

Kruppa 方程与摄像机自标定¹⁾

雷 成¹ 吴福朝^{1,2} 胡占义¹

¹(中国科学院自动化所模式识别国家重点实验室 北京 100080)

²(安徽大学人工智能研究所 合肥 230039)

(E-mail: leic@nlpr.ia.ac.cn)

摘 要 首先研究探讨了基于绝对二次曲线(the absolute conic)进行摄像机自标定鲁棒性差的内在原因. 研究发现, 该类方法鲁棒性不足的原因主要有三个方面: 1) 在目标函数的全局最小点处存在大范围的平坦区域, 使得任何数值优化算法难以达到全局最小点; 2) 当存在噪声时, 上述平坦区域内会出现大量局部极小值, 这样数值优化算法就非常容易收敛到靠近初值的局部极小值, 使得算法对初始值的选取十分敏感; 3) 当有噪声时, 目标函数的全局最小值极易偏离正确值. 这样, 即使数值算法找到了全局最小值, 该最小值也不再对应正确的摄像机内参数值. 鉴于上述情况, 探讨了如何通过平面场景来确定内参数矩阵的初始值, 而后进一步利用 Kruppa 方程的约束来精化内参数矩阵的二步式方法.

关键词 绝对二次曲线, Kruppa 方程, 摄像机自标定.

KRUPPA EQUATIONS AND CAMERA SELF-CALIBRATION

LEI Cheng¹ WU Fu-Chao^{1,2} HU Zhan-Yi¹

¹(National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

²(Institute of Artificial Intelligence, Anhui University, Hefei 230039)

(E-mail: leic@nlpr.ia.ac.cn)

Abstract It is well recognized that the IAC (Image of the Absolute Conic) based camera calibration techniques are not quite robust, however, there are few reports on its underlying reasons in the literature. In this paper, we find that the following three sources largely contribute to the non-robustness of the IAC based techniques: 1) The global minimum of the cost function lies on a large flat area, which makes any numerical optimization methods difficult to reach it. 2) With noise, many local minimums could appear in the above flat area, which makes any numerical optimization methods quite sensitive to the choice of the initial point since the used method could converge easily to the local minimum close to the initial point. 3) With noise, the point corresponding to the global minimum of the cost function could deviate significantly from

1) 国家自然科学基金(69975021, 60075004, 60033010)、国家“973”计划(G1998030502-3)、中国科学院机器人学开放实验室(RL200010)资助.

收稿日期 1999-12-23 收修改稿日期 2000-08-28

the one sought for, thus it is difficult to get the real calibration parameters by minimizing the cost function. In addition, we explore a two-step calibration technique. In this new technique, firstly a plane, which is distant from the origin, is used to obtain an initial solution, then Kruppa equations are used to refine this initial estimation. The experiments on simulated data as well as on real images validate our new technique.

Key words Absolute conic, Kruppa equations, camera self-calibration.

1 引言

摄像机标定是从二维图像获取三维信息必不可少的步骤. 自从 1992 年 Hartley^[1]和 Faugeras^[2]首次提出摄像机自标定的思想后, 摄像机自标定及相关研究目前已成为计算机视觉领域的研究热点之一. 近年来在国际计算机视觉会议 (ICCV)、欧洲计算机视觉会议 (ECCV)、计算机视觉和模式识别会议 (CVPR)、国际模式识别会议 (ICPR) 以及相关领域的重要国际杂志上大量相关内容文章的问世充分说明了这一点^[1~9]. 尽管文献中有各式各样摄像机自标定方法的报道, 但究其本质, 均是基于绝对二次曲线 (The absolute conic) 或其对偶绝对二次曲面 (The absolute quadric) 的方法. 近年来人们研究发现, 基于绝对二次曲线的摄像机自标定方法往往很不鲁棒, 并提出了一些改进办法, 但文献中对不鲁棒性产生的原因却少有报道. 本文工作正是在这种背景下开展的, 主要研究内容有两个方面: 1) 基于绝对二次曲线的摄像机自标定方法不鲁棒性的内在原因; 2) 在此基础上, 探讨了一种新的二步式摄像机自标定方法.

2 Kruppa 方程的导入

令摄像机的运动为 (R, t) , 摄像机内参数矩阵为 $K = \begin{bmatrix} f_u & s & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 则基本矩阵有如下形式:

$$F \cong K^{-T} [t]_{\times} R K^{-1}, \quad (1)$$

其中“ \cong ”表示在相差一个常数因子意义下的相等, 而 $[t]_{\times}$ 则表示由向量 $t = (t_x, t_y, t_z)^T$ 定义的反

对称矩阵, 即 $[t]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix}$. 通过计算出 K^{-1} , 可以推出: $K^{-T} [t]_{\times} K^{-1} = \frac{1}{f_u f_v} [Kt]_{\times}$.

由于极点 $e' \cong Kt$, 所以有 $F \cong K^{-T} [t]_{\times} R K^{-1} \cong K^{-T} [t]_{\times} K^{-1} K R K^{-1} \cong [e']_{\times} K R K^{-1}$. 因此, 给定基本矩阵 F , 令 e' 为 $F^T x = 0$ 的一个非零解, 则存在非零常数 λ , 使得有以下严格意义的等式成立:

$$F = \lambda [e']_{\times} K R K^{-1}. \quad (2)$$

由式(2)得 $FK = \lambda [e']_{\times} KR$, $K^T F^T = \lambda R^T K^T [e']_{\times}^T$.

将上两式左右分别相乘, 可得

$$FK \cdot K^T F^T = \lambda [e']_{\times} KR \cdot \lambda R^T K^T [e']_{\times}^T;$$

又因为 $R \cdot R^T = E$, 其中 E 为单位阵, 所以可以推出

$$FCF^T = s[e']_{\times} C[e']_{\times}^T, \quad (3)$$

其中 $C = KK^T$, $s = \lambda^2 > 0$. 因此, 只要求出 C , 便可以唯一地分解出 K , 即摄像机的内参数矩阵. 具体过程如下:

先利用图像对应点求出基本矩阵和极点. 由于 $C = KK^T$ 为对称矩阵, 如果令 $C = \begin{bmatrix} c_1 & c_5 & c_3 \\ c_5 & c_2 & c_4 \\ c_3 & c_4 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $FCF^T, S[e']_{\times} C[e']_{\times}^T$ 两个矩阵各项均可表示为向量 $\mathbf{c} = (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5)^T$ 的

