

直流同步随动系统的理论分析*

疏松桂 范鸣世

(中国科学院自动化研究所)

1 前言

现代许多生产机械,如大型桥式起重机,大型水库闸门,重型车床等生产机械,往往要求两根或多根机械轴的旋转速度完全一样,或保持一定的比例关系,换言之,即要求两根或多根轴同步协调旋转.关于实现同步协调,可采用机械的办法,也可采用电的办法,在一般情况下,由于要求同步协调旋转的两根或多根轴的装设位置不同,彼此相距很远(达数十米或更远),如采用机械方法联系,不但制造困难,成本高,而且由于条件限制,不是弹性变形不能满足刚度上的要求,就是完全不可能,因此需要采用电的办法实现同步协调.电的同步协调系统可分为交流电轴系统和直流同步随动系统两大方案.本文提出了新的直流同步随动系统,既自行协调系统,这种系统对某些要求同步十分严格的生产机械,比导引协调系统能得到更好的同步性能.关于交流电轴系统方案,此处不再予以讨论.本文专门讨论直流同步随动系统(包括自行协调系统).与交流电轴方案相比,本方案的优点是:1)在拖动电动机轴与自整角机间装一适当的减速齿轮,可以做到在很大的失调角范围内都具有自同步性能,因此在启动时不需要另行整步,在运行中承受冲击能力大;2)利用反馈回路中的放大设备可以加强同步能力;3)引用反馈回路(线性或非线性)串联网路,稳定变压器等装置,可以改善系统品质(加快过渡过程,提高稳定度,消除或减弱振荡).系统的缺点是比电轴方案较为复杂,维护比较困难,因此如何实现这个方案的优点,需要经过详细的分析研究,才可能选定系统的最佳结构和最适当的参数范围,以满足系统的要求.

2 线路的选择

生产机械对电力拖动的主要要求是在一定的调速范围内,均能保证各轴间的同步运行.为确切起见,下面假设要求保持4根轴,即四台拖动电动机的同步运转,一般生产机械要求系统具有较大的稳定度,反应快,其稳态和动态误差小.根据这些要求,可以考虑采用公共发电机供电带升压机同步的协调控制系统和采用四个单独的 $\Gamma-\mathcal{N}_1$ 系统二个比较方案.经过初步研究后,我们认为,在前一系统中,由于采用了公共发电机,对每个电动机而

* 《数学学报》,第11卷第1期,86—103页,1961.

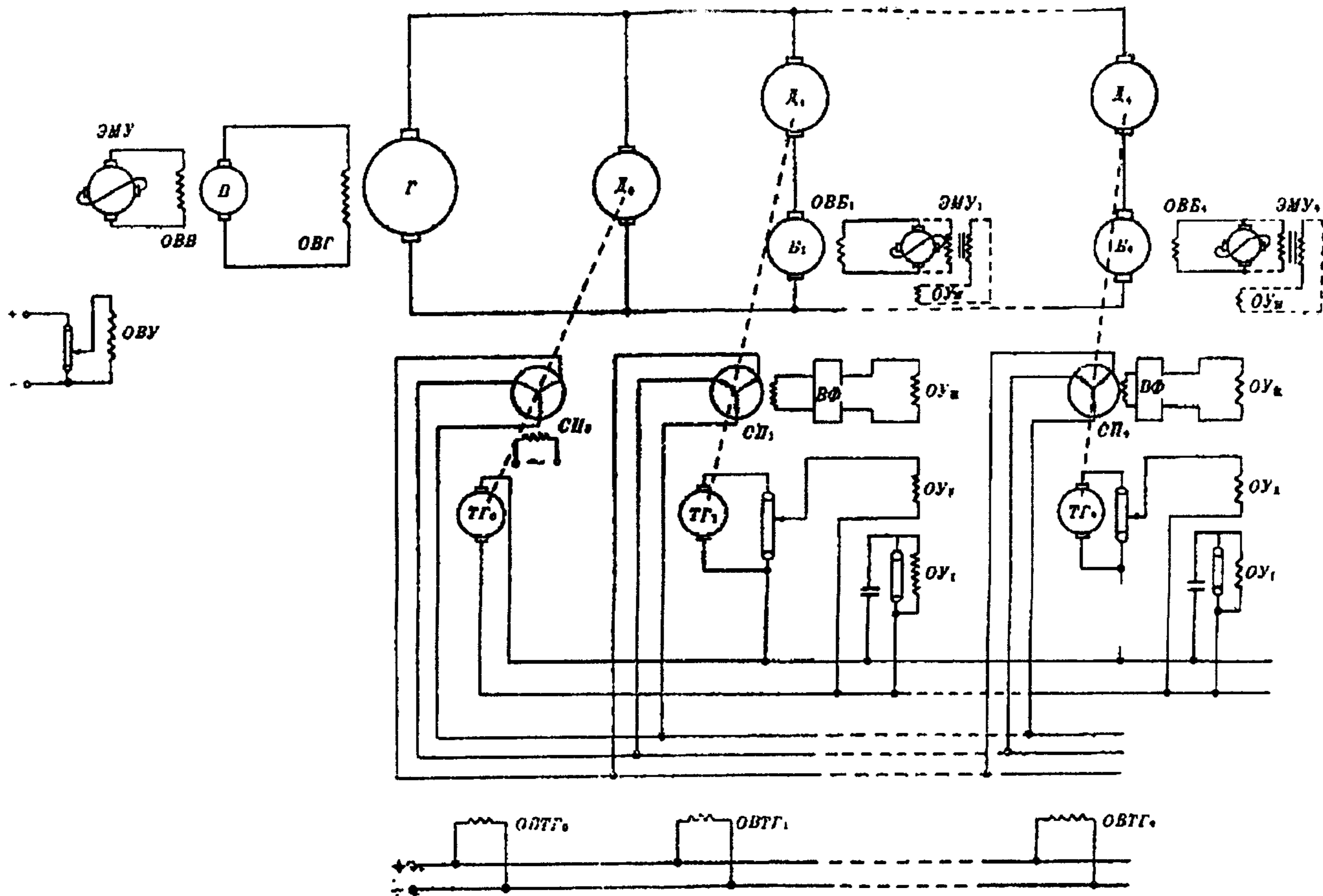


图 1 导引协调控制系统原理图

Г——发电机 Д_к——导引电动机 Л_к——主拖动电动机 Б_к——升压机 СП_к——自整角机 ТГ_к——测速发电机 ВФ——相敏放大器 (k=1, 2, 3, 4)

注: 如果采用一个拖动点的拖动电动机作导引电动机, 则图中 Д₁; Л₁ 机组变为 Д₂ 机组, 其余类推。

言,其端电压是一样的,这样,系统将具有“初同步”的作用,因而消除了后一系统由于四个放大机,四个励磁机和四个发电机的特性不一致所引起的误差.其次由于升压机的容量比较小,其时间常数将较后一系统中的发电机为小,反应比较快,因而避免了大容量发电机励磁绕组时间常数过大的问题.因此,在一般生产机械中我们建议采用前一方案,而不采用四个单独的 Γ - Π 系统.

采用公共发电机带升压机的协调控制系统,我们又考虑了下面两个方案,即 1) 导引协调控制系统(图 1); 2) 自行协调控制系统(图 3). 兹分述于下:

2.1 导引协调控制系统

图 1 是导引协调系统的线路图. 在这个系统中,各电动机 Π_1, \dots, Π_4 由公共发电机供电,基础速度的调节,依靠放大 $\mathcal{M}\mathcal{Y}$ 和励磁机 B 调节发电机的电压来达到. 各电机之间的同步,由升压机 B_1, \dots, B_4 实现.

