

# 两级交互式多模型算法<sup>1)</sup>

梁彦<sup>1</sup> 谭伟<sup>2</sup> 潘泉<sup>2</sup> 张洪才<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(清华大学自动化系 北京 100084)

<sup>2</sup>(西北工业大学自动控制系 西安 710072)

(E-mail: yan-liang1971@263.net, quanpan@nwpu.edu.cn)

**摘要** 在混合估计中,交互式多模型滤波器(IMM——Interacting Multiple Model)以其优越的性能而受到广泛的研究.由于马尔可夫参数的限定,交互式多模型在模型数较多时会出现精度下降,从而限制了它在高维参数空间建模的有效性.利用模型集的概念,首次提出了双马氏过程的模型切换假设,从而构造出一种两级交互式多模型滤波器.通过辨识系统噪声的多个统计参数比较了两级交互式多模型滤波器与常规交互式多模型滤波器.结果表明:对于大信噪比信源(即小的量测噪声),两级交互式多模型滤波器与常规交互式多模型滤波器性能基本相当;而对于小信噪比信源(即大的量测噪声),两级交互式多模型滤波器明显优于常规交互式多模型滤波器.

**关键词** 交互式多模型算法,自适应滤波,噪声辨识.

## A TWO-STAGE INTERACTING MULTIPLE MODEL ALGORITHM

LIANG Yan<sup>1</sup> TAN Wei<sup>2</sup> PAN Quan<sup>2</sup> ZHANG Hong-Cai<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(Department of Automatic Control, Tsinghua University, Beijing 100084)

<sup>2</sup>(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710072)

(E-mail: yan-liang1971@263.net, quanpan@nwpu.edu.cn)

**Abstract** In hybrid estimation, interacting multiple model (IMM) estimator is one of the most cost-effective schemes. But IMM will degrade if too many models are chosen. This is due to the limit of Markov parameters. In this paper, a dual Markov switching process is proposed. Then a two-stage IMM is given. Simulations show that the new algorithm is better than IMM for large measurement noise and almost the same as IMM for small measurement noise when two abruptly-changing statistic parameters of process noise are identified.

**Key words** IMM, adaptive filtering, noise identification.

## 1 引言

对于结构未知或结构可随机突变系统的估计,目前很难用摄动法或时变参数加以近似

1) 国家自然科学基金资助(69772031).

建模. 因为在估计系统状态时, 需要同时辨识系统在该时刻的运动模式(或系统的结构)以便建立有效的滤波模型. 而当系统的运动模式不确定或随机突变时, 许多常规算法因对系统的运动模式辨识上的延迟与误报, 使估计发生严重偏差, 而这种偏差致使对系统的运动模式的辨识出现更大的误报, 从而严重影响滤波的精度和稳定. 这就是所谓的混合估计问题<sup>[1~7]</sup>. 混合估计问题最初来源于机动目标跟踪, 而现在混合估计除了广泛应用于机动目标跟踪外, 也应用于在线故障诊断、在线噪声辨识、非线性随机系统的分段线性化滤波等. 目前对混合估计的研究以多模型估计为主流. 多模型估计的基本思想是: 将参数空间(或模式空间)映射为模型集, 而基于每个模型的滤波器并行地工作, 系统的状态估计则是各模型滤波器所做估计的数据融合. 在多模型估计算法中, 以 IMM 较为优越<sup>[1~3]</sup>.

文献[6,7]将 IMM 用于噪声的在线辨识, 获得很大的成功. 在多参数辨识的情况下, 模型数会增加很多. 然而 IMM 存在模型数过多精度下降的现象, 究其原因是马尔可夫参数本身的限制<sup>[5]</sup>. 这一现象影响了高维模型空间的细化建模. 受 IMM 思想的启发, 作者提出了一种两级 IMM 算法. 其思路为: 将参数空间按参数变化类型的相近程度划分为若干个子空间, 并把每个子空间映射为模型集, 将每个子空间的不同参数取值映射为相应的模型. 模型集的切换服从马尔可夫过程. 在相应模型集发生切换的基础上, 模型间的切换也服从马尔可夫过程. 模型集的估计为所属模型估计的数据融合, 算法的输出估计为所属模型集估计的数据融合. 当被估计系统的运动模式在模式空间做缓变或不变时, 滤波系统的匹配模型始终位于某个模型集内, 从而可提高模型集对噪声的鲁棒性. 通过对子空间的划分, 可使分属不同模型集的模型之间有较大的差别, 从而有利于模型集的匹配性辨识.