线性函数, 即

$$FCF^T = \begin{bmatrix} M_1(\mathbf{c}) & M_2(\mathbf{c}) & M_3(\mathbf{c}) \\ M_2(\mathbf{c}) & M_4(\mathbf{c}) & M_5(\mathbf{c}) \\ M_3(\mathbf{c}) & M_5(\mathbf{c}) & M_6(\mathbf{c}) \end{bmatrix}, \quad [e']_{\times} C[e']_{\times}^T = \begin{bmatrix} m_1(\mathbf{c}) & m_2(\mathbf{c}) & m_3(\mathbf{c}) \\ m_2(\mathbf{c}) & m_4(\mathbf{c}) & m_5(\mathbf{c}) \\ m_3(\mathbf{c}) & m_5(\mathbf{c}) & m_6(\mathbf{c}) \end{bmatrix},$$

其中 $M(\mathbf{c}), m(\mathbf{c})$ 均为 \mathbf{c} 的线性函数. 因此矩阵方程(3)等价于下述方程组:

$$\frac{M_1(\mathbf{c})}{m_1(\mathbf{c})} = \frac{M_2(\mathbf{c})}{m_2(\mathbf{c})} = \frac{M_3(\mathbf{c})}{m_3(\mathbf{c})} = \frac{M_4(\mathbf{c})}{m_4(\mathbf{c})} = \frac{M_5(\mathbf{c})}{m_5(\mathbf{c})} = \frac{M_6(\mathbf{c})}{m_6(\mathbf{c})}. \quad (4)$$

这就是摄像机自标定文献中经常提及的 Kruppa 方程. 上述方程中, 已知量为基本矩阵 F 和极点 e' , 未知量为向量 $\mathbf{c} = (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5)^T$. 我们称(3)式为 Kruppa 方程的矩阵形式. 上述方程组中最多仅有两个相互独立的方程, 因此至少需要有摄像机在不同位置上拍摄的 3 对图像对, 才能求解摄像机的内参数矩阵 K .

3 基于 Kruppa 方程的摄像机自标定与存在的问题

3.1 利用 Kruppa 方程自标定的规划方法

基于 Kruppa 方程的摄像机自标定方法通常有两种: 第一种是直接求解 Kruppa 方程; 第二种是将求解 Kruppa 方程问题化为相应的数学规划问题. 但直接求解法由于数据误差等原因, 所建立的 Kruppa 方程在数学上往往无解. 因此, 本文主要讨论第二种方法.

目标函数: 由 Kruppa 方程建立下述目标函数

$$f(\mathbf{c}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^6 \left(\frac{M_1^{(i)}(\mathbf{c})}{m_1^{(i)}(\mathbf{c})} - \frac{M_j^{(i)}(\mathbf{c})}{m_j^{(i)}(\mathbf{c})} \right)^2, \quad (5)$$

其中 n 表示有 n 对图像对.

约束条件: 由于 $C = \begin{bmatrix} c_1 & c_5 & c_3 \\ c_5 & c_2 & c_4 \\ c_3 & c_4 & 1 \end{bmatrix} = KK^T = \begin{bmatrix} f_u^2 + s^2 + u_0^2 & sf_v + u_0 v_0 & u_0 \\ sf_v + u_0 v_0 & f_v^2 + v_0^2 & v_0 \\ u_0 & v_0 & 1 \end{bmatrix}$, 可以分别推

出五参数和四参数摄像机模型下规划变量间的约束如下:

- 1) 在五参数模型下, 约束条件为 $c_2 - c_4^2 > 0$, $c_1(c_2 - c_4^2) - c_3(c_2 c_3 - c_4 c_5) - c_5(c_5 - c_3 c_4) > 0$;
- 2) 在四参数模型下, 即 $s = 0$ 时, 约束条件为 $c_1 - c_3^2 > 0$, $c_2 - c_4^2 > 0$.

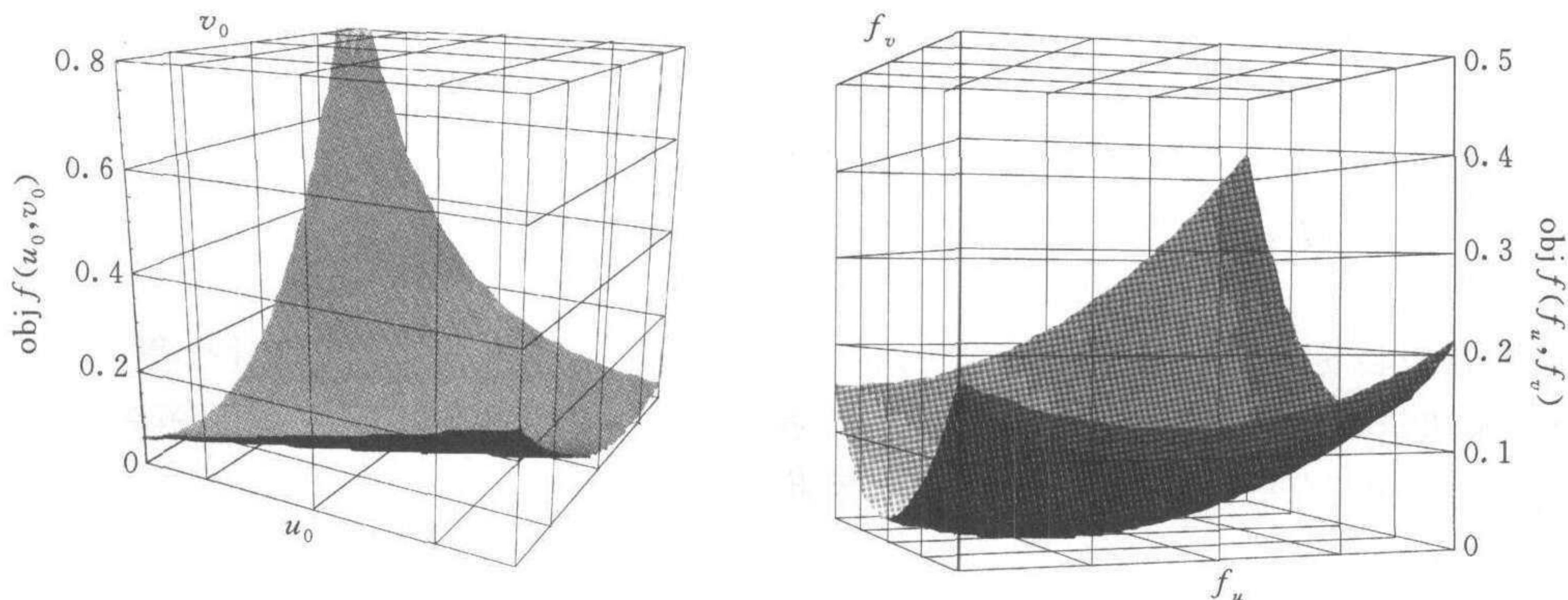
因此, 摄像机自标定的问题便转化为如下的数学规划问题:

$$\begin{aligned} & \min f(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5), \\ & \text{subject to } c_2 - c_4^2 > 0, c_1(c_2 - c_4^2) - c_3(c_2 c_3 - c_4 c_5) - c_5(c_5 - c_3 c_4) > 0 \\ & \text{or subject to } c_1 - c_3^2 > 0, c_2 - c_4^2 > 0. \end{aligned}$$

3.2 规化方法存在的问题

问题 1. 目标函数在最小点周围呈现大范围的平坦区, 导致规划方法很难获得最小点.

图 1(a) 是摄像机内参数 f_u, f_v 已知的情况下, 目标函数相对于 u_0, v_0 的三维几何形态. 最小点周围的大部分区域内目标函数没有明显的变化, 存在大范围的平坦区. 图 1(b) 是摄像机内参数 u_0, v_0 已知的情况下, 目标函数相对于 f_u, f_v 的三维几何形态. 同样, 在最小点附近也存在大范围的平坦区. 大量模拟实验表明目标函数都具有这样的性质. 这意味着利用规划方法将很难搜索最小点. 因为通常非线性规化方法均是迭代算法, 其迭代终止条件一般均是: $|f(x_{n+1}) - f(x_n)| < \epsilon$, 其中 ϵ 为控制精度, 而当目标函数在极小点周围存在大范围的平坦区时, 则迭代过程很可能会过早地终止, 从而不能达到最小点.



(a) 在已知 f_u, f_v 的情况下, 目标函数的三维几何图示 (b) 在已知 u_0, v_0 的情况下, 目标函数的三维几何图示

图 1 目标函数在最小点处存在大范围的平坦区, 提升函数将平坦区变为非平坦区

问题 2. 在最小点的平坦区存在很多极小点, 使得初始点的选取异常困难.

大量模拟实验表明, 在数据有噪声的情况下, 目标函数在最小点的平坦区内还存在很多极小点, 从而使得迭代方法初始值的选取变得异常困难. 如图 2 所示: 当 u_0, v_0 已知时, 目标函数的平坦区是一条带状区域, 在这个带状区域中有很多极小点且这些极小点几乎位于同一条曲线上; 图 3 为当 f_u, f_v 已知时的情况, 目标函数也有类似的性质. 这一性质使

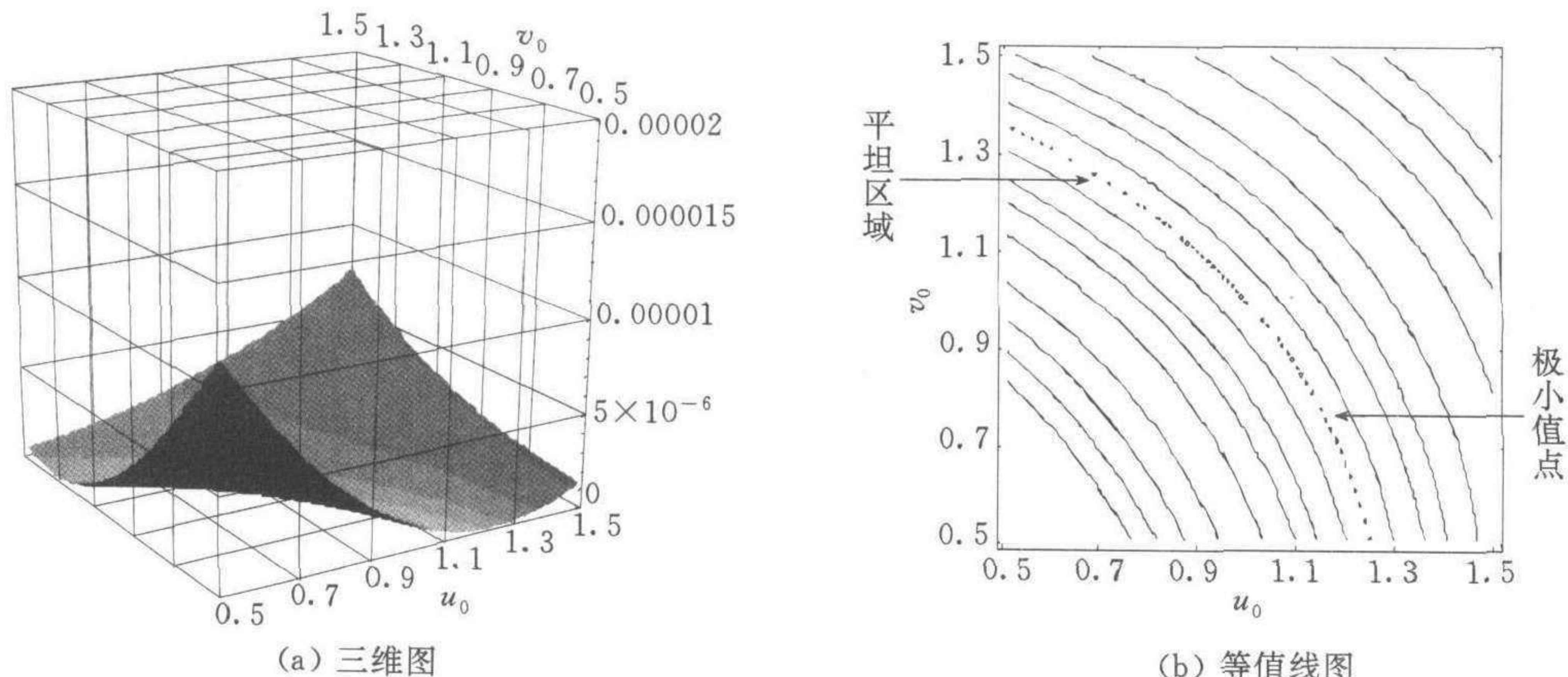


图 2 当 f_u, f_v 已知, u_0, v_0 在 50%~150% 的范围内变化时, 目标函数的极小值点在平坦区内的分布状况 (图像大小为 512×512 , 随机噪声为 0.2 个像素)

