第 28 卷 第 1 期
2002 年 1 月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 28, No. 1
Jan., 2002

研究简报

离散时滞系统的鲁棒无源控制[1)]

关新平[1] 龙承念[1] 段广仁[2]

[1](燕山大学电气工程学院 秦皇岛 066004)

[2](哈尔滨工业大学控制工程系 哈尔滨 150001)

(E-mail: xpguan@ysu.edu.cn)

关键词 鲁棒无源控制，离散时滞系统，严格正实性，LMI

中图分类号 TP27

ROBUST PASSIVE CONTROL FOR DISCRETE TIME-DELAY SYSTEMS

GUAN Xin-Ping[1] LONG Cheng-Nian[1] DUAN Guang-Ren[2]

[1](*Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinghuangdao* 066004)

[2](*Harbin Institute of Technology, Harbin* 150001)

(E-mail: xpguan@ysu.edu.cn)

Key words Robust passive control, discrete time-delay systems, strict positive realness, LMI

1 引言

在控制系统理论中正实理论起到了很大的作用，引起了众多学者的关注[1~5]. 对这个问题的研究主要是出于鲁棒控制和非线性控制的需要. 在实际的工业生产过程中，时滞与不确定现象是普遍存在的且时滞的引入大大增强了控制难度. 因此研究时滞系统的鲁棒正实控制具有一定的复杂性和难度. 文献[6]引入无源性概念，研究了线性连续时滞系统的无源控制问题，但没有考虑模型的不确定性. 尽管离散时滞系统的无源控制与连续系统具有同等重要的地位，但据作者所知，目前尚未见相关报道. 本文考虑了一类时变不确定离散时滞系统的鲁棒无源控制问题，提出了可将时滞系统的无源控制问题转化为分析一类非时滞离散确定系统的正实性. 基于 LMI(Linear Matrix Inequality)研究了采用静态状态反馈和动态输出反馈情形下的鲁棒无源控制问题.

2 无源性分析

考虑由以下状态方程描述的离散时滞系统

1) 国家自然科学基金(69504002)与国家教委跨世纪人才基金资助.

收稿日期 2000-08-14 收修改稿日期 2001-06-04

$$\begin{cases}x(k+1)=A_{\Delta}x(k)+A_{d\Delta}x(k-h)+B_{\Delta}\omega(k)+B_{1\Delta}u(k),\\ z(k)=C_{\Delta}x(k)+C_{d\Delta}x(k-h)+D_{\Delta}\omega(k)+D_{12\Delta}u(k),\\ y(k)=C_{1\Delta}x(k)+C_{d1\Delta}x(k-h)+D_{21\Delta}\omega(k)+D_{22\Delta}u(k),\\ x(k)=\eta(k),\quad k=-h,\cdots,0,\end{cases}\tag{1}$$

其中 $x(k)\in R^n$，$\omega(k)\in R^q$，$z(k)\in R^q$ 分别表示状态向量，外部输入及被调输出；$h\geqslant 0$ 是时滞常数并为采样常数的整数倍，$\eta(k)$是初始条件，系统中的参数矩阵表示如下

$$\begin{bmatrix}A_{\Delta} & B_{\Delta}\\ C_{\Delta} & D_{\Delta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}H\\ H_1\end{bmatrix}\Delta(k)[E\quad E_1]\tag{2}$$

$$A_{d\Delta}=A_d+H\Delta(k)E_d,\quad C_{d\Delta}=C_d+H_1\Delta(k)E_d\tag{3}$$

$$B_{1\Delta}=B_1+H\Delta(k)E_2,\quad D_{12\Delta}=D_{12}+H_1\Delta(k)E_2,\quad C_{1\Delta}=C_1+H_2\Delta(k)E\tag{4}$$

$$C_{d1\Delta}=C_{d1}+H_2\Delta(k)E_d,\quad D_{21\Delta}=D_{21}+H_2\Delta(k)E_1,\quad D_{22\Delta}=D_{22}+H_2\Delta(k)E_2\tag{5}$$

时变项 $\Delta(k)$满足如下条件

$$\Delta(k)=F(k)[I-JF(k)]^{-1},\quad F(k)'F(k)\leqslant I\tag{6}$$

为保证对所有的不确定矩阵 F，$(I-JF)^{-1}$存在，本文假定 $I-J'J>0$ 总是成立. 易见 $J=0$ 时，不确定描述就是范数有界参数不确定性.