## 2 两级 IMM 算法

定义  $Z^k \triangleq \{z(1), z(2), \dots, z(k)\}$  为系统的量测集,  $\hat{x}_s(k|k) \triangleq E[x(k) | m_s(k), Z^k]$  为基于模型  $s$  的  $k$  时刻滤波估计,  $P_s(k|k) \triangleq E\{[\hat{x}_s(k|k) - x(k)][\cdot]^T | m_s(k), Z^k\}$  为基于模型  $s$  的  $k$  时刻滤波估计协方差,  $\theta_{A_s}(k) \triangleq P\{M_{A_s}(k) | Z^k\}$  为模型  $s$  所在的模型集的  $k$  时刻模型概率,  $u_s(k) = P\{m_s(k) | A_s(k), Z^k, m_s(k) \in A_s(k)\}$  为模型  $s$  在其模型集匹配的条件下的  $k$  时刻概率.

设  $m_s \in A_s, m_t \in A_t$ . 即模型  $s$  属于模型集  $A_s$ , 模型  $t$  属于模型集  $A_t$ .

假设 1. 模型集间的切换服从时齐 Markov 链, 且切换与过去量测无关.

$$\prod(A_s, A_t) = P\{M_{A_t}(k) | M_{A_s}(k-1)\} = P\{M_{A_t}(k) | M_{A_s}(k-1), Z^{k-1}\}, \quad (1)$$

其中  $M_{A_t}(k)$  表示  $M(k) = A_t$ , 即在  $[k-1, k]$  周期内, 模型  $t$  所在的模型集与系统运动模式匹配.

假设 2. 模型间的切换服从以模型集转移为条件的时齐 Markov 链, 且切换与过去量测无关.

$$\begin{aligned} \pi(s, t) &= P\{m_t(k) | m_s(k-1), M_{A_s}(k-1), M_{A_t}(k)\} = \\ &P\{m_t(k) | m_s(k-1), M_{A_s}(k-1), M_{A_t}(k), Z^{k-1}\}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $m_s(k)$  表示  $m(k) = s$ , 即在  $[k-1, k]$  滤波周期内, 模型  $s$  与系统运动模式匹配.

假设 3. 模型集与模型的选择均符合独立与完备性的贝叶斯推理条件.



$$\sum_{A_s} \theta_{A_s}(k) = 1 \quad \text{且} \quad \sum_{m_i \in A_s} u_{m_i}(k) = 1, \quad \forall A_s, \quad (3)$$

$$P\{m_s(k), m_t(k) | Z^k, s \neq t\} = 0 \quad \text{且} \quad P\{M_{A_t}(k), M_{A_s}(k) | Z^k, A_s \neq A_t\} = 0. \quad (4)$$

假设 4. 各模型的条件估计均无偏.

$$E[\hat{x}_s(k|k) | m_s(k), Z^k] = x(k). \quad (5)$$

我们用模型集的马尔可夫转移阵描述参数的大跳变,用模型的马尔可夫转移阵描述参数的小跳变或慢变,以达到细化建模、提高滤波精度的目的.其公式分为四个部分:输入交互、滤波、概率计算、输出交互.

### 1) 输入交互

$$\hat{x}_i^0(k-1|k-1) \triangleq E[x(k-1) | m_i(k), Z^{k-1}] = \sum_s \hat{x}(k-1|k-1) u_{s|i}(k-1), \quad (6)$$

$$P_i^0(k-1|k-1) \triangleq E\{[\hat{x}_i(k-1|k-1) - x(k-1)][\cdot]^T | m_i(k), Z^{k-1}\} = \sum_s u_{s|i}(k-1) \{P_s(k-1|k-1) + [\hat{x}_s(k-1|k-1) - \hat{x}_i(k-1|k-1)][\cdot]^T\}, \quad (7)$$

$$u_{s|i}(k-1) = P\{m_s(k-1) | m_i(k), Z^{k-1}\} = \pi(s, t) \prod (A_s, A_t) \theta_{A_s}(k-1) u_{s|A_s \rightarrow A_t}(k-1) / c_i(k-1), \quad (8)$$

其中  $c_i(k-1) = \sum_s \pi(s, t) \prod (A_s, A_t) \theta_{A_s}(k-1) u_{s|A_s \rightarrow A_t}(k-1)$ .

依照马尔可夫切换假设,模型的切换是基于模型集切换的.即在切换事件中,模型集的切换不受模型切换的影响,在无先验模型信息的情况下,可以取

$$u_{s|A_s \rightarrow A_t}(k-1) \triangleq P\{m_s(k-1) | M_{A_s}(k-1), M_{A_t}(k), Z^{k-1}\} = P\{m_s(k-1) | M_{A_s}(k-1), Z^{k-1}\} = u_s(k-1), \quad (9)$$

$$u_i^0(k-1) = P\{m_i(k) | M_{A_t}(k), Z^{k-1}\} = \sum_{A_s} \sum_{s_i \in A_s} \pi(s, t) u_{s_i}(k-1) \theta_{A_s|A_t}(k-1), \quad (10)$$

$$U_{A_s|A_t}(k-1) \triangleq P\{M_{A_s}(k-1) | M_{A_t}(k), Z^{k-1}\} = \prod (A_s, A_t) \theta_{A_s}(k-1) / \theta_{A_t}^0(k-1), \quad (11)$$

$$\theta_{A_t}^0(k-1) \triangleq P\{M_{A_t}(k) | Z^{k-1}\} = \sum_{A_s} \prod (A_s, A_t) \theta_{A_s}(k-1). \quad (12)$$

