

研究简报

一种基于灵敏度的自整定最优 PI 控制器

王亚刚 邵惠鹤

(上海交通大学自控研究所 上海 200030)

(E-mail: wyg70597@mail1.sjtu.edu.cn)

关键词 PI 控制, 自整定, 继电反馈, 鲁棒性, 灵敏度.

AUTOMATIC TUNING OF OPTIMAL PI CONTROLLERS BASED ON SENSITIVITY SPECIFICATION

WANG Ya-Gang SHAO Hui-He

(Research Institute of Automation, Shanghai JiaoTong University, Shanghai 200030)

(E-mail: wyg70597@mail1.sjtu.edu.cn)

Key words PI control, auto-tuning, relay feedback, robustness, sensitivity.

1 引言

在工业过程控制中, PID 控制器是最为常用的控制算法^[1]. 这种控制器被广泛应用主要是因为结构简单、在实际中容易被理解和实现, 而且许多高级控制都是以它为基础的. PID 参数的整定一般需要经验丰富的工程技术人员来完成, 既耗时又耗力, 加之实际系统千差万别, 又有滞后、非线性等因素, 使 PI 参数的整定有一定的难度, 致使许多 PID 控制器没能整定得很好, 这样的系统自然无法工作在令人满意的状态, 为此人们提出了自整定控制器.

本文给出一种实用的基于灵敏度的自整定最优 PI 控制器, 该控制器适用于广泛的自衡系统. 这种 PI 自整定控制器首先引入继电反馈获得被控对象 Nyquist 图上的两点的频率特性, 从而可以辨识出一个二阶加纯滞后模型^[2]. PI 控制器的设计是基于灵敏度和积分误差指标最优, 这样就保证了整个回路具有良好的鲁棒性能和控制性能. 仿真实验表明此方法对广泛的被控对象都能给出满意的控制效果, 优于改进的 Ziegler-Nichols 方法^[3].

2 模型辨识方法

实际的工业被控对象是非常复杂的，所以要确定出它的精确模型是不现实的，而且也是没有必要的。在实际中常用的方法是用低阶加纯滞后模型近似高阶的过程对象。这里我们采用 Wang 提出的二阶加纯滞后模型的辨识方法^[2]，模型结构如下：

$$G'_p(s) = \frac{e^{-sL}}{as^2 + bs + c} \tag{1}$$

取 Nyquist 图上的两点 ω_{90} 和 ω_{180} ，使得 $G'_p(j\omega_{90}) = G_p(j\omega_{90})$ 和 $G'_p(j\omega_{180}) = G_p(j\omega_{180})$ ，其中 $\angle G_p(j\omega_{90}) = -\frac{\pi}{2}$ 和 $\angle G_p(j\omega_{180}) = -\pi$ 。这两点的频率特性可以容易地通过两个连续的继电反馈实验获得，如图 1 所示。自整定控制器在整定模式 (t_1, t_2) 下进行模型辨识操作，而在控制模式 (c) 下进行常规的 PI 控制。