采用导引协调的方法有二:

1) 采用单独导引电动机. 为了保证四点运行的对称,采用导引电动机 Π_0 带动自整角机 $C\Pi_0$ 和测速发电机 $T\Gamma_0$. 由于每个电动机同步系统是完全一样的,因此,下面仅以一个为例加以说明.

系统的角差控制,由自整角机 $C\Pi_0$ 与 $C\Pi_1$ 经相敏放大器 $B\Phi$, 电机放大机 $\mathcal{M}\mathcal{Y}$, 升压机 B_1 来实现. 角差的导数控制则借测速发电机 $T\Gamma_0$ 与 $T\Gamma_1$ 来实现.

2) 采用一个拖动点的拖动电动机作导引电动机. 此方法是将图中 Π_0 机组变为 Π_1 机组; Π_1 机组变为 Π_2 机组,与前一方法比较可省掉一套机组及其控制设备.

导引协调系统的结构图是根据图 1 注作出的,如图 2 所示. 加于电动机的负载转矩与主发电机电压 u_r 用一等效电压 u 代表(详见附录). 放大机各个控制绕组在结构图中假定是一样的,其时间常数 T_2 为等效值(详见附录).

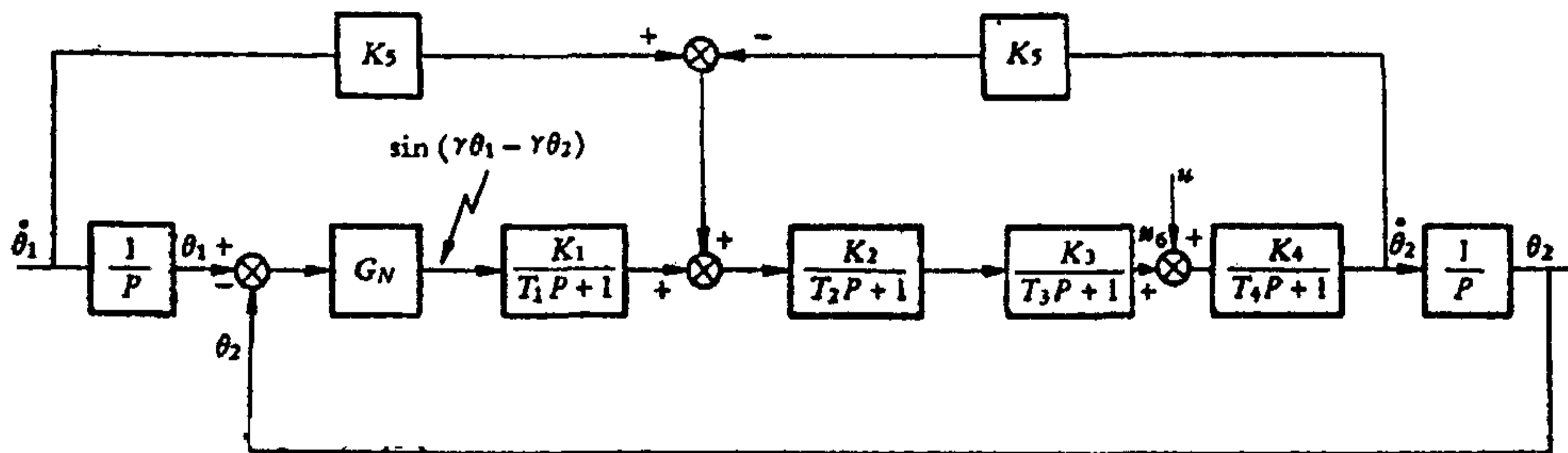


图 2 导引协调系统的结构图(以 Π_1 为导引电动机)

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| G_N ——自整角机的非线性传递数 | K_4 ——电动机的放大系数 |
| K_1 ——相敏放大器的放大系数(包括自整角机传递函数的幅值) | T_4 ——电动机的时间常数 |
| T_1 ——相敏放大器的时间常数 | K_5 ——测速发电机的放大系数 |
| K_2 ——放大机的放大系数 | u ——加于电动机的负载转矩与发电机电压的等效合成电机 |
| T_2 ——放大机的等效时间常数 | γ ——电动机轴上电角度转换至自整角机轴的转换系数 |
| K_3 ——升压机的放大系数 | |
| T_3 ——升压机的时间常数 | |

图 1 中用虚线画出的稳定环节(包括稳定变压器和控制绕组 OY_{IV}), 在结构图 2 中没有画出.

2.2 自行协调控制系统

图 3 是自行协调系统的线路图. 系统的同步, 仍然采用升压机来实现. 这里没有导引信号, 系统符合自行协调原则^[1,2].

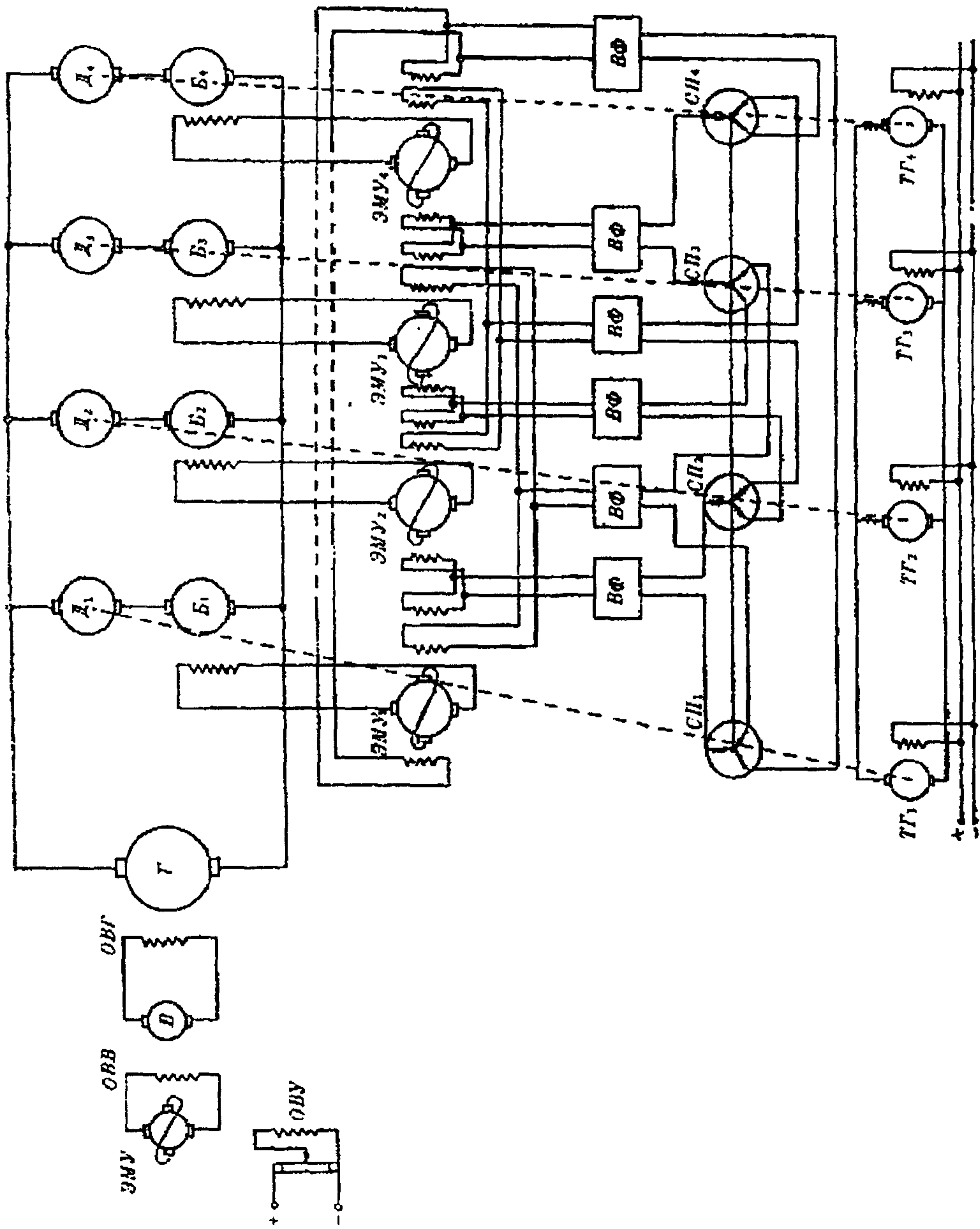


图 3 自行协调控制系统的原理图

B——升压机 CH——差动自整角机或小型三相绕组感应式电动机(转子部分接电源, 未画出)