### 2) 滤波

各模型并行滤波,将  $\hat{x}_i^0(k-1|k-1)$ ,  $P_i^0(k-1|k-1)$  输入第  $t$  个模型滤波器,得滤波估计  $\hat{x}_i(k|k)$ , 估计方差  $P_i(k|k)$ , 残差  $v_i(k)$  及其方差  $S_i(k)$ .

### 3) 概率计算

$$\Lambda_i(k) = P\{z(k) | m_i(k), Z^{k-1}\} = P\{z(k) | m_i(k), M_{A_t}(k), Z^{k-1}\} = N[v_i(k); 0, S_i(k)]. \quad (13)$$

其中  $N[*]$  为正态分布密度函数.

$$\Lambda_{A_t}(k) = P\{z(k) | M_{A_t}(k), Z^{k-1}\} = \sum_{i_j \in A_t} \Lambda_{i_j}(k) u_{i_j}^0(k-1), \quad (14)$$

$$\theta_{A_t}(k) = P\{M_{A_t}(k) | Z^k\} = P\{z(k) | M_{A_t}(k), Z^{k-1}\} P\{M_{A_t}(k) | Z^{k-1}\} / c(k) = \Lambda_{A_t}(k) \theta_{A_t}^0(k-1) / c(k), \quad (15)$$

$$u_{i_j}(k) = P\{m_{i_j}(k) | M_{A_t}(k), Z^k\} = \Lambda_{i_j}(k) u_{i_j}^0(k-1) / c_{A_t}(k), \quad (16)$$

其中  $c(k) = P\{z(k) | Z^{k-1}\} = \sum_{A_i} \Lambda_{A_i}(k) \theta_{A_i}^0(k-1)$ ,  $c_{A_i}(k) = P\{z(k) | M_{A_i}(k), Z^{k-1}\} = \sum_{t_j \in A_i} \Lambda_{t_j}(k) u_{t_j}^0(k-1)$ .

#### 4) 输出交互

$$\hat{x}(k|k) = E[x(k) | Z^k] = \sum_{A_i} E[x(k) | Z^k, M_{A_i}(k)] P\{M_{A_i}(k) | Z^k\} = \sum_{A_i} \hat{x}_{A_i}(k|k) \theta_{A_i}(k), \quad (17)$$

$$P(k|k) = E\{[\hat{x}(k|k) - x(k)] \cdot [\cdot]^T | Z^k\} = \sum_{A_i} \{P_{A_i}(k|k) + [\hat{x}_{A_i}(k|k) - \hat{x}(k|k)] [\cdot]^T\} \theta_{A_i}(k), \quad (18)$$

$$\hat{x}_{A_i}(k|k) = \sum_{t_j \in A_i} \hat{x}_{t_j}(k|k) u_{t_j}(k), \quad (19)$$

$$P_{A_i}(k|k) = \sum_{t_j} E\{[\hat{x}_{A_i}(k|k) - \hat{x}_{t_j}(k|k) + \hat{x}_{t_j}(k|k) - x(k)] [\cdot]^T | m_{t_j}(k), M_{A_i}(k), Z^k\} \times P\{m_{t_j}(k) | M_{A_i}(k), Z^k\} = \sum_{t_j \in A_i} \{P_{t_j}(k|k) + [\hat{x}_{t_j}(k|k) - \hat{x}_{A_i}(k|k)] [\cdot]^T\} u_{t_j}(k). \quad (20)$$

### 3 仿真分析

考虑被跟踪实际系统的运动方程和观测方程(采样周期 1s, 跟踪 300s)为  $x(k+1) = x(k) + q(k)$ ;  $z(k) = x(k) + v(k)$ ;  $q(k), v(k)$  相互独立,  $q(k) \sim N[\bar{q}(k), Q(k)]$ ;  $v(k) \sim N[0, R]$

$$\bar{q}(k) = \begin{cases} 0\text{m} & 1\text{s} \leq k \leq 100\text{s} \\ 10\text{m} & 101\text{s} \leq k \leq 200\text{s} \\ -10\text{m} & 201\text{s} \leq k \leq 250\text{s} \\ 0\text{m} & 251\text{s} \leq k \leq 300\text{s} \end{cases}, \quad Q(k) = \begin{cases} 1\text{m}^2 & 1\text{s} \leq k \leq 50\text{s} \\ 20\text{m}^2 & 51\text{s} \leq k \leq 150\text{s} \\ 10\text{m}^2 & 151\text{s} \leq k \leq 300\text{s} \end{cases}.$$