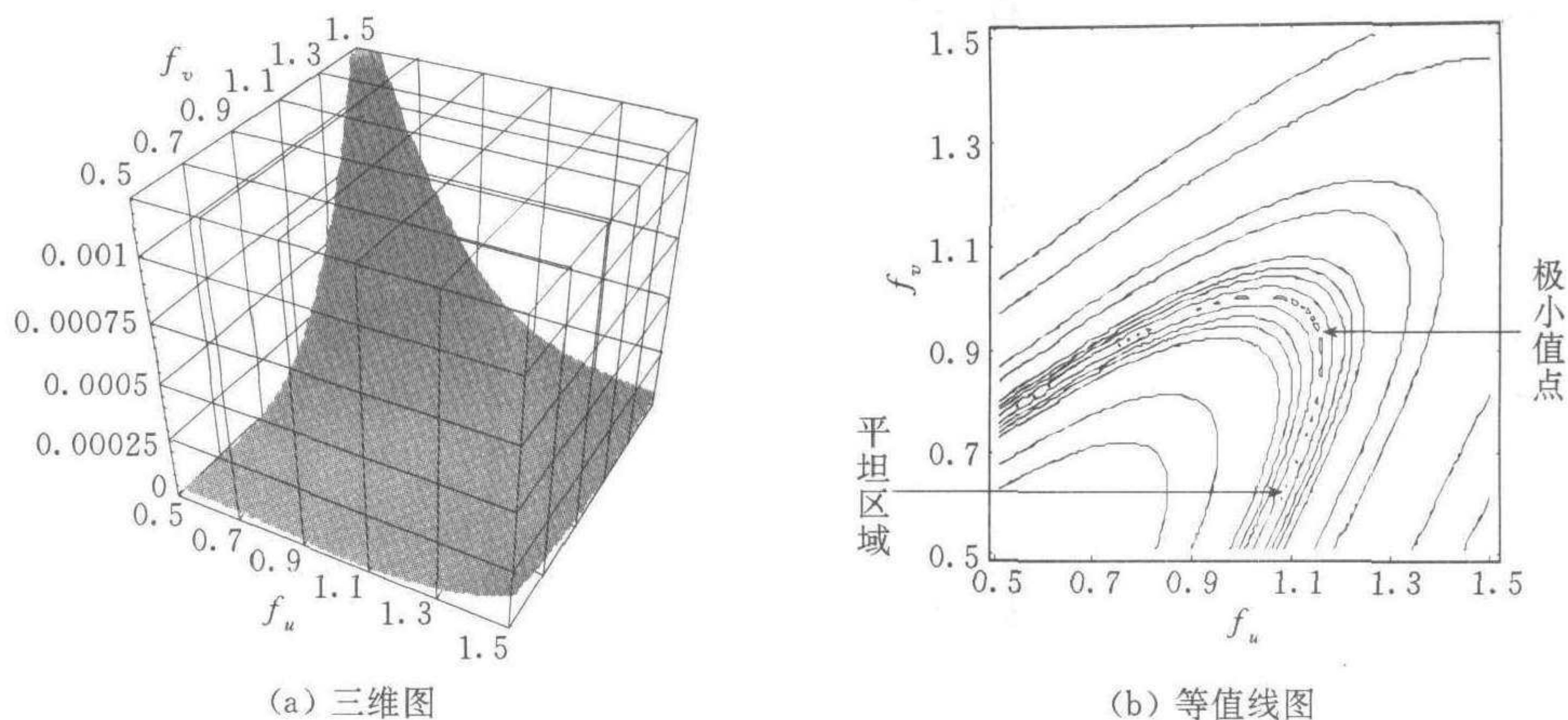


图 3 当 u_0, v_0 已知, f_u, f_v 在 50%~150% 的范围内变化时, 目标函数的极小值点在平坦区内的分布状况 (图像大小为 512×512 , 随机噪声为 0.2 个象素)

得迭代过程极易陷入靠近初始值的极小值, 因为当迭代点落入这条曲线附近时, 迭代最终必然收敛到最靠近的局部极小点. 这一问题很难克服, 除非初始值十分接近全局最小点.

问题 3. 较小的数据噪声, 目标函数的最小点将严重偏离实际值.

大量模拟实验表明, 即使只有很小的数据误差, 也会使目标函数的最小值严重偏离实际值 (指摄像机内参数所对应的值, 即数据无误差时目标函数的最小值), 因此即使能够利用规划方法求出目标函数的最小值, 但由于它严重偏离实际值, 所得到的将只是一个错误解. 这是规划方法不鲁棒的一个重要原因. 所以如此, 是因为规划方法能否准确求解的关键在于约束内参数的 Kruppa 方程是否准确, 而由于缺乏计算基本矩阵和极点的鲁棒方法, 使得在数据有噪声时, 所计算出的基本矩阵和极点与其理论值之间往往存在较大的偏差, 相应地造成基于基本矩阵和极点而建立的 Kruppa 方程出现偏差. 图 4 所示的是利用目前普遍使用的方法^[5]计算所得的基本矩阵 F 和极点 e' 的 MARE 和 ARE 随噪声变化的曲线. 从中可以看出随着噪声的增大, 基本矩阵和极点的误差明显增大. 而图 5 所示分别为当目标函数在每次仅有一个内参数变化的情况下: 1) 基本矩阵 F 的 MARE 与噪声之间的关系; 2) 目标函数最小值所对应的相应内参数与其真实值的比值与噪声之间的关系. 图 4 和图 5 中各符号的定义为

对于基本矩阵 F :

$$\text{MARE} = 100 \max \left(\text{abs} \left(\frac{f_{ij} - \bar{f}_{ij}}{\bar{f}_{ij}} \right), i, j = 1, 2, 3 \right), \text{ARE} = \frac{100}{9} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{f_{ij} - \bar{f}_{ij}}{\bar{f}_{ij}} \right), i, j = 1, 2, 3,$$

$$\text{其中 } F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} \text{ 为基本矩阵估计值, } \bar{F} = \begin{pmatrix} \bar{f}_{11} & \bar{f}_{12} & \bar{f}_{13} \\ \bar{f}_{21} & \bar{f}_{22} & \bar{f}_{23} \\ \bar{f}_{31} & \bar{f}_{32} & \bar{f}_{33} \end{pmatrix} \text{ 为基本矩阵真实值,}$$

$$f_{33} = \bar{f}_{33} = 1.$$

对于极点 e' :

$$\text{MARE} = 100 \max \left(\text{abs} \left(\frac{e'_i - \bar{e}'_i}{\bar{e}'_i} \right), i = 1, 2, 3 \right), \text{ARE} = \frac{100}{3} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{e'_i - \bar{e}'_i}{\bar{e}'_i} \right), i = 1, 2, 3,$$

$$\text{其中 } e'_3 = \bar{e}'_3 = 1.$$

Ratio of $f_u(f_v, u_0, v_0)$: 当仅有一个内参数 $f_u(f_v, u_0, v_0)$ 变化时, 目标函数最小值所对应的相应内参数值与其真实值的比值.