引理 1. 若存在正定对称阵 $P,Q\in R^{n\times n}$，使得如下的线性矩阵不等式(LMI)

$$\begin{bmatrix}A_{\Delta}'PA_{\Delta}-P+Q & A_{\Delta}'PA_{d\Delta} & A_{\Delta}'PB_{\Delta}-C_{\Delta}'\\ A_{d\Delta}'PA_{\Delta} & A_{d\Delta}'PA_{d\Delta}-Q & A_{d\Delta}'PB_{\Delta}-C_{d\Delta}'\\ B_{\Delta}'PA_{\Delta}-C_{\Delta} & B_{\Delta}'PA_{d\Delta}-C_{d\Delta} & B_{\Delta}'PB_{\Delta}-(D_{\Delta}+D_{\Delta}')\end{bmatrix}<0\tag{7}$$

成立，则 $u(k)=0$ 时，系统(1)～(6)是严格无源的.

下面的定理揭示了可通过增维的方法，将离散不确定时滞系统的鲁棒无源性问题转化为一离散确定非时滞系统的严格正实问题.

定理 1. 当且仅当存在一个正数 ε，如下(8)式所描述的确定性离散系统是严格正实的，则 $u(k)=0$ 时，不确定离散时滞系统(1)～(6)是严格无源的.

$$\begin{cases}\tilde{x}(k+1)=\begin{bmatrix}A & A_d\\ A & A_d\end{bmatrix}\tilde{x}(k)+\begin{bmatrix}B & 0 & \varepsilon H\\ B & 0 & \varepsilon H\end{bmatrix}\tilde{\omega}(k),\\ \tilde{z}(k)=\begin{bmatrix}C & C_d\\ -\varepsilon^{-1}E & -\varepsilon^{-1}E_d\\ 0 & 0\end{bmatrix}\tilde{x}(k)+\begin{bmatrix}D & 0 & -\varepsilon H_1\\ \varepsilon^{-1}E_1 & I/2 & J\\ 0 & 0 & I/2\end{bmatrix}\tilde{\omega}(k).\end{cases}\tag{8}$$

证明. 由引理 1，若系统(1)～(4)是严格无源的，则(7)式可等价变换如下

$$\Phi+\tilde{H}\Delta(k)\tilde{E}'+\tilde{E}\Delta(k)'\tilde{H}'<0\tag{9}$$

其中 $\Phi=\begin{bmatrix}-P+Q & 0 & -C' & A'\\ 0 & -Q & -C_d' & A_d'\\ -C & -C_d & -(D+D') & B'\\ A & A_d & B & -P^{-1}\end{bmatrix}$，$\tilde{H}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ H_1\\ H\end{bmatrix}$，$\tilde{E}=\begin{bmatrix}E'\\ E_d'\\ -E_1'\\ 0\end{bmatrix}$. 再由文献[5]定理 1，若系统(8)严格正实，利用矩阵的 Schur 补性质及适当的行列变换即可得证.　证毕.

3 鲁棒无源控制综合

本节的目的是设计反馈控制器，使得由系统(1)～(6)和反馈控制器所组成的闭环系统稳定，且具有严格无源性. 首先考虑静态状态反馈情形.

定理 2. 如果存在适当的正常数 η,β，对称正定阵 $U,R>0$ 及矩阵 V 使得下面的 LMI 成立

$$\begin{bmatrix} -U+\beta R & 0 & -(UC'+V'D_{12}') & UA'+V'B_1' & UE'+V'E_2' & 0 \\ 0 & -\beta R & -UC_d' & UA_d' & UE_d' & 0 \\ -(UC'+V'D_{12}')' & -C_dU' & -(D+D') & B' & 0 & H_1 \\ AU'+B_1V & A_dU' & B & -U & 0 & H \\ EU'+E_2V & E_dU' & 0 & 0 & -\eta I & J \\ 0 & 0 & H_1 & H' & J' & -\eta^{-1}I \end{bmatrix}<0 \tag{10}$$

则不确定离散时滞系统(1)是渐进稳定的，且具有严格无源性. 相应的鲁棒无源状态反馈控制器 $\boldsymbol{u}=K\boldsymbol{x}=VU^{-1}\boldsymbol{x}$.

静态状态反馈仅限于系统的状态完全可测情形. 当系统的状态不完全可测时，我们考虑动态输出反馈情形. 期望设计如下的动态输出反馈控制器，使得闭环系统渐进稳定且具有严格无源性.

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{x}}(k+1)=F_0\hat{\boldsymbol{x}}(k)+G_0\boldsymbol{y}(k), \\ \boldsymbol{u}(k)=K_0\hat{\boldsymbol{x}}(k), \end{cases} \tag{11}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{x}}(k)\in R^n$，$(F_0,G_0,K_0)$为待定的控制器矩阵. 由式(1)，(11)组成的输出反馈闭环系统为

$$\begin{cases} \bar{\boldsymbol{x}}(k+1)=\bar{A}_\Delta\bar{\boldsymbol{x}}(k)+\bar{A}_{d\Delta}\bar{\boldsymbol{x}}(k-h)+\bar{B}_\Delta\boldsymbol{\omega}(k), \\ \boldsymbol{z}(k)=\bar{C}_\Delta\bar{\boldsymbol{x}}(k)+\bar{C}_{d\Delta}\bar{\boldsymbol{x}}(k-h)+D_\Delta\boldsymbol{\omega}(k), \end{cases} \tag{12}$$