BΦ——相敏放大器 TF——测速发电机

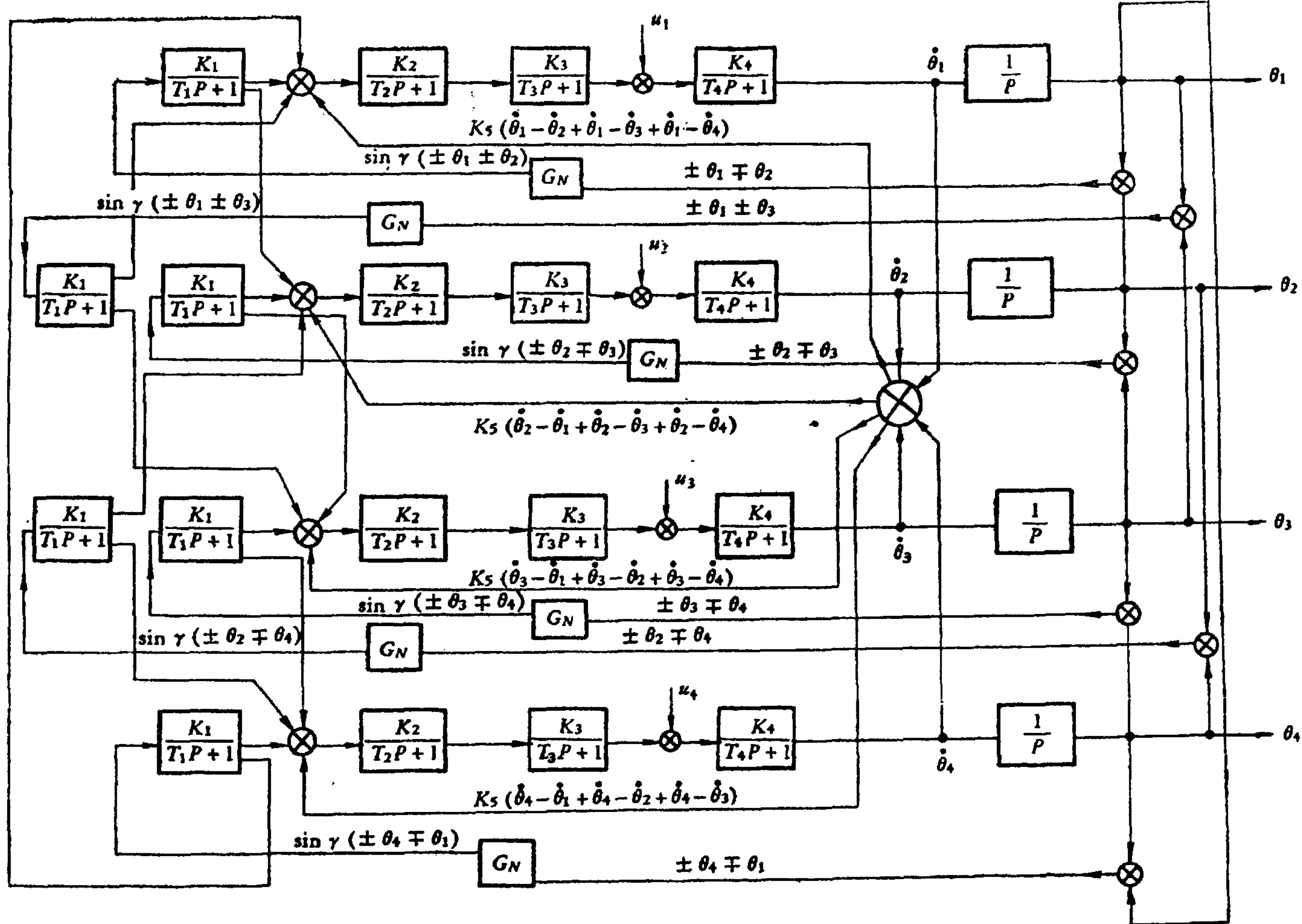


图4 自行协调系统的结构图

G_N ——自整角机的非线性传递函数 K_1 ——相敏放大器的放大系数(包括自整角机传递函数的幅值) T_1 ——相敏放大器的时间常数 K_2 ——放大机的放大系数 T_2 ——放大机的等效时间常数 K_3 ——增压机的放大系数 T_3 ——增压机的时间常数 K_4 ——电动机的放大系数 T_4 ——电动机的时间常数 K_5 ——测速发电机的放大系数 u_1, u_2, u_3, u_4 ——发电机电压和负载转矩的合成等效电压

理论上各差动自整角机(或小感应机)连接成为顺磁场或逆磁场旋转均可,但为避免接近同步速时信号过弱(频率过低)的缘故,应采用逆磁场旋转.当主拖动电动机反向旋转时,应用接触器变换供电电源的相序,此外,为使电源与信号的频率一致,相敏放大器应自差动自整角机(或小感应机)取得电源.

当两个电动机 Π_1 与 Π_2 出现角度偏差时,自整角机 $C\Pi_1$ 与 $C\Pi_2$ 反映出的角差讯号给相敏放大器 $B\Phi$,同时作用到两个放大机 $\mathcal{O}MY_1$ 和 $\mathcal{O}MY_2$ 的控制绕组,使一个升压机(例如 B_1)的电压增加,另一个升压机(例如 B_2)的电压减少,以保证系统的同步.其他角度偏差信号的作用依此类推.角差信号的取法可以有多种多样,理论上只要有三个独立信号即可,这里取用所有的六个信号,是为了加强控制作用及对称的缘故.这样每个放大机需要三个控制绕组,作为角度偏差信号控制之用,但是如果把三个角差信号同时输入到一个相敏放大器,则角差控制只要使用放大机一个控制绕组.

在系统中还采用测速发电机实现速度反馈,四个测速发电机各经过放大机的一个控制绕组,彼此并联,这样,当任意一个电动机的转速改变时,同时产生讯号,既调节这个电动机本身的转速,也调节其他三个电动机的转速,以加强各个电动机之间的同步.

自行协调系统的结构图如图 4 所示.和前一系统一样,输入系统的等效电压 u_1, u_2, u_3, u_4 既包括主发电机 u_r ,也包括负载转矩所引起的效应(参考附录).

