

终端受限机器人系统轨道跟踪的 新控制算法¹⁾

谢胜利 谢振东

(华南理工大学电子与信息学院 广州 510640 E-mail: adshlxie@scut.edu.cn)

摘要 研究一类终端受限机器人系统的控制问题, 针对系统的轨道跟踪控制给出了一种新的学习控制算法. 该算法克服了已有结果所存在的弱点, 其跟踪学习控制的收敛过程既不依赖理想运动控制和理想力控制, 也不依赖于相应的初始控制数据, 大大改善了控制效果.

关键词 终端受限, 机器人系统, 轨道跟踪, 学习控制, 新算法.

A NEW CONTROL ALGORITHM FOR TRAJECTORY TRACKING CONTROL OF TERMINAL RESTRICTED ROBOTIC DYNAMICS

XIE Sheng-Li XIE Zhen-Dong

(College of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640)

(E-mail: adshlxie@scut.edu.cn)

Abstract In this paper, a class of trajectory tracking control of terminal restricted robotic dynamics is discussed and a new learning control algorithm is given. The algorithm has overcome the shortage of the existing results, and its convergence process of tracking learning control depends neither on desired motion control and desired power nor on the data of the corresponding initial control; the results of Wang (1995) and Soh (1995) have been improved greatly.

Key words Terminal restricted, robotic dynamics, trajectory tracking, learning control, new algorithm.

1 引言

迭代学习控制方法是日本学者 Arimoto^[1]于 1984 年针对机器人系统的控制而提出来的. 由于该方法产生了比较好的控制效果, 故引起了控制理论领域的广泛关注.

1) 国家自然科学基金(69874013)、广东省自然科学基金(980506)、广州市基础科学研究基金(99J00601)资助项目; 本文于中国科学院系统科学研究所访问期间完成.

收稿日期 1999-01-21 收修改稿日期 1999-07-30

Park^[2], Danwei, Soh^[3,4]以及 Dusko^[5]先后针对不同情况下的机器人系统的轨道跟踪控制进行了研究, Chien^[6], Lee^[7]分别将此方法用于非线性系统的鲁棒控制上, Amann^[8]等人还将此应用于相应的离散系统上. 但是在机器人系统控制上的应用, 同其它方面的研究一样, 目前或多或少存在一些不尽人意之处. 跟踪控制的效果及控制算法的收敛性要依赖于理想运动控制与理想力控制. 此外, 还与学习算法中所选的初始运动和初始力的数据有关. 而事实上, 在学习控制的过程中, 理想运动控制与理想力控制正是所要寻求的, 而且算法的收敛对初始数据的依赖也是不理想的结果.

本文针对 Danwei 及 Soh 所讨论的终端受限的机器人系统, 给出了一种轨道跟踪控制的新的学习算法, 这种控制算法较好的解决了以上所存在的一些问题, 也就是说, 我们所给的控制算法的收敛性既不依赖于理想运动控制和理想力控制, 也不依赖于相应的初始控制数据.

2 回顾与分析

本节回顾并分析 Danwei 和 Soh 等人^[3,4]1995 年的工作, 以便与本文的工作进行比较.

考虑一个终端受限的机器人系统

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + \hat{d}(t) = D^T(q)\lambda + u, \quad (1)$$

$$\Phi(q) = (\Phi_1(q), \dots, \Phi_m(q))^T = 0, \quad (2)$$

其各量的意义见文献[3].

McClamroch 等在假定

$$1) \mathbf{q}^T = (\mathbf{q}_1^T, \mathbf{q}_2^T), \quad \mathbf{q}_1 \in R^m, \quad \mathbf{q}_2 \in R^{n-m};$$

$$2) \text{ 存在函数 } \Omega: U \rightarrow R^m \text{ 使得 } \mathbf{q}_1 = \Omega(\mathbf{q}_2), \Phi(\Omega(\mathbf{q}_2), \mathbf{q}_2) = 0$$