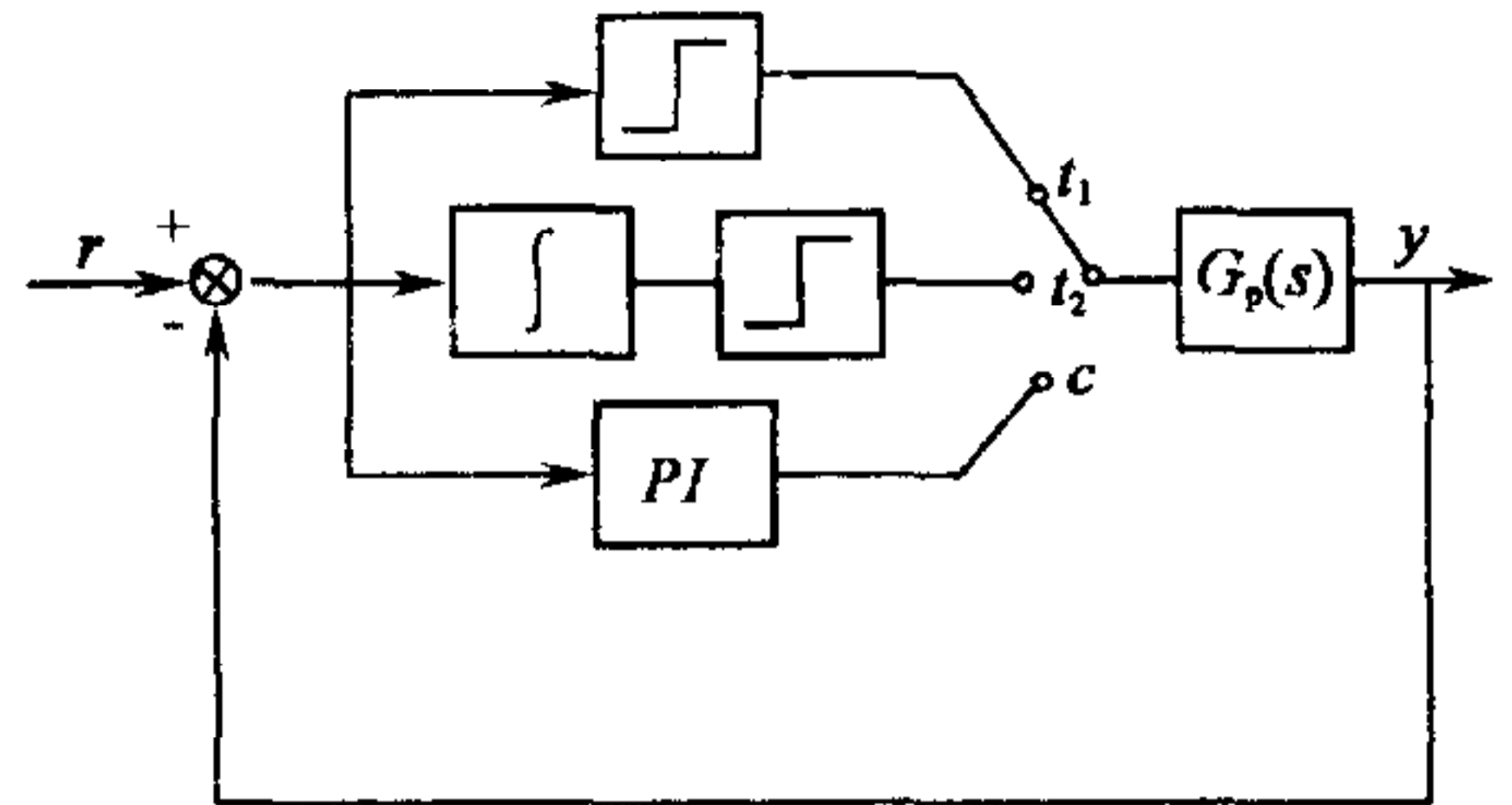


图1 自整定 PI 控制器的结构框图

设 $|G_p(j\omega_{90})| = k_{90}$ 和 $|G_p(j\omega_{180})| = k_{180}$ ，这样就有下列等式

$$c - a\omega_{90}^2 + jb\omega_{90} = \frac{\cos(\omega_{90}L) - j\sin(\omega_{90}L)}{-jk_{90}} \tag{2}$$

$$c - a\omega_{180}^2 + jb\omega_{180} = \frac{\cos(\omega_{180}L) - j\sin(\omega_{180}L)}{-k_{180}} \tag{3}$$

以上等式实部和虚部分别相等得到四个方程组，这样参数 L, a, b 和 c 可相继求得。尽管模型(1)的参数确定是通过仅让其两点的频率特性与实际对象相等，但它的 Nyquist 图却能在 $[\omega_{90}, \omega_{180}]$ ，频率范围内很好地接近实际对象。

3 PI 参数整定方法

设 PI 控制器的结构为

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \tag{4}$$

引入函数

$$f(k_p, k_i, \omega) = |1 + G_c(j\omega)|^2 = \left| 1 + \left(k_p - j \frac{k_i}{\omega} \right) G_p(j\omega) \right|^2 \tag{5}$$

则灵敏度的约束条件可表示为

$$f(k_p, k_i, \omega) \geq 1/M_s^2 \tag{6}$$

设

$$G_p(s) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) = \gamma(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \tag{7}$$

其中 $\alpha(\omega) = \gamma(\omega)\cos\varphi(\omega)$ ， $\beta(\omega) = \gamma(\omega)\sin\varphi(\omega)$ ，则函数 $f(k_p, k_i, \omega)$ 可表示为

$$f(k_p, k_i, \omega) = 1 + 2\alpha(\omega)k_p + 2\frac{\beta(\omega)}{\omega}k_i + \gamma^2(\omega)k_p^2 + \frac{\gamma^2(\omega)}{\omega^2}k_i^2 \tag{8}$$