3 系统分析与比较

3.1 基本运动方程式的建立

根据牛顿第二定律可以写出直流同步随动系统(图 1 或图 3)的运动方程如下:

$$\left. \begin{aligned} \frac{J_1}{P} \frac{d^2\theta_1}{dt^2} &= M_1(\dot{\theta}_1, \theta_{1l}, \dot{\theta}_{1l}) - M_{c1}(\dot{\theta}_1, \theta_{1l}) \\ \frac{J_2}{P} \frac{d^2\theta_2}{dt^2} &= M_2(\dot{\theta}_2, \theta_{2l}, \dot{\theta}_{2l}) - M_{c2}(\dot{\theta}_2, \theta_{2l}) \\ \frac{J_3}{P} \frac{d^2\theta_3}{dt^2} &= M_3(\dot{\theta}_3, \theta_{3l}, \dot{\theta}_{3l}) - M_{c3}(\dot{\theta}_3, \theta_{3l}) \\ \frac{J_4}{P} \frac{d^2\theta_4}{dt^2} &= M_4(\dot{\theta}_4, \theta_{4l}, \dot{\theta}_{4l}) - M_{c4}(\dot{\theta}_4, \theta_{4l}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中

P = 拖动电动机极对数;

J_k = 各套机组及其拖动物体的转动惯量(折合到电动机轴上);

M_k = 电动机的转矩,是角速度 $\dot{\theta}_k$, 失调角 θ_{kl} 及其导数 $\dot{\theta}_{kl}$ 的函数;

M_{ck} = 负载转矩,是角速度 $\dot{\theta}_k$ 及失调角 θ_{kl} 的函数;

θ_k = 各套机组的转角(电角度) ($l=1, 2, 3, 4; k=1, 2, 3, 4$).

现在按照生产机械的实际情况,引用下面三条假设来简化上列的运动方程.

1) 假定各套机组及其拖动物体的总转动惯量彼此相等,即

$$J_1 = J_2 = J_3 = J_4 = J, \quad (2)$$

这里是等于把拖动物体分成了四块, 每套机组拖一块, 换句话说, 就是四个拖动点所拖的重量相同.

2) 负载转矩与失调角成线性关系而与速度无关, 前者是考虑到负载随失调角而变化的影响, 后者是忽略机械阻尼作用, 即

$$M_{ck} = M_{ck0} - \sum_{l=1}^4 M_{ckl} \theta_{kl}, \quad (3)$$

式中

$$\theta_{kl} = \theta_k - \theta_l, \quad k = 1, 2, 3, 4;$$

M_{ck0} 表示第 K 台机组轴上的恒定负载;

$\sum_{l=1}^4 M_{ckl} \theta_{kl}$ 表示随失调角而变化的负载.

3) 假定拖动电动机的磁场是恒定的(他激电动机, 忽略饱和, 磁滞及电枢反应等影响), 则转矩为

$$M_k = C_M \frac{u_k - C_l \dot{\theta}_k}{R},$$

式中 R 是电枢电阻, C_M , C_l 是常数. 电动机端电压等于发电机端电压加上升压机端电压, 即

$$\begin{aligned} u_k &= u_r + u_{bk} \\ &= u_r + G_b(p) \sum_{l=1}^4 \dot{\theta}_{lk} + G_c(p) \sum_{l=1}^4 \sin \gamma \theta_{lk} \\ &= u_r - G_b(p) \sum_{l=1}^4 \dot{\theta}_{kl} - G_c(p) \sum_{l=1}^4 \sin \gamma \theta_{kl} \end{aligned}$$

式中

$G_b(p)$ = 转速反馈回路的传递函数;

$G_c(p)$ = 转角反馈回路的传递函数;

γ = 拖动电动机失调角转换到自整角机失调角的系数. 将 u_k 代入上面第一式, 则得

$$M_k = \frac{C_M u_r}{R} - \frac{C_M C_l}{R} \dot{\theta}_k - \frac{C_M}{R} G_b(p) \sum_{l=1}^4 \dot{\theta}_{kl} - \frac{C_M}{R} G_c(p) \sum_{l=1}^4 \sin(\gamma \theta_{kl}) \quad (4)$$

根据上面三条假设的结果, 将(2), (3), (4)各式代入(1), 则得

$$\begin{aligned} \frac{J}{P} \frac{d^2 \theta_k}{dt^2} &= \frac{C_M u_r}{R} - \frac{C_M C_l}{R} \dot{\theta}_k - \frac{C_M}{R} G_b(p) \sum_{l=1}^4 \dot{\theta}_{kl} - \\ &\quad - \frac{C_M}{R} G_c(p) \sum_{l=1}^4 \sin(\gamma \theta_{kl}) - M_{ck0} + \sum_{l=1}^4 M_{ckl} \theta_{kl}. \end{aligned} \quad (5)$$

将(5)式等号右边各项移到左边, 然后除以 $\frac{C_M C_l}{R}$ 并令 $\frac{JR}{PC_M C_l} = T_4$ = 拖动电动机的机电时间常数, 则得

$$T_4 \frac{d^2 \theta_k}{dt^2} + \frac{d\theta_k}{dt} + \frac{1}{C_l} G_b(p) \sum_{l=1}^4 \frac{d\theta_{kl}}{dt} + \frac{1}{C_l} G_c(p) \sum_{l=1}^4 \sin(r\theta_{kl}) -$$

$$-\frac{R}{C_M C_l} \sum_{l=1}^4 M_{ckl} \theta_{kl} + \frac{R(M_{ck0} - M_0)}{C_M C_l} = 0. \quad (6)$$

$$\left(k = 1, 2, 3, 4, \quad M_0 = \frac{C_M u_r}{R} \right).$$

这是一般的运动方程,适用于导引协调控制系统,也适用于自行协调控制系统,下面再具体分析这两种系统的运行性能.

3.2 导引协调控制系统的分析

导引协调系统可以有二种实现方法,一种是用单独导引电动机(图 1),另一种是以四个拖动点中一点的电动机作为导引电动机(见图 1 注)现在分别讨论这两种情况.

1) 采用单独导引电动机(图 1).由图 1 知道速度反馈信号是导引电动机转速与本拖动点电动机的转速之差,而与其他组电动机转速无关,所以(6)式中 $\sum_{l=1}^4 \frac{d\theta_{kl}}{dt}$ 变为 $\frac{d(\theta_k - \theta_0)}{dt}$,同样角度反馈信号也是如此, $\sum_{l=1}^4 \sin(\gamma\theta_{kl})$ 变为 $\sin(\gamma\theta_k - \gamma\theta_0)$,这里 $\gamma = \frac{1}{nm}$,

其中 $n =$ 减速齿轮比, $m = \frac{\text{拖动电动机极对数}}{\text{自整角机极对数}}$.

假定由于存在协调偏差所引起的不平衡负载为

$$\left. \begin{aligned} M'_{c1} &= \frac{J}{2P} K_g (\theta_1 - \theta_4) + \frac{J}{2P} K_h (\theta_2 - \theta_3), \\ M'_{c2} &= \frac{J}{2P} K_h (\theta_1 - \theta_4) + \frac{J}{2P} K_g (\theta_2 - \theta_3), \\ M'_{c3} &= -\frac{J}{2P} K_h (\theta_1 - \theta_4) - \frac{J}{2P} K_g (\theta_2 - \theta_3), \\ M'_{c4} &= -\frac{J}{2P} K_g (\theta_1 - \theta_4) - \frac{J}{2P} K_h (\theta_2 - \theta_3). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

于是(6)式中 $\sum_{l=1}^4 M_{ckl} \theta_{kl}$ 变为 $M'_{ck}(\theta_l)$,所以

$$T_4 \frac{d^2 \theta_k}{dt^2} + \frac{d\theta_k}{dt} + \frac{G_b(p)}{C_l} \left(\frac{d\theta_k}{dt} - \frac{d\theta_0}{dt} \right) +$$

$$+ \frac{G_c(p)}{C_l} \sin(\gamma\theta_k - \gamma\theta_0) - \frac{R M'_{ck}(\theta_l)}{C_M C_l} + \frac{R(M_{ck0} - M_0)}{C_M C_l} = 0, \quad (8)$$

式中 M'_{ck} 见(7)式, $k = 1, 2, 3, 4$; θ_k 是绝对角, θ_0 可以认为是给定的导引角.从图 2 得

$$\left. \begin{aligned} G_b(p) &= \frac{K_2 K_3 K_5}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}, \\ G_c(p) &= \frac{K_1 K_2 K_3}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}. \end{aligned} \right\} \quad (8a)$$

如将 $G_b(p)$ 及 $G_c(p)$ 代入(8), 则得四个五阶联立方程, 应用直接近似求解法^[3]可以得到解答, 但是比较麻烦. 事实上 $M'_{ck}(\theta_i)$ 是很小, 可以忽略不计, 这样(8)式中各个方程都独立, 可以单独求解.