下, 通过如下可逆的非线性变换 $X: R^n \rightarrow R^n$

$$\mathbf{x} = X(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 - \Omega(\mathbf{q}_2) \\ \mathbf{q}_2 \end{bmatrix}, \quad \left[\mathbf{q} = Q(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 + \Omega(\mathbf{x}_2) \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} \right], \quad (3)$$

并经过相应的分解, 将式(1), (2)转化为状态空间形式如下:

$$\lambda = G_2(\mathbf{z})\mathbf{m} - G_1(\mathbf{z})\mathbf{f} + \mathbf{h}(\mathbf{z}, \mathbf{f}) + \mathbf{w}_1(\mathbf{z}, t), \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{g}_2(\mathbf{z}, t) + B_2(\mathbf{z})\mathbf{m} + \mathbf{w}_2(\mathbf{z}, t), \quad (5)$$

其中函数 \mathbf{f}, \mathbf{m} 分别表示力与运动, $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix}$, 而其它函数的表示见文献[1].

Soh 等人针对系统(1), (2), 给出了如下学习算法:

$$\mathbf{v}_{k+1}(t) = (1 - \beta)\mathbf{v}_k(t) + \beta\mathbf{v}_0(t) + \begin{bmatrix} -L_1(\mathbf{q}_{2,k}(t)) & 0 \\ 0 & L_2(\mathbf{q}_{2,k}(t)) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_d(t) - \hat{\lambda}_k(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_{2,d}(t) - \ddot{\mathbf{q}}_{2,k}(t) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{v} = E_1^T \mathbf{f} + E_2^T \mathbf{m}$, $\ddot{\mathbf{q}}_{2,k} = \ddot{\mathbf{q}}_{2,k} + \tilde{\mathbf{n}}$, $I_n = [E_1^T \dots E_n^T]$, $E_1 \in R^{m \times n}$, $E_2 \in R^{(n-m) \times n}$ 且

$$L_1: R^{(n-m)} \rightarrow R^{m \times m}, \quad L_2: R^{(n-m)} \rightarrow R^{(n-m) \times (n-m)}$$

是待定的学习率, $\tilde{\mathbf{n}}$ 是有界的测量噪声, $\beta \in (0, 1)$, I_n 为 n 维单位矩阵. 他们得到如下结

论.

定理1. 若学习控制(6)中的 $L_1(q_2(t)), L_2(q_2(t))$, 满足

$$\|(1 - \beta)I_m - L_1(q_2(t))N_1^{-1}(q_2(t))\| \leq p_1 < 1, \quad (7)$$

$$\|(1 - \beta)I_{n-m} - L_2(q_2(t))H_2^{-1}(q_2(t))\| \leq p_2 < p_1, \quad (8)$$

则有

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \left\| \begin{bmatrix} q_d \\ \dot{q}_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q_k \\ \dot{q}_k \end{bmatrix} \right\|_\alpha \leq \hat{c}(\hat{c}_1 \|z_d(0) - z_k(0)\| + \hat{c}_2 \beta \|m_d - m_0\|_\alpha + \hat{c}_3 b w_2 + \hat{c}_4 b_{n_2}), \quad (9)$$

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|\lambda_d - \lambda_k\|_\alpha \leq \hat{c}_5 \|z_d(0) - z_k(0)\| + \hat{c}_6 \beta \|f_d - f_0\|_\alpha + \hat{c}_7 \beta \|m_d - m_0\|_\alpha + \hat{c}_8 b_{w_1} + \hat{c}_9 b_{w_2} + \hat{c}_6 b_{L_1} b_{n_1} + \hat{c}_7 b_{L_2} b_{n_2}, \quad (10)$$

其中 $\hat{\lambda}_k(t) = \lambda_k(t) + n_1(t)$, $\hat{z}_k(t) = z_k(t) + n_2(t)$, 而 $\|F\|_\alpha$ 表示函数 $F: [0, T] \rightarrow R^n$ 的 α -范数.

在式(9), (10)中 $\|m_d - m_0\|_\alpha, \|f_d - f_0\|_\alpha$ 一般来说是不易确定的, 因为理想运动控制与理想力控制在学习控制中是不知道的, 且正是所要寻求的.