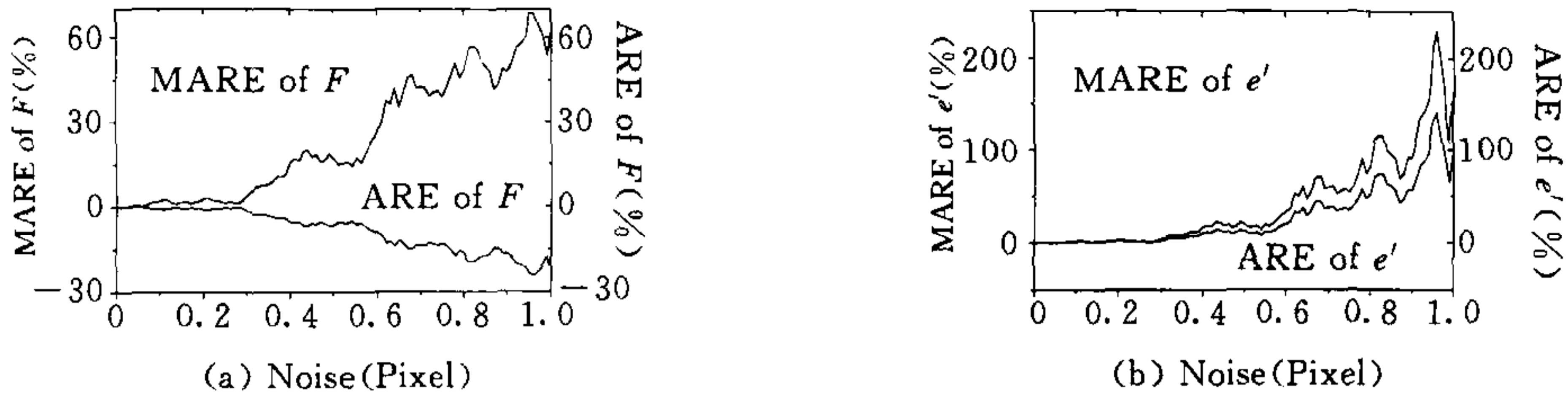


图 4 F, e' 的 MARE 和 ARE 与噪声之间的关系(图像大小为 512×512)

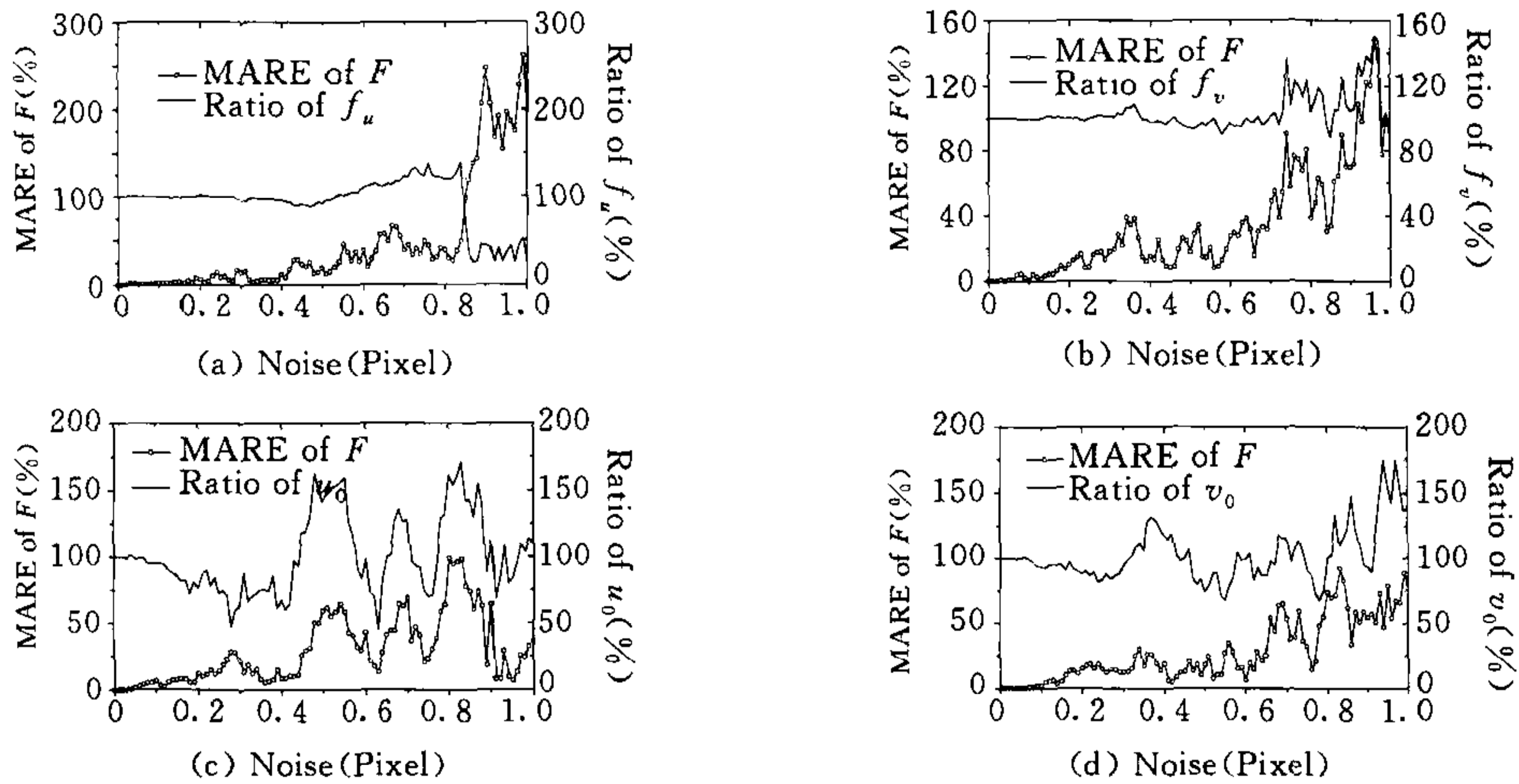


图 5 当目标函数在每次仅有一个内参数 $f_u(f_v, u_0, v_0)$ 变化的情况下: 1) 基本矩阵 F 的 MARE; 2) 目标函数最小值所对应的相应内参数与其真实值的比值随噪声水平增大的变化情况(图像大小为 512×512)