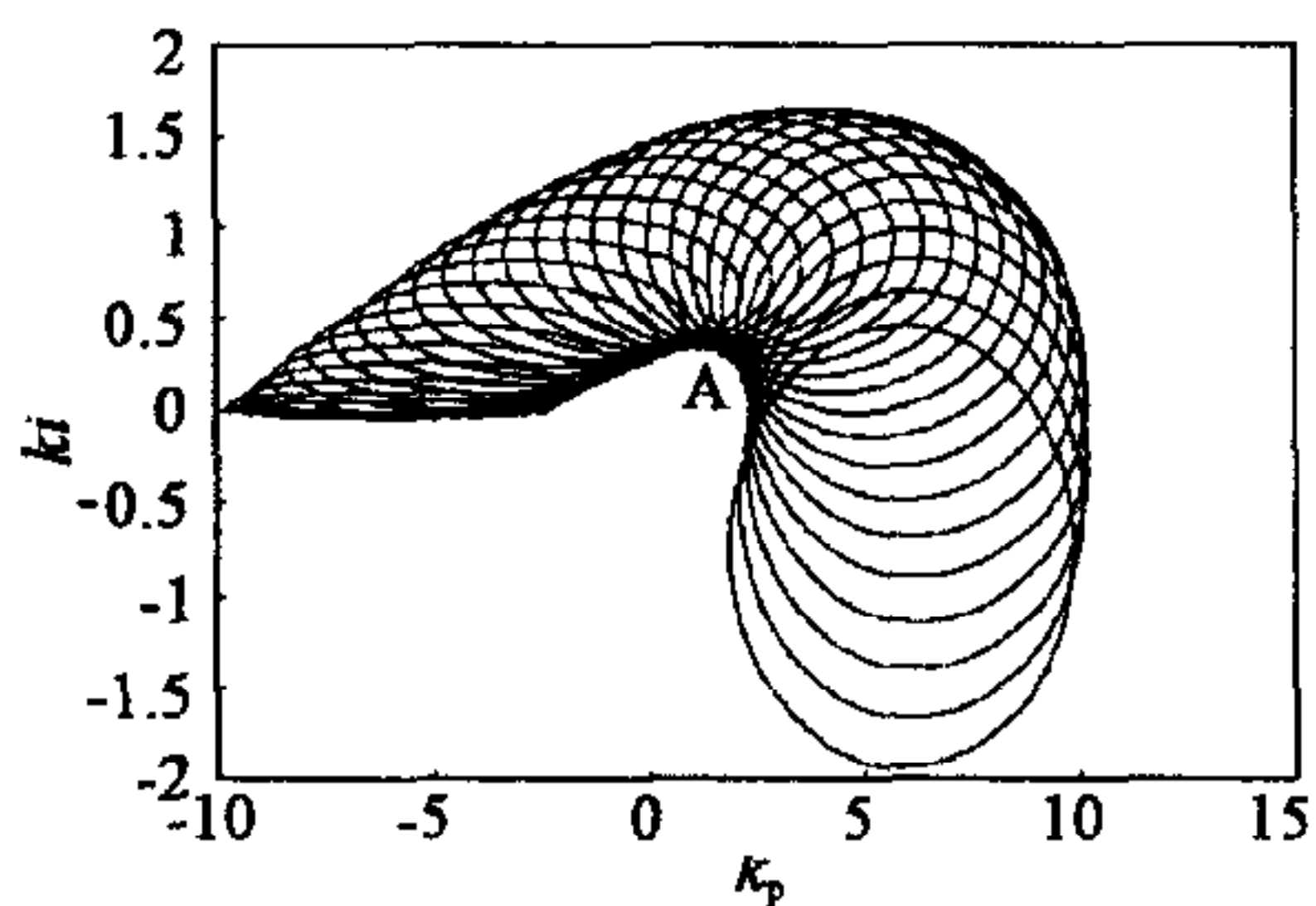


图2 灵敏度约束条件在 $k_p - k_i$ 平面上几何表示

结合式(6)和(8),从几何图形上考虑,对于固定的 ω ,灵敏度的约束条件表示为在 $k_p - k_i$ 平面上一个椭圆的外部. 对于 $0 \leq \omega < \infty$,则会产生椭圆族,而这些椭圆族形成的包络线即为满足灵敏度约束条件的 PI 参数 k_p 和 k_i 集合的边界,如图2所示.