3 新算法及结果改进

本节将给出一种新的算法, 该算法能较好地解决以上问题.

对于式(5)考虑第 k 次闭环系统

$$\dot{z}_k(t) = g_2(z_k(t), t) + B_2(z_k(t), t)m_k(t) + w_2(z_k(t), t), \quad (11)$$

其中 $m_k(t)$ 由如下学习算法确定:

$$m_{k+1}(t) = J_1 m_k(t) + J_2 m_{k-1}(t) + \hat{L}_2(z_k(t))[\dot{z}_d(t) - (\dot{z}_k(t) + n_2(t))] + L_2^*(z_k(t))[\dot{z}_d(t) - (\dot{z}_{k-1}(t) + n_2(t))], \quad (12)$$

而 $J_1 + J_2 = I$ 且 $\hat{L}_2, L_2^*: R^{2(n-m)} \rightarrow R^{(n-m) \times 2(n-m)}$ 是待定的运动学习率.

相应的对(4)式考虑第 k 次闭环系统

$$\lambda_k(t) = G_2(z_k(t))m_k(t) - G_1(z_k(t))f_k(t) + h(z_k(t), t) + w_1(z_k(t), t), \quad (13)$$

其中 $f_k(t)$ 由如下学习算法确定:

$$f_{k+1}(t) = J_1 f_k(t) + J_2 f_{k-1}(t) - \hat{L}_1(z_k(t))[\lambda_d(t) - (\lambda_k(t) + n_1(t))] - L_1^*(z_k(t))[\lambda_d(t) - (\lambda_{k-1}(t) + n_1(t))], \quad (14)$$

而 $J_1 + J_2 = I$ 且 $\hat{L}_1, L_1^*: R^{2(n-m)} \rightarrow R^{m \times m}$ 是待定的力学习率.

对系统(11), (13)可得如下结果.

引理1. 若式(12)中的学习率 \hat{L}_2, \hat{L}_2^* 满足

$$\|J_1 + \hat{L}_2(z)B_2(z)\| + \|J_2 + L_2^*(z)B_2(z)\| \leq p_1 < 1, \quad J_1 + J_2 = I, \quad (15)$$

则有

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|m_d - m_k\|_\alpha \leq \frac{1}{1 - p_1} (\hat{l} \limsup_{k \rightarrow \infty} \|z_d(0) - z_k(0)\| + \hat{n}) =: A,$$

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|z_d - z_k\|_\alpha \leq \limsup_{k \rightarrow \infty} \|z_d(0) - z_k(0)\| + \frac{1}{\alpha - a} B_{B_2} A,$$

其中 $\hat{l} = (L_{g_2} + L_{w_2})(B_{L_2} + B_{L_2^*})$, $\hat{n} = B_{L_2}B_{n_2} + B_{L_2^*}B_{n_2}$, $a = B_{g_2} + B_{B_2}B_{m_d} + B_{w_2}$.

证明. 由式(12)可得

$$\begin{aligned} \|m_d(t) - m_{k+1}(t)\| \leq & \| [J_1 + \hat{L}_2(z_k)B_2(z_k)] \| \| (m_d(t) - m_k(t)) \| + \\ & \| [J_2 + \hat{L}_2^*(z_{k-1})B_2(z_{k-1})] \| \| (m_d(t) - m_{k-1}(t)) \| + \\ & B_{L_2}(L_{g_2} + L_{w_2}) \|z_d(t) - z_k(t)\| + \\ & B_{L_2^*}(L_{g_2} + L_{w_2}) \|z_d(t) - z_{k-1}(t)\| + \hat{n}, \end{aligned} \quad (16)$$

再由式(11)不难得到

$$\begin{aligned} \|z_d(t) - z_k(t)\| \leq & \|z_d(0) - z_k(0)\| + \int_0^t B_{B_2} \|m_d(s) - m_k(s)\| ds + \\ & \int_0^t (L_{B_2}B_{m_d} + L_{g_2} + L_{w_2}) \|z_d(s) - z_k(s)\| ds, \end{aligned} \quad (17)$$