可以看出, 基本矩阵和极点的误差越小, 目标函数最小值所对应的内参数值越接近其真实值; 基本矩阵和极点的误差越大, 目标函数最小值所对应的内参数值越远离其真实值, 所以基本矩阵和极点的误差是目标函数最小点偏离实际值的原因. 因此, 要使规划方法成为估计内参数的鲁棒方法, 必须鲁棒地估计基本矩阵和极点. 而一般情况下, 直接应用目前文献中的算法来计算基本矩阵和极点, 其鲁棒性还不足以满足利用规划方法估计内参数的要求.

总结上述讨论, 可得: 若使规划方法求解摄像机内参数成为鲁棒性方法, 必须 1) 使所选取的 C 初值尽可能地靠近真值; 2) 高鲁棒地计算基本矩阵 F 和极点 e' . 本文在下面将介绍一种具有较高鲁棒性的二步式摄像机自标定方法.

4 基于旋转运动的鲁棒性自标定

从上节的讨论可以看出, 除非提供鲁棒求解基本矩阵以及选取好的初始值的方法, 一般情况下基于 Kruppa 方程求解内参数阵的规划方法不是鲁棒的; 而当场景中含有平面信息时, 则可利用平面约束来鲁棒求解基本矩阵. 另外, Hartley 介绍了在摄像机纯旋转运动情况下一种较好的摄像机内参数求解方法^[3,7]. 但在实际应用中, 由于很难控制摄像机作纯旋转

运动,因此限制了该方法的应用.由于控制摄像机作旋转运动时,伴随的平移量一般均很小,这样 Hartley 方法^[3,7]的结果便可以为规划方法提供一个较好的初值.这就是本节所要讨论的基于旋转运动的鲁棒性自标定方法.前提条件是场景中含有平面信息.

4.1 利用场景中的平面信息,鲁棒计算基本矩阵 F 和极点 e'

单应性矩阵(Homography)

令 $m = (u, v, 1)$, $m' = (u', v', 1)$ 是平面 Π 上的点 X 在两幅图像上的对应点的像素坐标,则存在矩阵 H 使得: $sm' = Hm$. 矩阵 H 即为两幅图像之间的单应性矩阵,而单应性矩阵不是唯一的,它们之间相差一个非零常数因子 s . 令场景中平面 Π 的方程为: $n^T X = d$, 其中 n 为平面的单位法向量, d 为坐标原点到平面的距离. 假定世界坐标系与第一幅图像摄像机坐标系重合,第二幅图像摄像机坐标系与第一幅图像摄像机坐标系之间的关系为: $X' = RX + t$, 则 $\lambda m = KX$, 所以

$$\lambda' m' = KX' = KRX + Kt = KRX + \frac{1}{d} Ktn^T X = \lambda \left(KRX^{-1} + K \frac{tn^T}{d} K^{-1} \right) m,$$

因此对应平面 Π 的所有单应性矩阵 H 均可表示为

$$H = s \left(KRK^{-1} + K \frac{tn^T}{d} K^{-1} \right). \tag{6}$$

由于 $[e']_{\times} \cong K^{-T} [t]_{\times} K^{-1}$, 则 $[e']_{\times} K \frac{tn^T}{d} K^{-1} \cong K^{-T} [t]_{\times} \frac{tn^T}{d} K^{-1} = 0$, 可以利用极点和单应性矩阵来表示基本矩阵

$$F \cong [e']_{\times} KRK^{-1} = [e']_{\times} KRK^{-1} + [e']_{\times} K \frac{tn^T}{d} K^{-1} = [e']_{\times} H.$$

这样就得到以下计算基本矩阵的方法

1) 由平面 Π 场景图像的 $n (\geq 4)$ 对匹配点 $m_i \leftrightarrow m'_i$, 求 H :

令 $H = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ h_4 & h_5 & h_6 \\ h_7 & h_8 & 1 \end{pmatrix}$, 写成向量形式 $h = (h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8)^T$. 给定一对匹配点 $m =$

$(u, v, 1)$, $m' = (u', v', 1)$, 从 $sm' = Hm$ 可得下述两个关于 h 的线性方程

$$(u, v, 1, 0, 0, 0, u'u, u'v)h = u', \quad (0, 0, 0, u, v, 1, v'u, v'v)h = v',$$

这样选取 4 对以上的平面匹配点可线性求解单应性矩阵 H ;

2) 再按下述方法求极点 e' :

令 $e' = (x, y, 1)^T$, 则 $F = [e']_{\times} H$. 由于 $m'_i F m_i = 0$, 取 $m_i \leftrightarrow m'_i, i = 1, 2, \dots, n (n \geq 2)$, 对应的空间点不在平面 Π 上, 求解下述最小线性二乘问题为

$$\min_{e'} \sum_{i=1}^n (m'_i [e']_{\times} H m_i)^2.$$

4.2 通过摄像机纯旋转运动下对应的单应性矩阵 H_{∞} 确定内参数的初值

可以证明,当摄像机作纯旋转运动时,二图像间的对极几何(epipolar geometry)关系退化为二平面间的射影变换. 设二图像之间的射影变换矩阵为 H_{∞} , 则如下关系成立:

$$H_{\infty} = KRK^{-1}, \quad H_{\infty} C H_{\infty} = C. \tag{7}$$

Hartley^[3, 7]正是利用上述约束对 C 进行线性求解的. 大量实验同时表明,当摄像机的平移分量不大时,(7)式仍是一种很好的有效近似. 另外,从式(6)不难看出,当平移 t 很小时,对应

平面 Π 的单应性矩阵 H 与对应纯旋转运动的单应性矩阵 H_∞ 相同. 所以, 在下述二种情况中的任何一种情况下, 均可以利用 Hartley 的方法求取摄像机内参数的初始值:

a) 控制摄像机作近似纯旋转运动;

b) 选取远离摄像机的场景平面, 将该平面对应的单应性矩阵视为摄像机纯旋转下的单应性矩阵.