第  $i$  个模型的运动方程和观测方程为  $x_i(k+1) = x_i(k) + q_i(k)$ ,  $z(k) = x_i(k) + v(k)$ ,  $q_i(k) \sim N[\bar{q}_i(k), Q_i(k)]$ ,  $v(k) \sim N[0, R]$ . 两级 IMM 的参数辨识公式为  $\hat{q}(k) = \sum_{A_i} \hat{q}_{A_i}(k)$

$$\theta_{A_i}(k), \hat{q}_{A_i}(k) = \sum_{t_j \in A_i} \bar{q}_{t_j}(k) u_{t_j}(k), \hat{Q}(k) = \left( \sum_{A_i} \hat{\sigma}_{A_i}(k) \theta_{A_i}(k) \right)^2, \hat{\sigma}_{A_i}(k) = \sum_{t_j \in A_i} \sqrt{Q_{t_j}(k)} u_{t_j}(k),$$

$$\text{IMM 的参数辨识公式为 } \hat{q}(k) = \sum_t \bar{q}_t(k) u_t(k), \hat{Q}(k) = \left( \sum_t \sqrt{Q_t(k)} u_t(k) \right)^2.$$

IMM 仿真参数为: 9 个模型的初始概率  $u(0) = [0.05/3 \ 0.05/3 \ 0.3 \ 1/9 \ 1/9 \ 1/9 \ 1/9 \ 1/9 \ 1/9]$ ,  $\bar{q}_1(k) = \bar{q}_2(k) = \bar{q}_3(k) = 0\text{m}$ ,  $\bar{q}_4(k) = \bar{q}_5(k) = \bar{q}_6(k) = 5\text{m}$ ,  $\bar{q}_7(k) = \bar{q}_8(k) = \bar{q}_9(k) = -5\text{m}$ ,  $Q_1(k) = Q_4(k) = Q_7(k) = 10\text{m}^2$ ,  $Q_2(k) = Q_5(k) = Q_8(k) = 27\text{m}^2$ ,  $Q_3(k) = Q_6(k) = Q_9(k) = 1\text{m}^2$ , 各模型初始状态估计的协方差均为  $3\text{m}^2$ ,  $\pi_{st} = 0.97 (s=t)$  或  $0.03/8 (s \neq t) 1 \leq s, t \leq 9$ . 两级 IMM 仿真参数为: 9 个模型分为 3 个模型集, 模型 1, 2, 3  $\in A_1$ ; 模型 4, 5, 6  $\in A_2$ ; 模型 7, 8, 9  $\in A_3$ . 各模型初始状态的协方差均为  $3\text{m}^2$ , 模型集初始概率  $\theta(0) = [0.05 \ 0.05 \ 0.9]$ , 模型初始概率  $u(0) = [1/3 \ 1/3 \ 1/3 \ 1/3 \ 1/3 \ 1/3 \ 0.9 \ 0.05 \ 0.05]$ ,



$$\bar{q}_1(k) = \bar{q}_4(k) = \bar{q}_7(k) = 0\text{m}, \bar{q}_2(k) = \bar{q}_5(k) = \bar{q}_8(k) = 5\text{m}, D = \begin{bmatrix} 0.955 & 0.02 & 0.025 \\ 0.02 & 0.955 & 0.025 \\ 0.025 & 0.025 & 0.95 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.15 & 0.15 \\ 0.15 & 0.7 & 0.15 \\ 0.15 & 0.15 & 0.7 \end{bmatrix}, \pi = \begin{bmatrix} D & B & B \\ B & D & B \\ B & B & D \end{bmatrix}, \Pi = \begin{bmatrix} 0.96 & 0.01 & 0.03 \\ 0.03 & 0.98 & 0.09 \\ 0.01 & 0.01 & 0.88 \end{bmatrix}, \bar{q}_3(k) = \bar{q}_6(k) = \bar{q}_9(k) = -5\text{m},$$

$$Q_1(k) = Q_2(k) = Q_3(k) = 9\text{m}^2, Q_4(k) = Q_5(k) = Q_6(k) = 27\text{m}^2.$$

在仿真图 1~4 中,实曲线为两级 IMM 的估计,虚曲线为标准 IMM 的估计,直线段为真值的被估参数.