从而

$$\|z_d(t) - z_k(t)\| \leq \|z_d(0) - z_k(0)\| e^{at} + \int_0^t B_{B_2} e^{a(t-s)} \|m_d(s) - m_k(s)\| ds. \quad (18)$$

将式(18)代入式(16)并两边取 α -范数有

$$\begin{aligned} \|m_d - m_{k+1}\|_\alpha \leq & \left[\|J_1 + \hat{L}_2(z_k)B_2(z_k)\| + B_{L_2}(L_{g_2} + L_{w_2})B_{B_2} \frac{1}{\alpha - a} \right] \|m_d - m_k\|_\alpha + \hat{n} + \\ & \left[\|J_2 + \hat{L}_2^*(z_{k-1})B_2(z_{k-1})\| + B_{L_2^*}(L_{g_2} + L_{w_2})B_{B_2} \frac{1}{\alpha - a} \right] \|m_d - m_{k-1}\|_\alpha + \\ & B_{L_2}(L_{g_2} + L_{w_2}) \|z_d(0) - z_k(0)\| + B_{L_2^*}(L_{g_2} + L_{w_2}) \|z_d(0) - z_{k-1}(0)\|. \end{aligned} \quad (19)$$

由于

$$\|J_1 + \hat{L}_2(z_k)B_2(z_k)\| + \|J_2 + L_2^*(z_{k-1})B_2(z_{k-1})\| \leq p_1 < 1,$$

则可选取 α 适当大, 使得

$$\begin{aligned} & \left[\|J_1 + \hat{L}_2(z_k)B_2(z_k)\| + B_{L_2}(L_{g_2} + L_{w_2})B_{B_2} \frac{1}{\alpha - a} \right] + \\ & \left[\|J_2 + L_2^*(z_{k-1})B_2(z_{k-1})\| + B_{L_2^*}(L_{g_2} + L_{w_2})B_{B_2} \frac{1}{\alpha - a} \right] \leq \hat{p}_1 < 1. \end{aligned} \quad (20)$$

再由式(19), (20)不难推知

$$\begin{aligned} \limsup_{k \rightarrow \infty} \|m_d - m_k\|_\alpha \leq & \frac{1}{1 - \hat{p}_1} \left[(L_{g_2} + L_{w_2}) \times \right. \\ & \left. (B_{L_2} + B_{L_2^*}) (\limsup_{k \rightarrow \infty} \|z_d - z_k\|_\alpha) + \hat{n} \right] =: A, \end{aligned} \quad (21)$$

而由式(18)有

$$\|z_d - z_k\|_\alpha \leq \|z_d(0) - z_k(0)\| + \frac{1}{\alpha - a} B_{B_2} \|m_d - m_k\|_\alpha, \quad (22)$$

则

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|z_d - z_k\|_\alpha \leq \limsup_{k \rightarrow \infty} \|z_d(0) - z_k(0)\|_\alpha + \frac{A}{\alpha - a} B_{B_2}, \quad (23)$$

式(21), (23)便是引理1的结论.

由系统(13), (14)可得到如下引理.

引理2. 若式(12)中的学习率满足式(15),且式(14)中的学习率满足

$$\|J_1 + \hat{L}_1(\mathbf{z})G_1(\mathbf{z})\| + \|J_2 + L_1^*(\mathbf{z})G_1(\mathbf{z})\| \leq p_2 < 1, J_1 + J_2 = I, \quad (24)$$

则有

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|f_d - f_k\|_\alpha \leq \frac{1}{1 - p_2} [(B_{L_1} + B_{L_1^*})B_{n_1} + 2\hat{M}A + 2B_{L_1}\hat{D}\hat{Z}_\infty],$$

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|\lambda_d - \lambda_k\|_\alpha \leq \frac{1}{1 - p_2} B_{G_1} (B_{L_1} + B_{L_1^*}) B_{n_1} + QA + \hat{D} \left(1 + \frac{2}{1 - p_2} B_{G_1} B_{L_1} \right) \hat{Z}_\infty,$$

其中

$$\hat{D} = L_h + L_{w_1} + B_{f_d} L_{G_1} + B_{m_d} L_{G_2}, \quad \hat{Z}_\infty = \limsup_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{z}_d(0) - \mathbf{z}_k(0)\|_\alpha,$$

$$Q = \frac{\hat{M}}{B_{L_1}} + \frac{2}{1 - p_2} B_{G_1} B_{L_1} (B_{G_2} + \hat{D}B_{B_2}), \quad \hat{M} = B_{L_1} \left(B_{G_2} + \frac{\hat{D}}{\alpha - a} B_{B_2} \right),$$

且 L_G 表示 G 的 Lipschitz 常数, 而 B_G 表示 $\|G\|$ 的界.