本文模拟图像实验部分, 采用的是第二种策略, 而在真实图像实验部分, 采用的是第一种策略.

4.3 鲁棒自标定算法

1) 利用上面的方法求解单应性矩阵 H , 极点 e' 和基本矩阵 F ;

2) 构造目标函数: $f(\mathbf{c}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^6 \left(\frac{M_1^{(i)}(\mathbf{c})}{m_1^{(i)}(\mathbf{c})} - \frac{M_j^{(i)}(\mathbf{c})}{m_j^{(i)}(\mathbf{c})} \right)^2$;

3) 利用 Hartley 方法确定初始值;

4) 选取一种迭代方法精化初值.

可以看出这种算法本质上是利用 Kruppa 方程对 Hartley 算法的计算结果进行求精, 因而可将其简称为求精算法.

5 模拟与真实图像实验

5.1 模拟实验

模拟图像大小为 1024×1024 , 内参数: $f_u = 1000$, $f_v = 1000$, $s = 0.001$, $u_0 = 0$, $v_0 = 0$, 平移向量的模与世界坐标原点到空间平面距离的比值为 $1/1000$. 为了检验算法的鲁棒性, 像素坐标加入均匀随机噪声, 在每种噪声水平下各进行 100 次实验. 图 6 是内参数值的实验值与理论值的绝对误差均值随噪声变化的曲线. 可以看出, 即使旋转运动中伴有平移扰动, 求精算法亦能给出较好的结果.

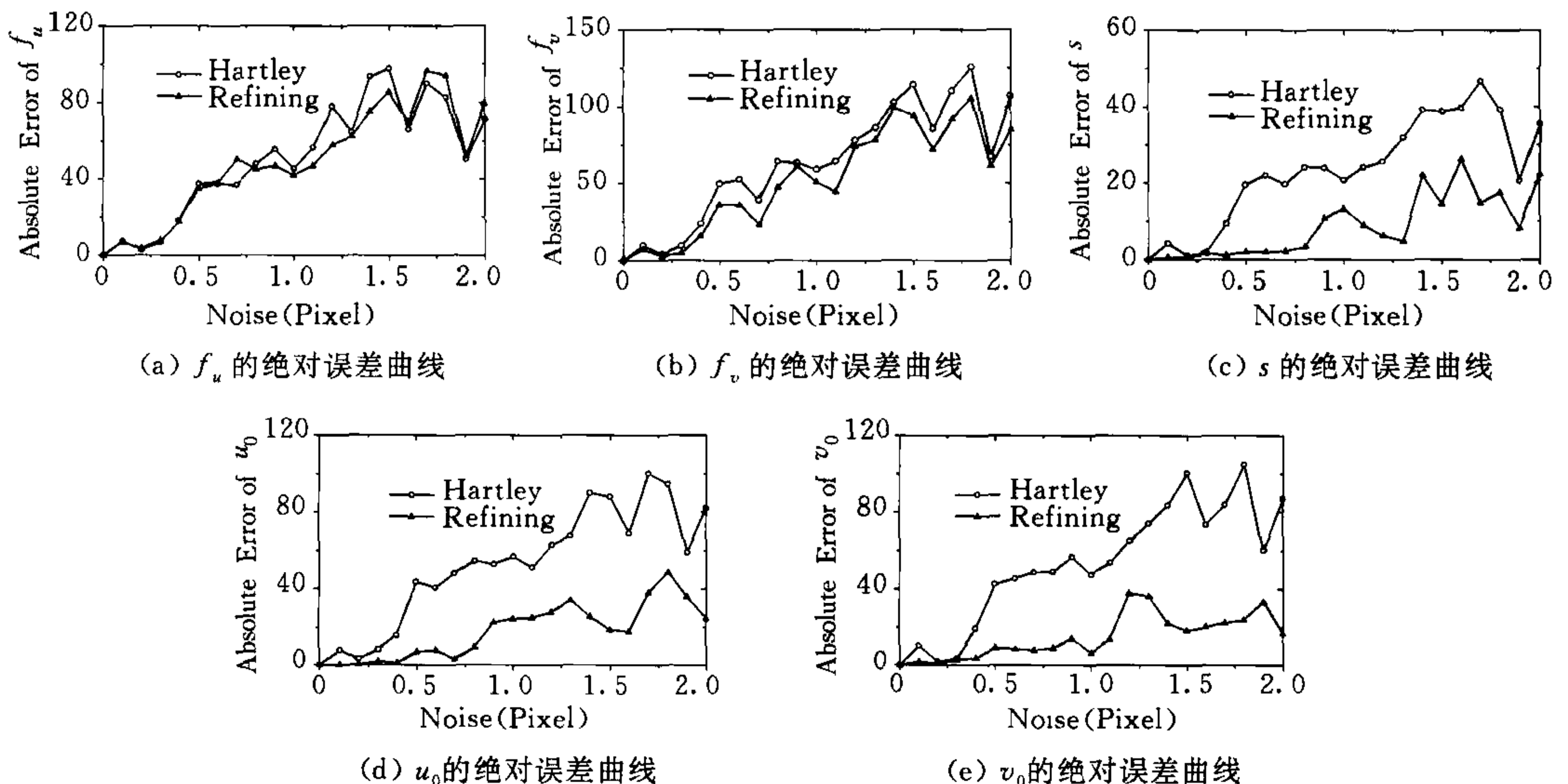


图 6 两种方法下摄像机内参数的实验结果与理论值的绝对误差随噪声变化的曲线

5.2 真实图像实验

1) 摄像机内参数标定:本实验使用数码像机,手动调节摄取三幅图像如图 7 所示.



图 7 用于标定数码像机内参数的三幅图像

应用本文方法,计算出每两两图像间的基本矩阵和相应的极点,如表 1 所示.