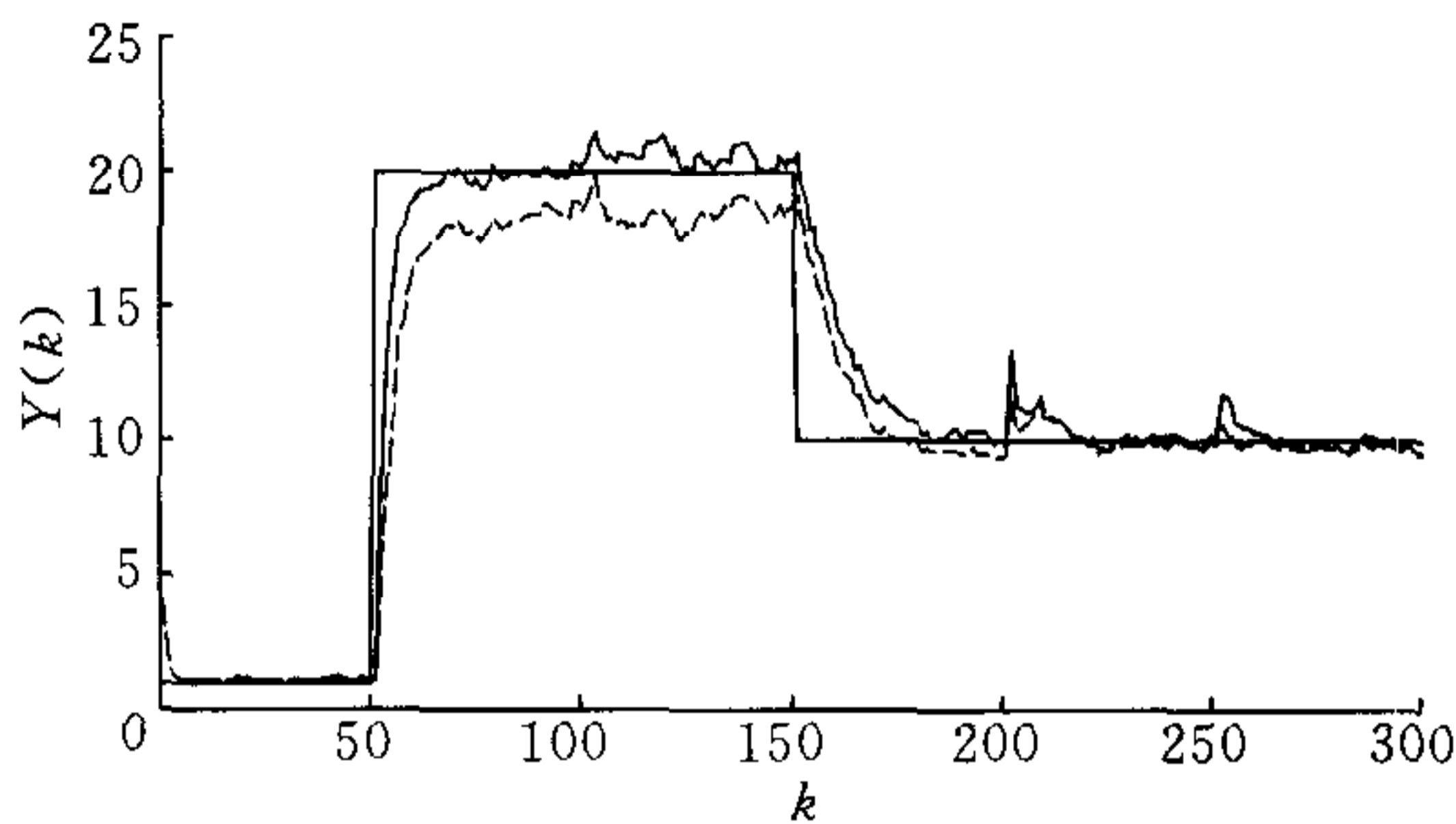


图 1  $Y(k)$  为  $\hat{Q}(k)$  的均值 ( $R=1\text{m}^2$  100 次仿真)