证明. 由式(14)可推得

$$\begin{aligned} \lambda_d(t) - \lambda_{k+1}(t) = & G_2(\mathbf{z}_k(t))(\mathbf{m}_d(t) - \mathbf{m}_k(t)) + (G_2(\mathbf{z}_d(t)) - G_2(\mathbf{z}_k(t)))\mathbf{m}_d(t) - \\ & G_1(\mathbf{z}_k(t))(f_d(t) - f_k(t)) + (G_1(\mathbf{z}_d(t)) - G_1(\mathbf{z}_k(t)))f_d(t) + \\ & \mathbf{h}(\mathbf{z}_d(t), t) - \mathbf{h}(\mathbf{z}_k(t), t) + \mathbf{w}_1(\mathbf{z}_d(t), t) - \mathbf{w}_1(\mathbf{z}_k(t), t), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \|f_d - f_{k+1}\|_\alpha \leq & \|J_1 + \hat{L}_1(\mathbf{z}_k)G_1(\mathbf{z}_k)\| \|f_d - f_k\|_\alpha + \\ & \|J_2 + L_1^*(\mathbf{z}_{k-1})G_1(\mathbf{z}_{k-1})\| \|f_d - f_{k-1}\|_\alpha + (B_{L_1} + B_{L_1^*})B_{n_1} + \\ & B_{L_1}B_{G_2}(\|\mathbf{m}_d - \mathbf{m}_k\|_\alpha + \|\mathbf{m}_d - \mathbf{m}_{k-1}\|_\alpha) + \\ & B_{L_1}(L_{G_1}B_{f_d} + L_{G_2}B_{m_d} + L_h + L_{w_1})(\|\mathbf{z}_d - \mathbf{z}_k\|_\alpha + \|\mathbf{z}_d - \mathbf{z}_{k-1}\|_\alpha). \end{aligned} \quad (26)$$

因为

$$\|J_1 + \hat{L}_1(\mathbf{z}_k)G_1(\mathbf{z}_k)\| + \|J_2 + L_1^*(\mathbf{z}_{k-1})G_1(\mathbf{z}_{k-1})\| \leq p_2 < 1,$$

再由式(21), (23)可得到

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|f_d - f_k\|_\alpha \leq \frac{1}{1 - p_2} [(B_{L_1} + B_{L_1^*})B_{n_1} + 2\hat{M}A + 2B_{L_1}\hat{D}\hat{Z}_\infty]. \quad (27)$$

将式(21), (23), (27)代入式(25)有

$$\begin{aligned} \limsup_{k \rightarrow \infty} \|\lambda_d - \lambda_k\|_\alpha \leq \\ \frac{1}{1 - p_2} B_{G_1} (B_{L_1} + B_{L_1^*}) B_{n_1} + QA + \hat{D} \left(1 + \frac{2}{1 - p_2} B_{G_1} B_{L_1} \right) \hat{Z}_\infty. \end{aligned} \quad (28)$$

式(27), (28)便是要证明的结论.