负载扰动响应可用误差积分性能指标来描述,如 $IE = \int e(t)dt$. 当负载扰动为单位阶跃时,则有 $IE = 1/k_i^{[1]}$,即 PI 控制器的积分系数越大,系统的抗负载扰动的性能越好.

以上所讨论的 PI 控制器设计问题可以归结为一个优化问题,即求取下包络线上的使得 k_i 为最大值的控制器参数,如图2中的 A 点.

椭圆族的包络线的方程如下:

$$\begin{cases} f(k_p, k_i, \omega) = 1/M_s^2, \\ \frac{\partial f}{\partial \omega}(k_p, k_i, \omega) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

方程组(9)隐式地定义了 k_i 是 k_p 的函数,寻找这个函数的极大值可得到 PI 参数 k_p 和 k_i 最优值的表达式如下:

$$\begin{cases} k_p = -\frac{\alpha(\omega)}{\gamma^2(\omega)} = -\frac{1}{\gamma(\omega)} \cos \varphi(\omega), \\ k_i = -\frac{\omega \beta(\omega)}{\gamma^2(\omega)} - \frac{\omega}{M_s \gamma(\omega)} = -\frac{\omega}{\gamma(\omega)} \left(\sin \varphi(\omega) + \frac{1}{M_s} \right). \end{cases} \quad (10)$$

包络线极值点处的 ω^* 值的求解等式为

$$\Phi(\omega) = \left(\frac{\beta(\omega)}{\gamma(\omega)} + \frac{1}{M_s} \right) \left(\frac{\gamma'(\omega)}{\gamma(\omega)} - \frac{1}{\omega} \right) - \left(\frac{\beta(\omega)}{\gamma(\omega)} \right)' = 0. \quad (11)$$

等式(11)是非线性的,没有直接的解,采用 Newton 迭代法可得这个最优的 ω^* 值,将已知的 ω_{90} 作为 Newton 迭代法中的起始点. 得到 ω^* 后,则 PI 参数 k_p 和 k_i 即可通过等式(10)求得. 在参数计算中,采用辨识出的二阶加纯滞后模型 $G'_p(s)$,因为模型 $G'_p(s)$ 的 Nyquist 图能在 $[\omega_{90}, \omega_{180}]$ 频率范围内很好地接近实际对象,这样基于这个二阶加纯滞后模型 $G'_p(s)$ 所设计的 PI 控制器就一定能使实际的闭环系统达到设定的灵敏度 M_s ,而且抗扰动性能最优.

4 仿真实验

下面将对本方法与改进的 Ziegler-Nichols 法进行比较性仿真研究,其中取 $M_s = 1.6$.

例1. 考虑一个三阶的被控对象 $G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$.

辨识出的模型为 $G'_p(s) = \frac{1}{2.5889s^2 + 2.6131s + 1.1697} e^{-0.3472s}$, 最优的 ω^* 值为 0.7557, 则 PI 控制器为

$G_c(s) = 0.8107 + \frac{0.4367}{s}$. 自整定过程及响应的仿真曲线如图3所示,其中第一部分为两个连续的继电器反馈实验,随后 PI 控制器投入运行. 图中在50秒处给定值发生变化,在90秒处加入扰动.

例2. 考虑振荡阶跃响应的被控对象 $G_p(s) = \frac{1}{(s^2 + s + 1)(s + 3)}e^{-s}$.

辨识出的模型为 $G'_p(s) = \frac{1}{3.2157s^2 + 3.1614s + 3.0568}e^{-1.2755s}$, 最优的 ω^* 值为 0.6573, 则 PI 控制器为

$G_c(s) = 0.4305 + \frac{0.6337}{s}$. 自整定过程及响应的仿真曲线如图4所示, 其中第一部分为两个连续的继电器反馈实验, 随后 PI 控制器投入运行. 图中在 60 秒处给定值发生变化, 在 150 秒处加入扰动.