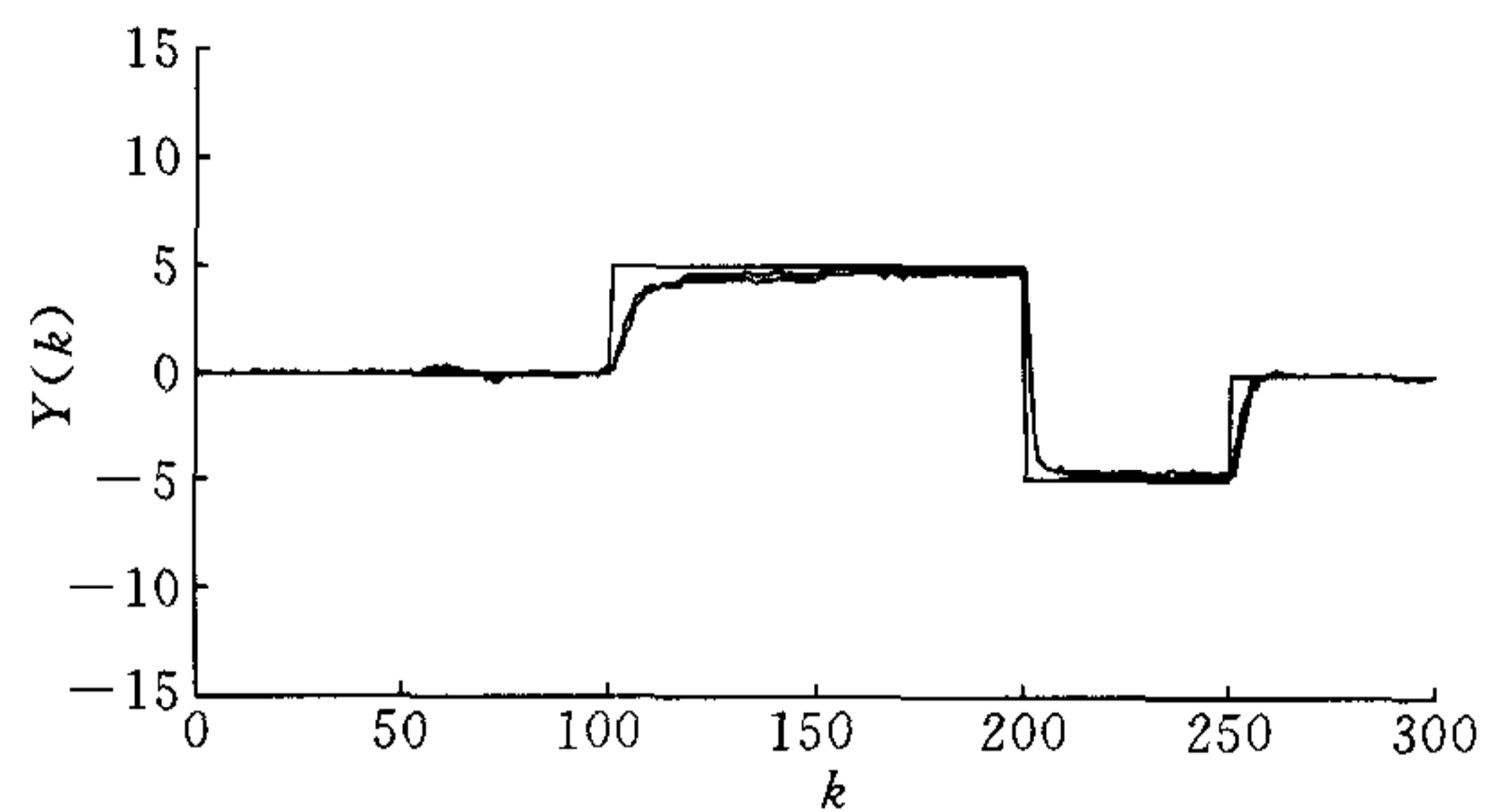


图 2  $Y(k)$  为  $\hat{q}(k)$  的均值 ( $R=1\text{m}^2$  100 次仿真)

