们 1996 年出版的书中运用 reduced Voronoi Diagram(VoD)构造出的解决 XOR 和奇偶校验问题的网络就是一个稳健网络，但他们并没有给出稳健分类超平面的规范形式以及其辅阈值的有效阈值区域，更没有给出辅阈值是神经元各个输入对其的贡献之和的结论. 我们认为，用稳健分类超平面来构造网络，易于达到在网络结构约束下的最大的稳健能力和最小的网络规模，如对于 8 位奇偶校验问题，用 Full VoD 构造出的网络需要 137 个神经元(分类超平面)和 1160 个连接权，而用 reduce VoD 构造出的网络(实际上就是这里提出的稳健分类超平面)仅需要 9 个神经元和 72 个连接权[9].

4）网络易于编码和训练.从网络的连接权取值范围和辅阈值的取值范围，使得可将通常的二进前向网络参数的高维实数域空间寻优问题转化为高维三值域空间(－1，＋1，0)的寻优问题，搜索空间的大幅度缩小有可能可以大幅度地提高网络的训练速度，并有可能使得进入局部极小点的可能性大大降低；

5）网络特别易于数字化实现.因连接权仅为＋1，－1 或 0，其中 0 代表不连接，而＋1，－1 的连接权使得网络实现起来无需乘法器.

6）通常的二进前向网络由于其连接权和阈值都为实数，它对逻辑知识只能是隐含表示，从而无法从网络直接获得逻辑知识所对应的规则，更没有办法直接从网络获得对推理结果的解释，而由于稳健二进前向网络的连接权都是－1，＋1 或 0，研究表明对于逻辑知识，它既是隐式表示，又是显式表示，因此它既是逻辑数据库，又是推理机，又是解释器，是它们的有机统一体(关于基于稳健二进前向网络的逻辑规则的提取我们将另文讨论).

综上所述，稳健二进前向网络的提出和稳健网络的训练具有重要的理论和实际意义.

参 考 文 献

1 赵明生.前向多层神经网络模式分类理论和方法研究[博士学位论文].北京：清华大学，1995

2 Hubertus M A Andree. A comparison study of binary feedforward neural networks and digital circuits. *Neural Networks*, 1993, **6**(6):785～790

3 Keibek S A J, Barkema G T, Andree H M A. A fast partitioning algorithm and a comparison of binary feedforward neural networks. *Europhysics Letters*, 1992, **18**(6):555～559

4 Siu Kai-Yeung, Vwani Roychowdhury, Thomas Kailath. Discrete Neural Computation——A Theoretical Fundation. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1995

5 Pao Yoh-Han. Adaptive Pattern Recognition and Neural Networks. US: Addison-Wesley, 1989

6 Bose N K, Liang P. Neural Network Fundamentals with Graphs, Algorithms, and Applications. New York: McGraw-Hill, 1996

7 Kim Jung H, Park Sung-Kwon. The Geometrical learning of binary neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1995, **6**(1):237～247

8 张军英，保铮.二进神经网络的最稳健设计.电子学报，1997，**25**(10):37～43

9 Kung S Y, Hwang J N. An algebraic projection analysis for optimal hidden unit size and learning rates in back-propagation learning. In: Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks, CA: Sandiego, 1988. 363～370

10 张军英，保铮.前向网络隐空间分类超平面的构造.电子学报，1999，**27**(1):136～139

11 Bose N K, Garga A K. Neural network design using voronoi diagrams. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1993, **4**(5):446～453

张军英 1961 年生，博士，教授，中国电子学会高级会员.西安理工大学自动控制专业学士(1982 年)，西安电子科技大学计算机应用专业硕士(1985 年)，西安电子科技大学信号与信息处理专业博士.目前主要从事人工神经网络、遗传算法、智能信息处理等方面的研究工作.

许 进 教授，博导，西安交通大学(管理工程)工学博士，北京理工大学(应用数学)理学博士.主要研究方向为电路与系统、神经网络、图论、管理工程等.

保 铮 1927 年生，1953 年毕业于解放军通信工程学院，现在是中国科学院院士、中国电子学会会士和雷达信号处理国防重点实验室学术委员会主任，研究方向为雷达信号处理与检测.