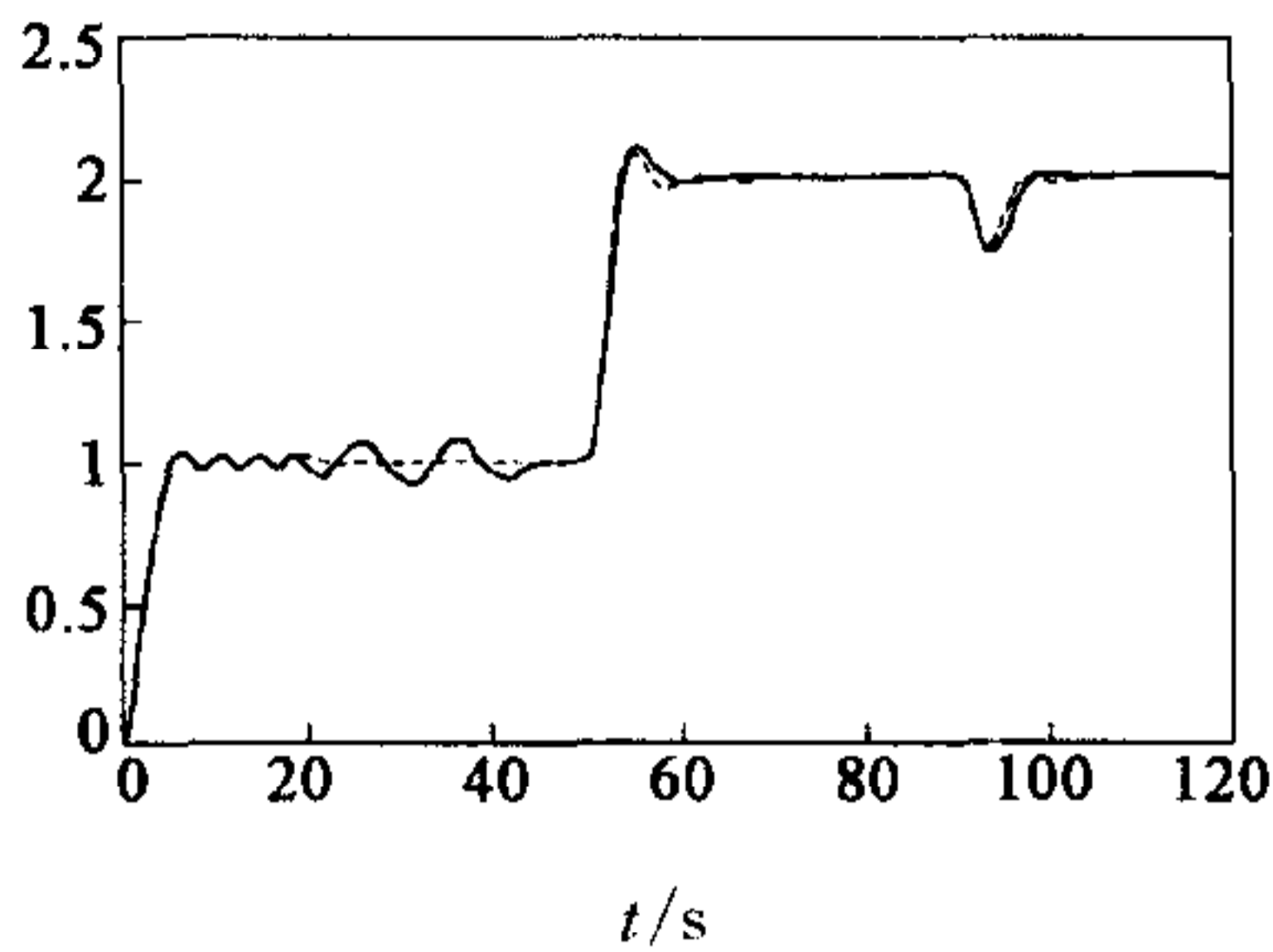


图3 仿真曲线(实线——本方法, 虚线——改进的 Z-N 法)