实际上, 我们要研究的不是绝对角而是失调角. 现在让我们将(8)式化为四个拖动点失调角的形式(将其中二式彼此相减即可). 因为假定被拖动物体是一刚体, 则 $\theta_{12} = \theta_{34}$, 所以四点拖动实际上只有二个自由度, 再加上一个导引电机自由度, 共三个自由度, 只要三个联立方程即可求解.

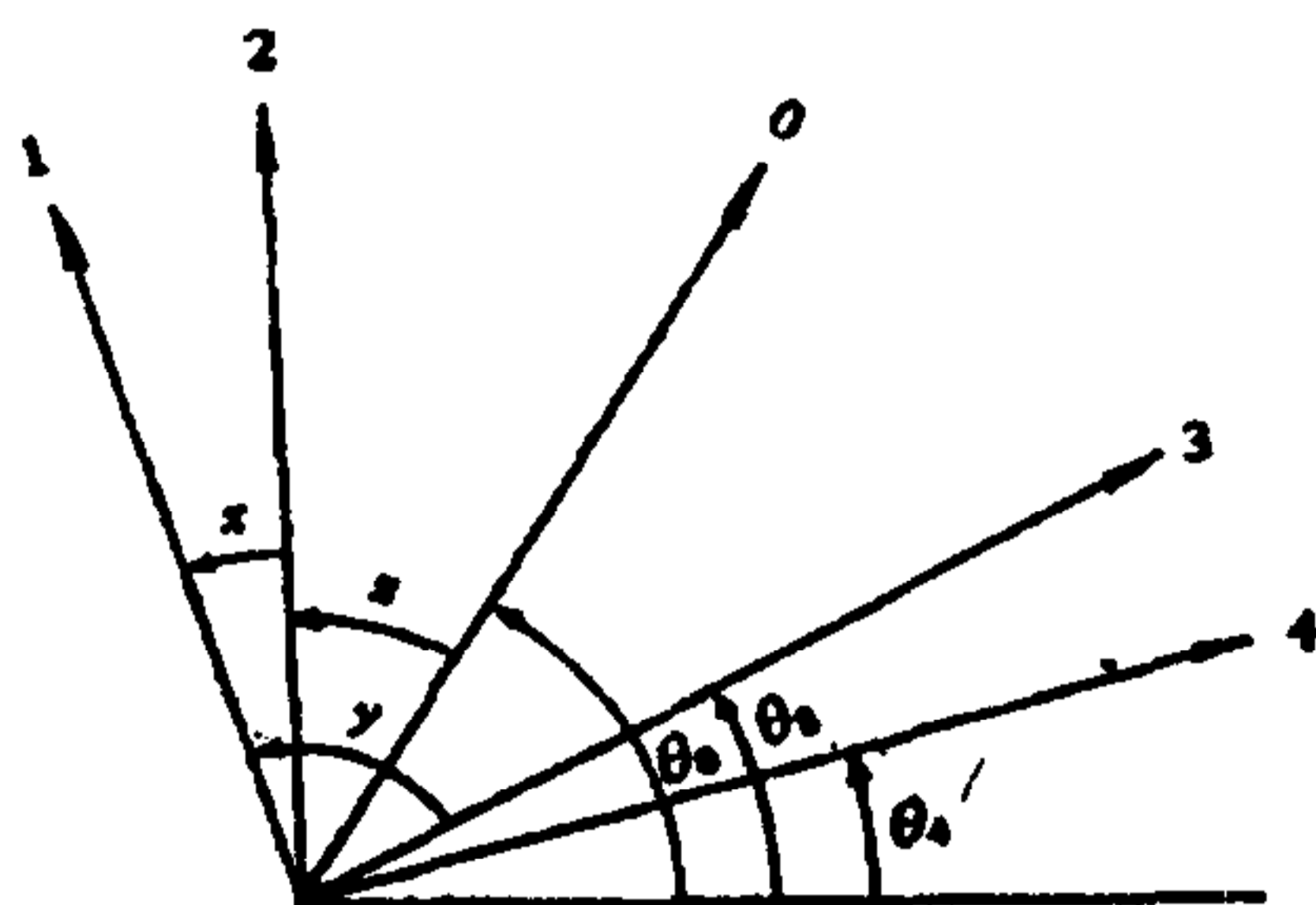


图 5

$$\text{令 } x = \theta_1 - \theta_2, y = \theta_1 - \theta_3, z = \theta_2 - \theta_0,$$

$$\left. \begin{aligned} T_4 \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + \frac{G_b(p)}{C_l} \frac{dx}{dt} + \frac{G_c(p)}{C_l} [\sin(\gamma x + \gamma z) - \sin \gamma z] \\ - T_4 (K_g - K_h) x + \frac{R(M_{c10} - M_{c20})}{C_M C_l} = 0, \\ T_4 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + \frac{G_b(p)}{C_l} \frac{dy}{dt} + \frac{G_c(p)}{C_l} [\sin(\gamma x + \gamma z) - \\ - \sin(\gamma x - \gamma y + \gamma z)] - T_4 (K_g + K_h) y + \frac{R(M_{c10} - M_{c30})}{C_M C_l} = 0, \\ T_4 \frac{d^2 (x+y)}{dt^2} + \frac{d(x+y)}{dt} + \frac{G_b(p)}{C_l} \frac{d(x+y)}{dt} + \\ + \frac{G_c(p)}{C_l} [\sin(\gamma x + \gamma z) - \sin(\gamma z - \gamma y)] - \\ - T_4 K_g (x+y) - T_4 K_h (y-x) + \frac{R(M_{c10} - M_{c40})}{C_M C_l} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

如果导引电动机保持在平衡点, 即 $z = \frac{y-x}{2}$, 则系统只有二个自由度, 于是(9)式中前

二式变为

$$\left. \begin{aligned} T_4 \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + \frac{G_b(p)}{C_l} \frac{dx}{dt} + 2 \frac{G_c(p)}{C_l} \sin \frac{\gamma x}{2} \cos \frac{\gamma y}{2} + \\ + T_4 (K_g - K_h) x + \frac{R(M_{c10} - M_{c20})}{C_M C_l} = 0, \\ T_4 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + \frac{G_b(p)}{C_l} \frac{dy}{dt} + 2 \frac{G_c(p)}{C_l} \sin \frac{\gamma x}{2} \cos \frac{\gamma y}{2} - \\ - T_4 (K_g - K_h) y + \frac{R(M_{c10} - M_{c30})}{C_M C_l} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

上式是非线性联立方程, 可以用直接近似求解法^[3]解之.