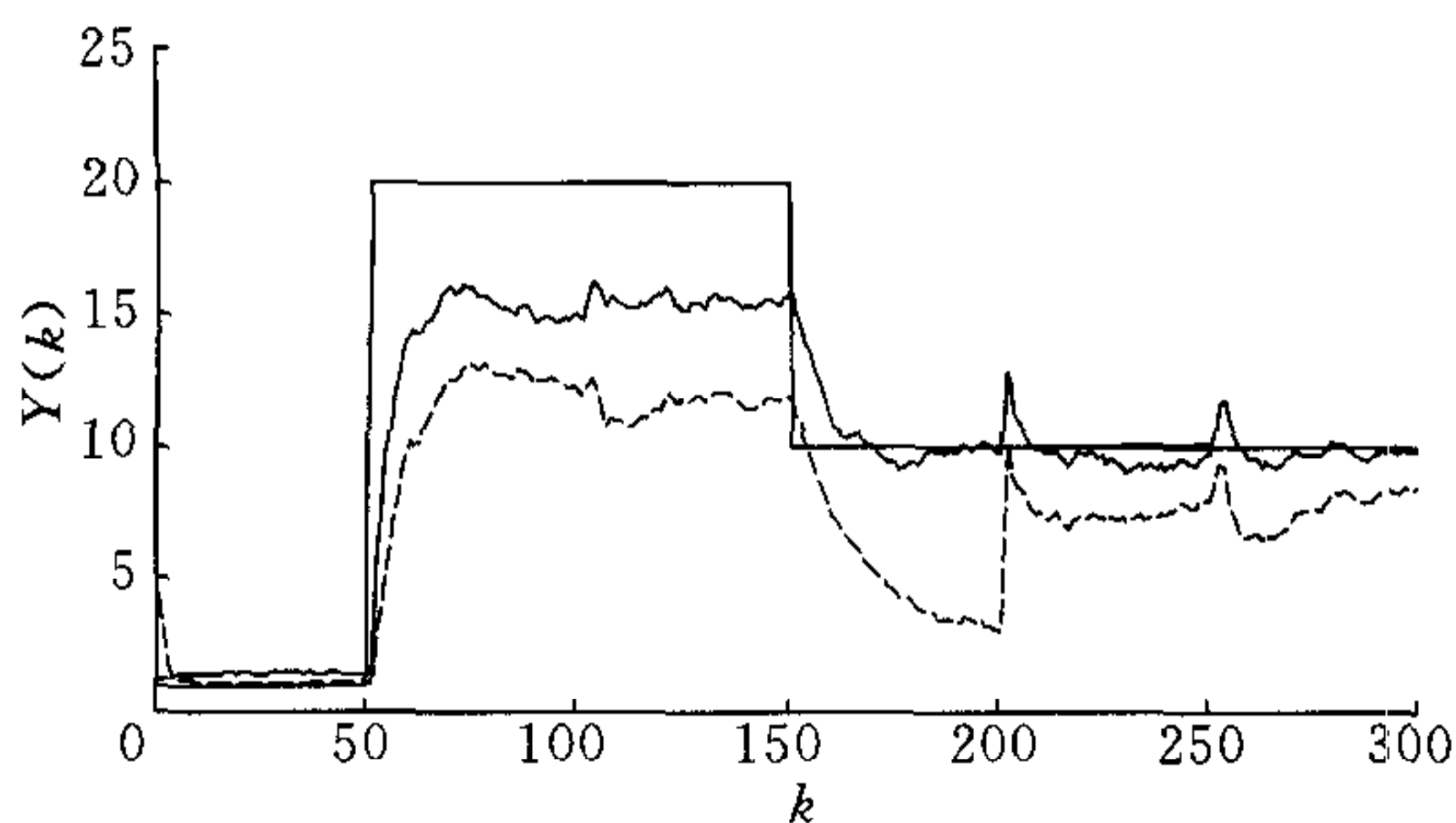


图 3  $Y(k)$  为  $\hat{Q}(k)$  的均值 ( $R=5\text{m}^2$  100 次仿真)