表 1 图像间的基本矩阵与极点

	基本矩阵			极点
图像 1,2	1.001 778	-0.025 295	-25.873 727	$Ep_{12}=(20.565 5, -208.397 9)$
	0.027 488	1.004 721	208.816 663	
	296.625 782	36.220 305	1 447.967 037	
图像 1,3	-0.012 451	-0.997 969	-178.171 307	$Ep_{13}=(-86.029 4, -177.460 5)$
	0.998 507	-0.006 620	84.726 149	
	168.803 910	-217.850 509	-24 137.753 328	
图像 2,3	-0.996 344	-0.014 286	-264.514 398	$Ep_{23}=(-266.754 5, 88.544 1)$
	0.016 977	-0.993 605	92.506 696	
	-236.873 76	-174.289 663	-47 754.828 774	

由本文所述的方法标定出数码像机的内参数为: $f_u=1 208.06$, $f_v=1 209.29$, $s=0.95$, $u_0=-15.63$, $v_0=-37.69$, 根据所求的内参数,估计出运动的平移方向和旋转(见表 2),从图 7 可以看出,它是符合实际情况的.

表 2 平移与旋转的估计

	图像 1,2	图像 1,3	图像 2,3
平移方向	$(-0.225 2, -0.004 6, 0.974 2)$	$(-0.163 4, -0.108 7, 0.980 5)$	$(-0.181 9, -0.108 5, 0.977 2)$
旋转轴	$(-0.030 0, 0.060 2, 0.997 7)$	$(0.594 4, -0.796 7, 0.108 3)$	$(-0.087 2, 0.006 5, 0.996 1)$
旋转角	88.701 5	-1.601 110	-89.118 416

2) 重建实验:为了验证标定所得内参数是否正确,我们对图 8 中的真实图像(a),(b)进行了重建实验.其中十字叉点为在两个垂直平面上所选取的对应点.而图(c)为重建结果,重

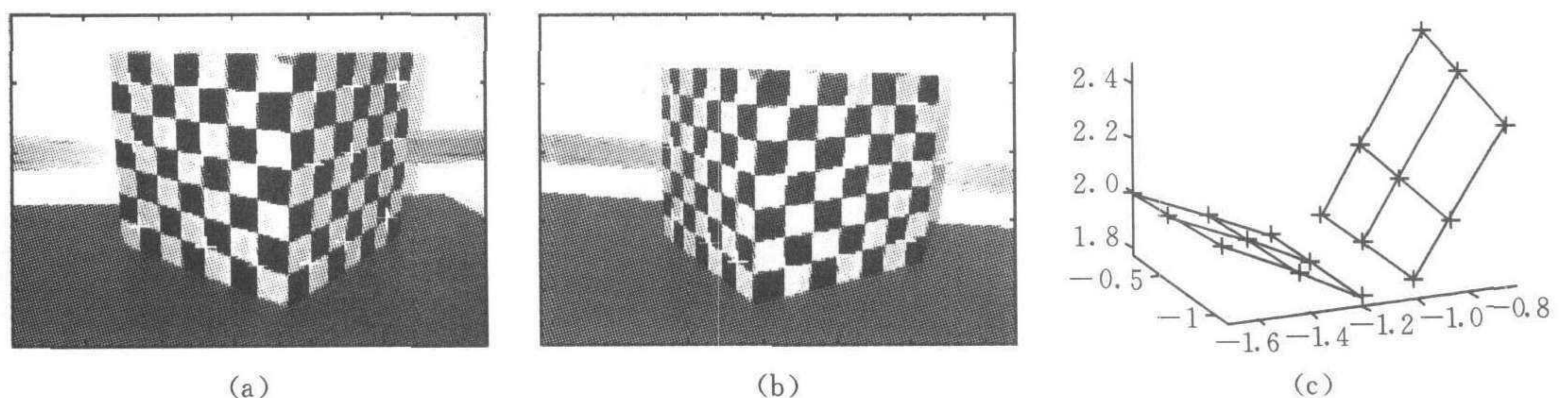


图 8 重建所用真实图像以及重建结果的示意图

建所求得两个平面之间的夹角为 96.2485° , 与真实夹角 90° 相差不是太大, 从而说明对于真实图像, 利用上述方法求出的内参数较为精确, 可得到较好的重建结果.

6 结束语

研究探讨了基于绝对二次曲线进行摄像机自标定方法鲁棒性差的三种内在原因, 并在此基础上提出了通过平面场景来确定内参数的初始值, 而后进一步利用 Kruppa 方程的矩阵约束来精化内参数矩阵的二步式方法. 实验证明这种两步式标定方法是可行的. 值得指出的是, 本文所介绍的基于 Kruppa 方程标定摄像机内参数不鲁棒的三个原因均是基于大量模拟实验获得的, 从理论上给出合理的解释是我们下一步要进行的工作.

参 考 文 献

- 1 Stephen J Maybank, Olivier D Faugeras. A theory of self-calibration of a moving camera. *Int. Journal of Computer*, 1992, **8**(2):123~151
- 2 Luong Q T, Faugeras O D. The fundamental matrix: Theory, algorithms, and stability analysis. *Int. Journal of Computer*, 1996, **17**(2):43~75
- 3 Richard I Hartley. Self-calibration of stationary cameras. *Int. Journal of Computer*, 1997, **22**(1):5~23
- 4 Richard I Hartley. Projective reconstruction and invariants from multiple images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1994, **16**(10):1036~1041
- 5 Richard I Hartley. In defense of the 8-point algorithm. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(6):580~593
- 6 Hartley R. Kruppa's equations derived from the fundamental matrix. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(2):133~135
- 7 Lourdes de Agapito, Richard I Hartley, Eric Hayman. Linear self-calibration of a rotating and zooming camera. CVPR'99, 1999, 15~21
- 8 Bill Triggs. Autocalibration from planar scenes. ECCV'98, 1998. 89~105
- 9 Peter F Sturm, Stephen J Maybank. On plane-based camera calibration: A general algorithm, singularities, applications. CVPR'99, 1999, 432~437

雷 成 1974年生, 1995年毕业于北京理工大学机电控制工程系, 现为中国科学院自动化研究所博士研究生. 研究方向为三维视觉、特征提取与遗传算法.

吴福朝 男, 教授、博士生导师, 1957年10月出生. 主要研究方向为三维视觉、主动视觉、模式识别以及特征提取.

胡占义 男, 研究员、博士生导师, 1961年11月出生. 1985年毕业于北方工业大学自动化系, 1986年12月至1993年2月在比利时列日大学电子工程系读博士, 1993年1月获比利时国家博士学位. 专业为计算机视觉. 主要研究方向为三维视觉、机器人导航、主动视觉、特征提取等.