在小偏差运动中 $\sin \delta = \delta$, $\cos \delta \doteq 1$, 则(9)式中前二式变为

$$\left. \begin{aligned} T_4 \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + \frac{G_b(p)}{C_l} \frac{dx}{dt} + \frac{\gamma G_c(p)}{C_l} x - \\ - T_4 (K_g - K_h) x + \frac{R(M_{c10} - M_{c20})}{C_M C_l} = 0, \\ T_4 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + \frac{G_b(p)}{C_l} \frac{dy}{dt} + \frac{\gamma G_c(p)}{C_l} y - \\ - T_4 (K_g + K_h) y + \frac{R(M_{c10} - M_{c30})}{C_M C_l} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

上式是各自独立的线性方程, 而导引信号不再存在, 这就是说无论在动态或稳定的情况下, 导引机组对于失调角及稳定性均无影响.

以(8a)代入(11)得

$$\left. \begin{aligned} a_0 \frac{d^5 x}{dt^5} + a_1 \frac{d^4 x}{dt^4} + a_2 \frac{d^3 x}{dt^3} + a_3 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_4 \frac{dx}{dt} + a_5 x + a_6 = 0, \\ b_0 \frac{d^5 y}{dt^5} + b_1 \frac{d^4 y}{dt^4} + b_2 \frac{d^3 y}{dt^3} + b_3 \frac{d^2 y}{dt^2} + b_4 \frac{dy}{dt} + b_5 y + b_6 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= C_l T_1 T_2 T_3 T_4; \\ a_1 &= C_l [T_1 T_2 T_3 + T_4 (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1)]; \\ a_2 &= C_l [T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_1 T_4 + T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_3 T_4 - \\ &\quad - T_1 T_2 T_3 T_4 (K_g - K_h)]; \\ a_3 &= K_2 K_3 K_5 T_1 + C_l (T_1 + T_2 + T_3) + \\ &\quad + C_l T_4 - C_l T_4 (K_g - K_h) (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1); \\ a_4 &= K_2 K_3 K_5 + C_l - C_l T_4 (T_1 + T_2 + T_3) (K_g - K_h); \\ a_5 &= \gamma K_1 K_2 K_3 - C_l T_4 (K_g - K_h); \\ a_6 &= \frac{R}{C_M} (M_{c10} - M_{c20}) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 b_0 &= a_0; \\
 b_1 &= a_1; \\
 b_2 &= C_l [T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_1 T_4 + T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_3 T_4 - \\
 &\quad - T_1 T_2 T_3 T_4 (K_g + K_h)]; \\
 b_3 &= K_2 K_3 K_5 T_1 + C_l (T_1 + T_2 + T_3) + C_l T_4 - \\
 &\quad - C_l T_4 (K_g + K_h) (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1); \\
 b_4 &= K_2 K_3 K_5 + C_l - C_l T_4 (T_1 + T_2 + T_3) (K_g + K_h); \\
 b_5 &= \gamma K_1 K_2 K_3 - C_l T_4 (K_g + K_h); \\
 b_6 &= \frac{R}{C_M} (M_{c10} - M_{c30});
 \end{aligned} \tag{12a}$$

令(12)式各次导数项等于零, 则得在小偏差情况下的稳态解答为

$$\left. \begin{aligned}
 x &= -\frac{a_6}{a_5} = \frac{R(M_{c20} - M_{c10})}{C_M [\gamma K_1 K_2 K_3 - C_l T_4 (K_g - K_h)]}; \\
 y &= -\frac{b_6}{b_5} = \frac{R(M_{c30} - M_{c10})}{C_M [\gamma K_1 K_2 K_3 - C_l T_4 (K_g + K_h)]}.
 \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

从(12)式可以看出系统稳定的起码条件是 i) $(K_g + K_h)$ 相当小, 不致引起 b_2, b_3, b_5 为负值; ii) a_4 及 $b_4 > 0$, 即

$$K_2 K_3 K_5 + C_l > C_l T_4 (T_1 + T_2 + T_3) (K_g + K_h).$$

这就是说, 采用速度反馈(上式中出现放大系数 K_5)可以改善大惯性拖动系统(T_4 大)系统的稳定性。

因为这是线性微分方程, 详细判定稳定的方法, 可以引用一般的稳定判据, 如饶斯-霍维茨判据, 米哈依诺夫判据, 奈魁斯特判据等。

如果忽略协调偏差对负荷分配的影响, 则 x, y 二式除恒定负荷外, 完全相同。

从(13)式可以看出 $\gamma K_1 K_2 K_3$ 愈大, 则稳态失调角愈小。

2) 采用第一拖动点的拖动电动机作为导引电动机(见图 1 注), 这样可以省一套控制设备, 于是公式(8)变为

$$\left. \begin{aligned}
 T_4 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + \frac{d\theta_1}{dt} - \frac{R}{C_M C_l} M'_{c1}(\theta_1) + \frac{R}{C_M C_l} (M_{c10} - M_0) &= 0, \\
 T_4 \frac{d^2 \theta_k}{dt^2} + \frac{d\theta_k}{dt} + \frac{G_b(p)}{C_l} \left(\frac{d\theta_k}{dt} - \frac{d\theta_1}{dt} \right) + \\
 + \frac{G_c(p)}{C_l} \sin(\gamma \theta_k - \gamma \theta_1) - \frac{R M'_{ck}(\theta_1)}{C_M C_l} + \frac{R}{C_M C_l} (M_{ck0} - M_0) &= 0
 \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

($k = 2, 3, 4$).

同前, 令

$$x = \theta_1 - \theta_2, \quad y = \theta_1 - \theta_3,$$

则得

$$\left. \begin{aligned} T_4 \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + \frac{G_b(p)}{C_l} \frac{dx}{dt} + \frac{G_c(p)}{C_l} \sin \gamma x - \\ - T_4 (K_g - K_h) x + \frac{R}{C_M C_l} (M_{c10} - M_{c20}) = 0, \\ T_4 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + \frac{G_b(p)}{C_l} \frac{dy}{dt} + \frac{G_c(p)}{C_l} \sin \gamma y - \\ - T_4 (K_g + K_h) y + \frac{R}{C_M C_l} (M_{c10} - M_{c30}) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

上二式完全独立,彼此不相互依赖,如果忽略存在协调偏差时负载不均匀分配的影响,则除最后一项恒定负载外,上面两个式子完全相同。

以(8a)代入(15)式得:

$$\left. \begin{aligned} a_0 \frac{d^5 x}{dt^5} + a_1 \frac{d^4 x}{dt^4} + a_2 \frac{d^3 x}{dt^3} + a_3 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_4 \frac{dx}{dt} + a_5 x + a_6 \sin \gamma x + a_7 = 0, \\ b_0 \frac{d^5 y}{dt^5} + b_1 \frac{d^4 y}{dt^4} + b_2 \frac{d^3 y}{dt^3} + b_3 \frac{d^2 y}{dt^2} + b_4 \frac{dy}{dt} + b_5 y + b_6 \sin \gamma y + b_7 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= C_l T_1 T_2 T_3 T_4; \\ a_1 &= C_l [T_1 T_2 T_3 + T_4 (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1)]; \\ a_2 &= C_l [T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_1 T_4 + T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_3 T_4 - \\ &\quad - T_1 T_2 T_3 T_4 (K_g - K_h)]; \\ a_3 &= K_2 K_3 K_5 T_1 + C_l (T_1 + T_2 + T_3) + C_l T_4 - \\ &\quad - C_l T_4 (K_g - K_h) (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1); \\ a_4 &= K_2 K_3 K_5 + C_l - C_l T_4 (T_1 + T_2 + T_3) (K_g - K_h); \\ a_5 &= -C_l T_4 (K_g - K_h); \\ a_6 &= K_1 K_2 K_3; \\ a_7 &= \frac{R}{C_M} (M_{c10} - M_{c20}); \\ b_0 &= a_0; \\ b_1 &= a_1; \\ b_2 &= C_l [T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_1 T_4 + T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_3 T_4 - \\ &\quad - T_1 T_2 T_3 T_4 (K_g + K_h)]; \\ b_3 &= K_2 K_3 K_5 T_1 + C_l (T_1 + T_2 + T_3) + C_l T_4 - \\ &\quad - C_l T_4 (K_g + K_h) (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1); \\ b_4 &= K_2 K_3 K_5 + C_l - C_l T_4 (T_1 + T_2 + T_3) (K_g + K_h); \\ b_5 &= -C_l T_4 (K_g + K_h); \\ b_6 &= a_6; \\ b_7 &= \frac{R}{C_M} (M_{c10} - M_{c30}); \end{aligned} \right\} \quad (16a)$$