再注意 $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}_2 = \mathbf{q}_2$, $\mathbf{q}_1 = \Omega(\mathbf{q}_2)$, 综合引理1和引理2, 不难得到

定理2. 若在学习算法(12), (14)中的学习率 \hat{L}_i, L_i^* , $i=1, 2$ 满足

$$\begin{aligned} \|J_1 + \hat{L}_2(\mathbf{z})B_2(\mathbf{z})\| + \|J_2 + L_2^*(\mathbf{z})B_2(\mathbf{z})\| \leq p_1 < 1, \quad J_1 + J_2 = I, \\ \|H_1 + \hat{L}_1(\mathbf{z})G_1(\mathbf{z})\| + \|H_2 + L_1^*(\mathbf{z})G_1(\mathbf{z})\| \leq p_2 < 1, \quad H_1 + H_2 = I, \end{aligned}$$

则有

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{q}_d \\ \dot{\mathbf{q}}_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{q}_k \\ \dot{\mathbf{q}}_k \end{bmatrix} \right\|_\alpha \leq C \left(\hat{Z}_\infty + \frac{A}{\alpha - a} B_{B_2} \right),$$

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|\lambda_d - \lambda_k\|_a \leq \frac{1}{1 - p_2} B_{G_1} (B_{L_1} + B_{L_1^*}) B_{n_1} + QA + \hat{D} \left(1 + \frac{2}{1 - p_2} B_{G_1} B_{L_1} \right) \hat{Z}_\infty,$$

其中

$$\hat{l} = (L_{g_2} + L_{w_2})(B_{L_2} + B_{L_2^*}), \quad \hat{n} = B_{L_2} B_{n_2} + B_{L_2^*} B_{n_2}, \quad A = \frac{1}{1 - p_1} (\hat{l} \hat{Z}_\infty + \hat{n}),$$

$$\alpha = B_{g_2} + B_{B_2} B_{m_d} + B_{w_2}, \quad \hat{D} = L_h + L_{w_1} + B_{f_d} L_{G_1} + B_{m_d} L_{G_2},$$

$$Q = \frac{\hat{M}}{B_{L_1}} + \frac{2}{1 - p_2} B_{G_1} B_{L_1} (B_{G_2} + \hat{D} B_{B_2}), \quad \hat{M} = B_{L_1} \left(B_{G_2} + \frac{\hat{D}}{\alpha - a} B_{B_2} \right),$$

且 L_G 表示 G 的 Lipschitz 常数, 而 B_G 表示 $\|G\|$ 的界.

4 结束语

本文针对 Danwei 和 Soh 所讨论的终端受限的机器人系统的轨道跟踪控制问题进行了研究. 给出了一种新的学习控制算法, 利用这种学习算法较好地改善了已有的相应结果 (如 Danwei(1995) 和 Soh(1995) 的结果). 因为在引理1和引理2以及定理中的估计里不含 $\|f_d - f_0\|_a$, $\|m_d - m_0\|_a$, 也就是说, 我们所给的控制算法的收敛性既不依赖于理想运动控制和理想力控制, 也不依赖于相应的初始控制数据.

参 考 文 献

- 1 Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robotics by learning. *J. Robotics Syst.*, 1984, (1~2): 123~140
- 2 Park B H, Tae-Yong Kuc, Jins Lee. Adaptive learning control of uncertain robotic systems. *Int. J. Control*, 1996, **65**(5): 725~744
- 3 Wang Danwei. A simple iterative learning controller for manipulators with flexible joints. *Automatica*, 1995, **31**(9): 1341~1344
- 4 Wang Danwei, Soh Y C, Cheah C C. Robust motion and force control of constrained manipulators by learning. *Automatica*, 1995, **31**(2): 257~262
- 5 Dusko M K, Miomir K V. Highly efficient robot dynamics learning by decomposed connectionist feedforward control structure. *IEEE Trans. Syst., Man, & Cyberne.*, 1995, **25**(1): 145~158
- 6 Chiang-Ju Chien, Jing-Sin Liu. A P-type iterative learning controller for robust output tracking of nonlinear time-varying systems. *Int. J. Control*, 1996, **64**(2): 319~334
- 7 Hak-Sung Lee, Zeungnam Bien. Study on robustness of iterative learning control with non-zero initial error. *Int. J. Control*, 1996, **64**(3): 345~359
- 8 Amann N, Owens D H. Iterative learning control for discrete-time systems with exponential rate of convergence. In: Proc. Control Theory Appl., 1996, **143**(2): 217~224

谢胜利, 谢振东 见本刊2000年26卷2期168页.