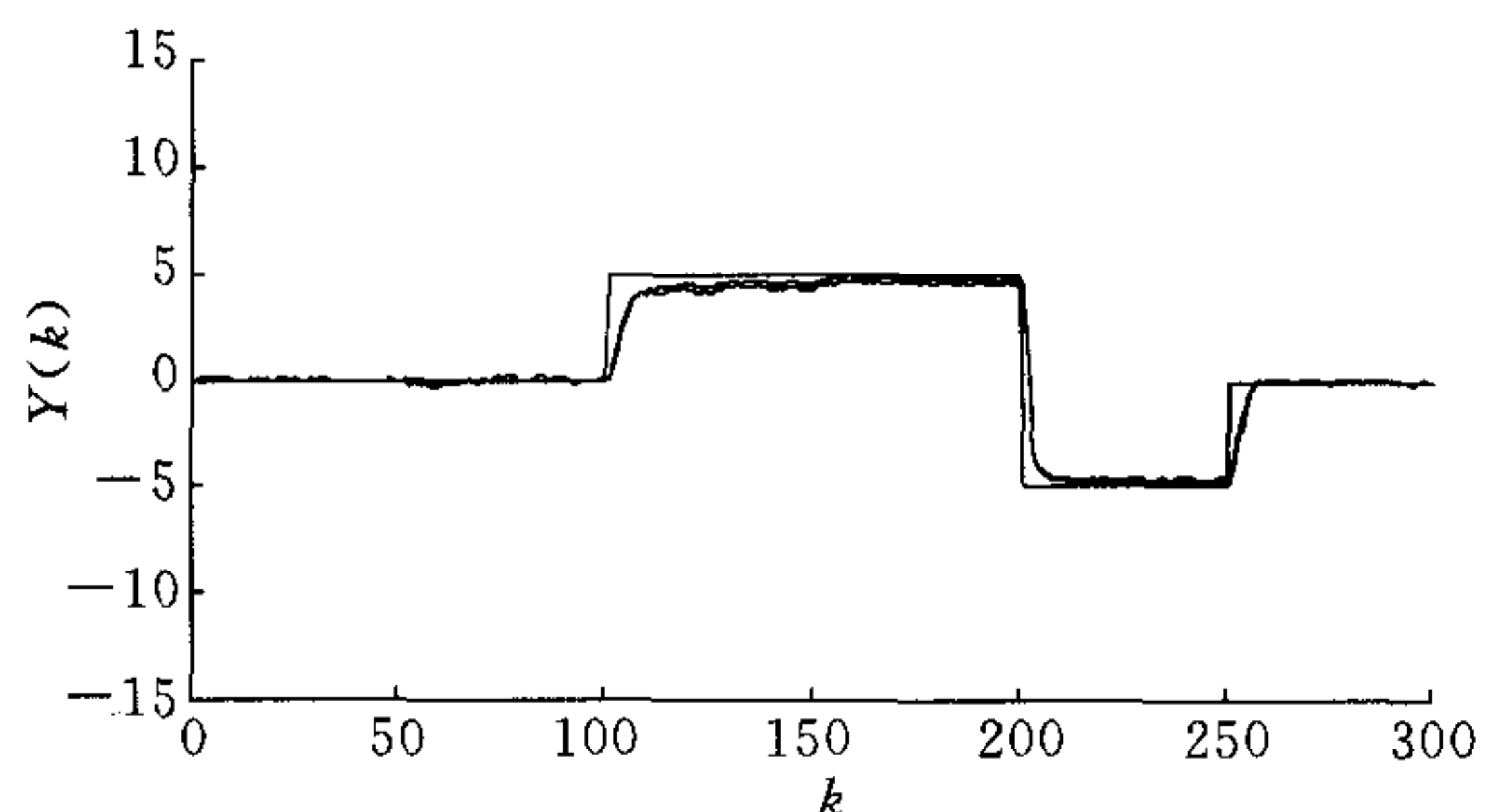


图 4  $Y(k)$  为  $\hat{q}(k)$  的均值 ( $R=5\text{m}^2$  100 次仿真)

由图可知,无论对于  $R=1\text{m}^2$  还是  $R=5\text{m}^2$ ,两种算法的  $\hat{q}(k)$  均无偏且精度相当.对于  $R=1\text{m}^2$ ,两种算法对  $Q(k)$  的估计精度相当.对于  $R=5\text{m}^2$ ,两级 IMM 明显优于标准 IMM.这反映了对于小信噪比信源,两级 IMM 具有更强的自适应性.由于两级 IMM 采用双层结构分层计算,因而与标准 IMM 相比,计算量并无明显增加,反而具有更明显的并行结构便于分布式计算.需要说明的是:模型集和模型的 Markov 转移概率是先验的建模信息,在惯性系统中主对角线占优.由于模型概率取决于模型的似然函数而似然函数是残差的平方负指数,因此 Markov 转移概率在应用中具有很强的鲁棒性.

### 参 考 文 献

- 1 Li Xiao-Rong. Hybrid estimation techniques. *Control & Dynamic Systems*, 1996, 76(1):1~76
- 2 Mazor E, Averbuch A, Bar-Shalom Y, Dayan J. Interacting multiple model methods in multiple-multiple tracking: A Survey. *IEEE Trans. Aerospace & Electronic Systems*, 1998, 34(1):103~122

- 3 Bar-Shalom Y, Li Xiao-Rong. Multitarget-Multisensor Tracking: Principle and Techniques. Storrs: YBS Publishing, 1995
- 4 Pan Quan, Jiao Ling-Yun, Zhang Hong-Cai. Fault detection and identification of dynamic systems using multiple model adaptive estimation. In: Proceedings of IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes. Hull, United Kingdom: IFAC. 1997. 1153~1158
- 5 Pan Quan, Liang Yan, Liu Gang, Dai Guan-Zhong, Zhang Hong-Cai. Performance analysis of interacting multiple model algorithm. In: Proceedings of the 14th World Congress of International Federation of Automatic Control. Beijing: IFAC. 1999. 163~168
- 6 丁振, 潘泉, 张洪才, 戴冠中. 新息滤波交互式多模型噪声辨识算法. 电子学报, 1997, **25**(5):95~98
- 7 Li Xiao-Rong, Y Bar-Shalom. A recursive multiple model approach to noise identification. *IEEE Trans. Aerospace & Electronic Systems*, 1994, **30**(3):671~684

**梁彦** 男, 1971年生, 博士生. 研究兴趣为自适应滤波、目标跟踪、信息融合、贝叶斯推理网.

**谭伟** 男, 1974年生, 硕士生. 研究兴趣为自适应滤波、目标跟踪、智能信号处理.

**潘泉** 男, 1961年生, 博士生导师. 研究兴趣为自适应滤波、数据融合、C<sup>3</sup>I、子波及其应用、目标跟踪、智能信号处理.

**张洪才** 男, 1938年生, 博士生导师. 研究兴趣为自适应滤波、目标跟踪、动态系统的建模、辨识与仿真、信息融合、智能信号处理.