系统在小偏差情况下的运动方程, 只要令(16)式中的 $\sin \delta = \delta$ 即可求得, 根据上面同样的步骤, 可以求得系统的稳态解答. 这样所求得的运动方程及稳态解答与公式(12)及(13)完全相同, 因此所得到的结论, 也是一样.

3.3 自行协调控制系统的分析

现在根据图 3 将(6)式化为相互失调角的形式, 这里没有导引轴, 又假定 $\theta_{12} = \theta_{34}$, 所以只需二个方程即可求解.

令 $x = \theta_1 - \theta_2$, $y = \theta_1 - \theta_3$, 则

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^4 (\dot{\theta}_{1l} - \dot{\theta}_{2l}) &= \dot{\theta}_{12} + \dot{\theta}_{13} + \dot{\theta}_{14} - (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{23} + \dot{\theta}_{24}) = \\ &= \dot{x} + \dot{y} + (\dot{x} + \dot{y}) - [-\dot{x} + (\dot{y} - \dot{x}) + \dot{y}] = 4\dot{x}, \\ \sum_{l=1}^4 [\sin(\gamma\theta_{1l}) - \sin(\gamma\theta_{2l})] &= \sin \gamma\theta_{12} + \sin \gamma\theta_{13} + \\ &+ \sin \gamma\theta_{14} - [\sin \gamma\theta_{21} + \sin \gamma\theta_{23} + \sin \gamma\theta_{24}] = \\ &= 2 \sin \gamma x + \sin[\gamma(x+y)] + \sin[\gamma(x-y)] = \\ &= 2[\sin(\gamma x) + \sin(\gamma x) \cos(\gamma y)]. \end{aligned}$$

于是得

$$\left. \begin{aligned} T_4 \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + \frac{4G_b(p)}{C_l} \frac{dx}{dt} + \frac{2G_c(p)}{C_l} \times [\sin(\gamma x) \\ + \sin(\gamma x) \cos \gamma y] - T_4 (K_g - K_h) x + \\ + \frac{R}{C_M C_l} (M_{c1} - M_{c20}) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

同样得

$$\left. \begin{aligned} T_4 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + \frac{4G_b(p)}{C_l} \frac{dy}{dt} + \frac{2G_c(p)}{C_l} [\sin(\gamma y) + \\ + \sin(\gamma y) \cos(\gamma x)] - T_4 (K_g + K_h) y + \frac{R}{C_M C_l} (M_{c10} - M_{c30}) = 0. \end{aligned} \right\}$$

这里的 $\gamma = \frac{1}{2nm}$, 因为从图 3 可以看出, 当二自整机相差 180° (电角度) 时, 信号最大, 所以

此处 γ 为前一系统中 γ 的二分之一.

从图 4 得

$$\left. \begin{aligned} G_b(p) &= \frac{K_2 K_3 K_5}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}, \\ G_b(p) &= \frac{K_1 K_2 K_3}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

以(18)式代入(17)两式, 得

$$\left. \begin{aligned} a_0 \frac{d^5 x}{dt^5} + a_1 \frac{d^4 x}{dt^4} + a_2 \frac{d^3 x}{dt^3} + a_3 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_4 \frac{dx}{dt} + \\ + a_5 x + a_6 [\sin(\gamma x) + \sin(\gamma x) \cos(\gamma y)] + a_7 = 0, \\ b_0 \frac{d^5 y}{dt^5} + b_1 \frac{d^4 y}{dt^4} + b_2 \frac{d^3 y}{dt^3} + b_3 \frac{d^2 y}{dt^2} + b_4 \frac{dy}{dt} + \\ + b_5 y + b_6 [\sin(\gamma y) + \sin(\gamma y) \cos(\gamma x)] + b_7 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= C_l T_1 T_2 T_3 T_4; \\ a_1 &= C_l [T_1 T_2 T_3 + T_4 (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1)]; \\ a_2 &= C_l [T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_1 T_4 + T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_3 T_4 - \\ &\quad - T_1 T_2 T_3 T_4 (K_g - K_h)]; \\ a_3 &= C_l T_4 + C_l (T_1 + T_2 + T_3) + 4K_2 K_3 K_5 T_1 - \\ &\quad - C_l T_4 (K_g - K_h) (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1); \\ a_4 &= C_l + 4K_2 K_3 K_5 - C_l T_4 (T_1 + T_2 + T_3) (K_g - K_h); \\ a_5 &= -C_l T_4 (K_g - K_h); \\ a_6 &= 2K_1 K_2 K_3; \\ a_7 &= \frac{R}{C_M} (M_{c10} - M_{c20}); \\ b_0 &= a_0; \\ b_1 &= a_1; \\ b_2 &= C_l [T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_1 T_4 + T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_3 T_4 - \\ &\quad - T_1 T_2 T_3 T_4 (K_g + K_h)]; \\ b_3 &= C_l T_4 + C_l (T_1 + T_2 + T_3) + 4K_2 K_3 K_5 T_1 - \\ &\quad - C_l T_4 (K_g + K_h) (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1); \\ b_4 &= C_l + 4K_2 K_3 K_5 - C_l T_4 (T_1 + T_2 + T_3) (K_g + K_h); \\ b_5 &= -C_l T_4 (K_g + K_h); \\ b_6 &= a_6; \\ b_7 &= \frac{R}{C_M} (M_{c10} - M_{c30}); \end{aligned} \right\} \quad (19a)$$

(19)式仍为二个五阶非线性联立方程,可以应用直接近似法求解.

在小偏差运动时, $\sin \delta = \delta$, $\cos \delta = 1$, 则(19)变为下列线性方程:

$$\left. \begin{aligned} a_0 \frac{d^5 x}{dt^5} + a_1 \frac{d^4 x}{dt^4} + a_2 \frac{d^3 x}{dt^3} + a_3 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_4 \frac{dx}{dt} + (a_5 + 2a_6 \gamma)x + a_7 = 0, \\ b_0 \frac{d^5 y}{dt^5} + b_1 \frac{d^4 y}{dt^4} + b_2 \frac{d^3 y}{dt^3} + b_3 \frac{d^2 y}{dt^2} + b_4 \frac{dy}{dt} + (b_5 + 2b_6 \gamma)y + b_7 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

上式是二个独立方程.