其中 $\bar{\boldsymbol{x}}(k)=[\boldsymbol{x}(k)' \quad \hat{\boldsymbol{x}}(k)']'$,

$$\begin{cases} \bar{A}_\Delta=\bar{A}+\bar{H}\Delta(k)\bar{E}, \quad \bar{A}_{d\Delta}=\bar{A}_d+\bar{H}\Delta(k)\bar{E}_d, \quad \bar{B}_\Delta=\bar{B}+\bar{H}\Delta(k)E_1, \\ \bar{C}_\Delta=C+H_1\Delta(k)\bar{E}, \quad \bar{C}_{d\Delta}=\bar{C}_d+H_1\Delta(k)\bar{E}_d, \quad D_\Delta=H_1\Delta(k)E_1, \end{cases} \tag{13}$$

$$\begin{cases} \bar{A}=\begin{bmatrix} A & B_1K_0 \\ G_0C_1 & F_0+G_0D_{22}K_0 \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_d=\begin{bmatrix} A_d & 0 \\ G_0C_{d1} & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{B}=\begin{bmatrix} B \\ G_0D_{21} \end{bmatrix}, \quad \bar{H}=\begin{bmatrix} H \\ G_0H_2 \end{bmatrix}, \end{cases} \tag{14}$$

$$\bar{C}=[C \quad D_{12}K_0], \quad \bar{C}_d=[C_d \quad 0], \quad \bar{E}=[E \quad E_2K_0], \quad \bar{E}_d=[E_d \quad 0] \tag{15}$$

下面引入线性离散系统

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{x}}(k+1)=\bar{A}_\varepsilon\tilde{\boldsymbol{x}}(k)+\bar{B}_\varepsilon\tilde{\boldsymbol{\omega}}(k), \\ \tilde{\boldsymbol{z}}(k)=\bar{C}_\varepsilon\tilde{\boldsymbol{x}}(k)+\bar{D}_\varepsilon\tilde{\boldsymbol{\omega}}(k), \end{cases} \tag{16}$$

其中

$$\bar{A}_\varepsilon=\begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{A}_d \\ \bar{A} & \bar{A}_d \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_\varepsilon=\begin{bmatrix} \bar{B} & 0 & \varepsilon\bar{H} \\ \bar{B} & 0 & \varepsilon\bar{H} \end{bmatrix},$$

$$\overline{C}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \overline{C} & \overline{C}_d \\ -\varepsilon^{-1}\overline{E} & -\varepsilon^{-1}\overline{E}_d \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{D}_\varepsilon = \begin{bmatrix} D & 0 & -\varepsilon H_1 \\ \varepsilon^{-1}E_1 & I/2 & J \\ 0 & 0 & I/2 \end{bmatrix} \tag{17}$$

定理 3. 当且仅当存在一个正数 ε,由式(16)所描述的确定性离散系统是严格正实的,则不确定离散时滞系统(12)~(15)是严格无源的.

注 1. 控制器矩阵(F_0,G_0,K_0)的求解的途径是通过变量替换方法,可参阅文献[7].

4 结论

本文研究了一类不确定离散时滞系统无源性分析和控制综合问题.研究结果表明一个含 ε 参数的离散确定非时滞离散系统的严格正实性将保证所研究的时变不确定离散时滞系统的严格无源性.

参 考 文 献

1 Sun W, Khargonekar P P, Shim, D. Solution to the positive real control problem for linear time-invariant systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1994, **39**(10):2034~2046

2 Safonov M G, Jonckheere E A, Limbeer D J N. Synthesis of positive real multivariable feedback systems. *Int. J. Control*, 1987, **45**(4):817~842

3 Xie L, Soh Y C. Positive real control problem for uncertain linear time-invariant systems. *Syst. Control Lett.*, 1995, **24**(2):265~271

4 Lozano-Leal R, Joshi S M. Strictly positive real transfer function revisited. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1990, **35**(10):1243~1245

5 Haddad W M, Berstein D S. Explicit construction of quadratic Lyapunov functions for the small gain, positivity, circle and Popov theorem and their application to robust stability, part II: Discrete-time theory. *Int. J. Robust Nonlinear*, 1994, **39**(4):249~265

6 俞立,陈国定.线性时滞系统的无源控制.控制理论与应用,1999,**16**(1):130~133

7 Scherer C, Gahinet P, Chilali M. Multiobjective output-feedback control via LMI optimization. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1997, **42**(7):896~911

关新平 教授、博士生导师.研究兴趣为时滞系统的鲁棒控制及应用、非线性系统.

龙承念 博士研究生.研究方向为时滞系统的鲁棒控制、ATM 网络拥塞控制.