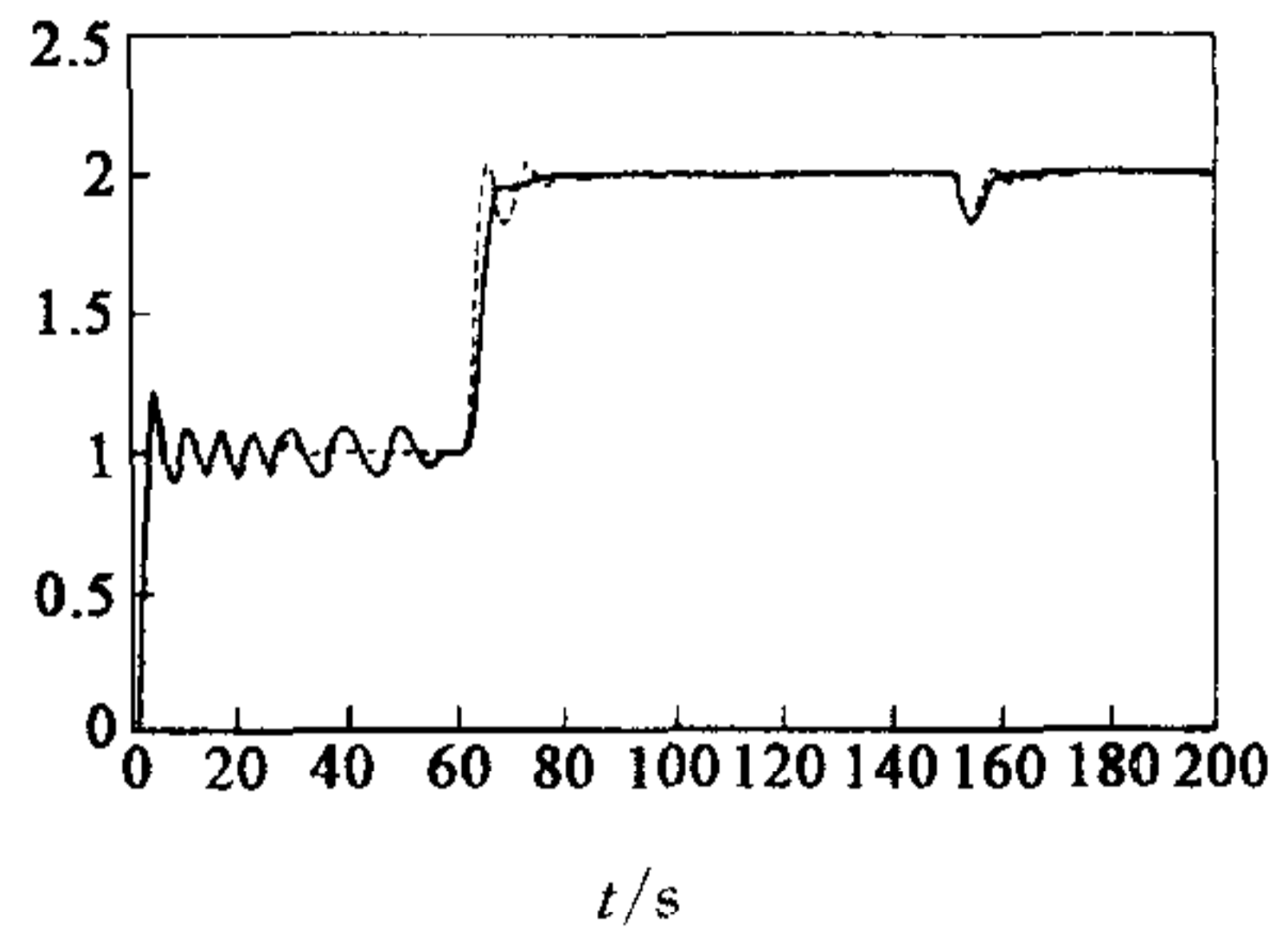


图4 仿真曲线(实线——本方法, 虚线——改进的 Z-N 法)

5 结论

本文提出了一种实用的基于灵敏度的最优自整定 PI 控制器. 该自整定控制器对于广泛的被控对象都能获得满意的控制效果. 该控制器首先通过两个连续的继电器实验辨识出一个在重要频段上能很好反映实际过程对象的二阶加纯滞后的模型, PI 参数的确定是基于灵敏度指标和负载扰动响应最优, 仿真结果表明了该自整定 PI 控制器的有效性和适应性.

参 考 文 献

- 1 Astrom K J, Haggund T. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. Instrument Society of America. 1995
- 2 Wang Q G, Lee T H, Ho W K *et al.* PID tuning for improved performance. *IEEE Trans. Control Systems Technol.* 1999
- 3 Hang C C, Astrom K J, Ho W K. Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula. In: IEE Proceedings-D, 1991, **138**(2): 111~118

王亚刚 1967年出生. 1991年于太原理工大学自动化系获得硕士学位, 现为上海交通大学自动化系博士研究生. 研究领域为过程控制、自整定 PID 和计算机控制.

邵惠鹤 1936年出生. 上海交通大学自动化系教授、博士生导师.