令(20)式各次导数项等于零, 则得在小偏差的情况下的稳态解答为

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{a_7}{2a_b\gamma + a_5} = \frac{R(M_{c20} - M_{c10})}{C_M [4\gamma K_1 K_2 K_3 - C_l T_4 (K_g - K_h)]}, \\ y &= -\frac{b_7}{2\gamma b_6 + b_5} = \frac{R(M_{c30} - M_{c10})}{C_M [4\gamma K_1 K_2 K_3 - C_l T_4 (K_g + K_h)]}; \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

从(20)式可以得到与从(12)式所得的相同的结论(有关系统稳定性问题).

比较(21)式与(13)式可以看出,在同样不平衡负荷情况下,自行协调控制系统的稳态失调角比导引系统的稳态失调角要小,如果忽略 K_g 及 K_h 并考虑到二者 γ 的定义不同,则前者失调角为后者之半.

如果在自行协调系统中,将每个差动自整角机代以三个普通自整角机(采用变压器状态运转联接),这样 γ 也就等于 $\frac{1}{mn}$,与引导协调系统的一样,于是在忽略 K_g 及 K_h 时,前者的稳态误差仅为后者的四分之一.

3.4 系统的比较

根据系统的结构及分析的结果可以得到一些比较论证.

关于单独导引与利用一拖动点作为导引的比较如下:

1) 在采用单独导引的系统中,导引讯号出现于一般失调角运动方程(9)中,只是在小偏差时与失调角无关,见(11).在采用第一拖动点作为导引的系统中,如果失调角包括导引角本身,则导引讯号既出现于一般失调角运动方程(15)中,也出现于小偏差的运动方程中;如果失调角不包括导引角本身(例如 θ_{23}, θ_{34}),则导引讯号就不再出现于运动方程中,而与失调角无关.

2) 在小偏差运动中,二种导引系统失调角运动方程完全一样,如(12)式,所以它们的稳定条件及解答都相同.

3) 单独导引对于拖动物体的稳定及平衡可能有帮助.在利用一拖动点作为导引时,没有给定的导引信号,不能抑制物体的总体振荡.

4) 单独导引在启动制动时可能不易跟随,因为导引电动机没有负载,惯性小,容易启动制动;而拖动电动机则否.如利用一拖动点作为导引,则没有这种困难.

5) 利用一拖动点作为导引可以省一套导引设备.

根据以上五条的比较结果,可以知道二个方案各有优缺点,应根据生产机械的具体情况而选定.在一般情况下,我们认为利用一拖动点作为导引比采用单独导引较为优越.

下面再来比较导引协调(以利用一拖动点作为导引为依据)与自行协调二种方案的优缺点:

1) 导引协调的导引信号对于失调角不发生影响,所以就同步而言,自行协调也是一样完成任务.

2) 自行协调比导引协调的控制作用(角度及速度)较强,所以过渡过程较快,稳态失调角较小.

3) 自行协调系统失调角 x, y 成为多自由度非线性运动形式,见(17)或(19),而导引协调系统则为独立非线性运动形式,见(15)或(16).谁对系统品质(特别是稳定性)有利,尚

须进一步研究.

4) 在小偏差运动时二种系统的失调角都成为独立运动方程, 见(20)及(12).

5) 导引协调系统设计分析比自行协调系统较为简单.

根据以上比较的结果, 自行协调系统优越性较多. 我国某造纸厂纸机分部传动控制(速度有差系统)已经证明改用“无标准电压的相对速度控制系统”比原来所采用的导引系统优越^[1].

4 结 语

这篇报告只就导引协调系统及自行协调系统作了一些分析与比较, 初步认为后一系统的优越性较多, 但在实现时可能要困难一些. 究竟如何选择系统的结构与参数, 需根据具体对象进一步深入研究. 关于应用直接近似法求解非线性联立方程的方法, 当方程阶次较高时(事实上如果考虑放大机为二阶, 系统采用稳定变压器或其他校正装置与反馈, 则方程的次数更高), 计算起来比较麻烦, 需要用计算机. 因此应该研究采用不需要直接求解而能判别系统的稳定性和系统品质的方法. 我们希望今后能更深入一步, 建立新的更加简便的方法, 以满足工程技术上的需要.

附录 结构图中几个问题

1. 关于电动机的结构图问题

设发电机的电压为 u_r , 升压机的电压为 u_6 , 电动机负载转矩为 M_{c2} , 忽略电动机电枢回路的电感, 就第二台电动机而言, 则有

$$u_r + u_6 = IR + C_1 \frac{d\theta_2}{dt}, \quad (1)$$

$$C_M I = \frac{J}{P} \frac{d^2\theta_2}{dt^2} + M_{c2}. \quad (2)$$

由(1)得

$$\left[u_r + u_6 - C_1 \frac{d\theta_2}{dt} \right] \frac{1}{R} = I \quad (3)$$

将(3)代入(2), 得

$$\frac{C_M}{R} \left[u_r + u_6 - C_1 \frac{d\theta_2}{dt} \right] = \frac{J}{P} \frac{d^2\theta_2}{dt^2} + M_{c2},$$

各项除以 $\frac{C_M C_1}{R}$, 移项后得

$$\left[\frac{JR}{PC_M C_1} p + 1 \right] \frac{d\theta_2}{dt} = \frac{\left[u_r + u_6 - \frac{RM_{c2}}{C_M} \right]}{C_1},$$

即

$$\dot{\theta}_2 = \left[\frac{K_4}{T_4 p + 1} \right] \left(u_r + u_6 - \frac{R}{C_M} M_{c2} \right) \quad (4)$$

其中 $T_4 = \frac{JR}{PC_M C_I}$ = 电动机的机电时间常数; $K_4 = \frac{1}{C_I}$

根据(4)式可以绘出电动机的结构图如图6:

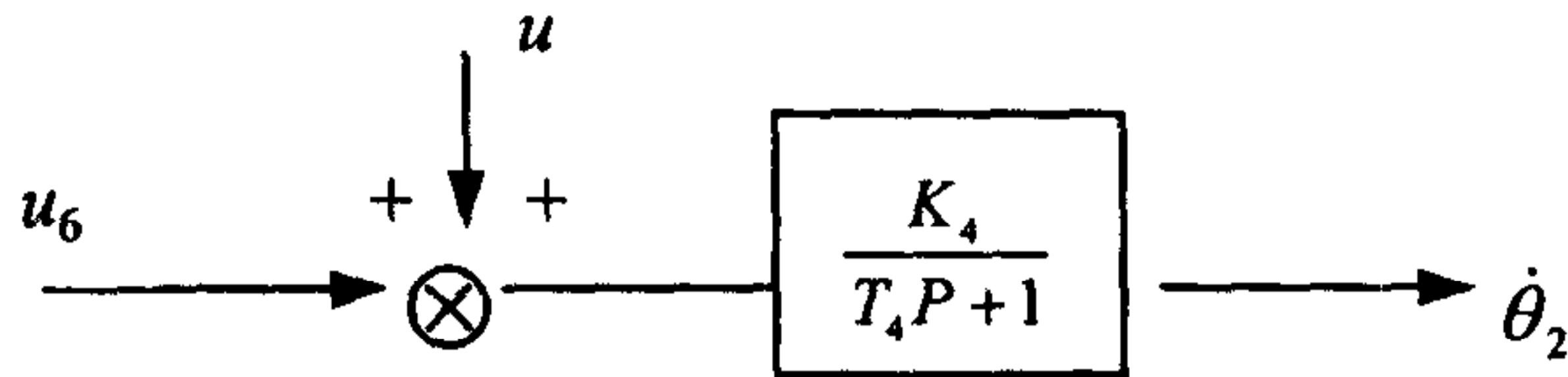


图 6

其中 $u = u_r - \frac{M_{c2}}{C_M} R$.

2. 关于放大机的结构图及其等效时间常数问题(图7)

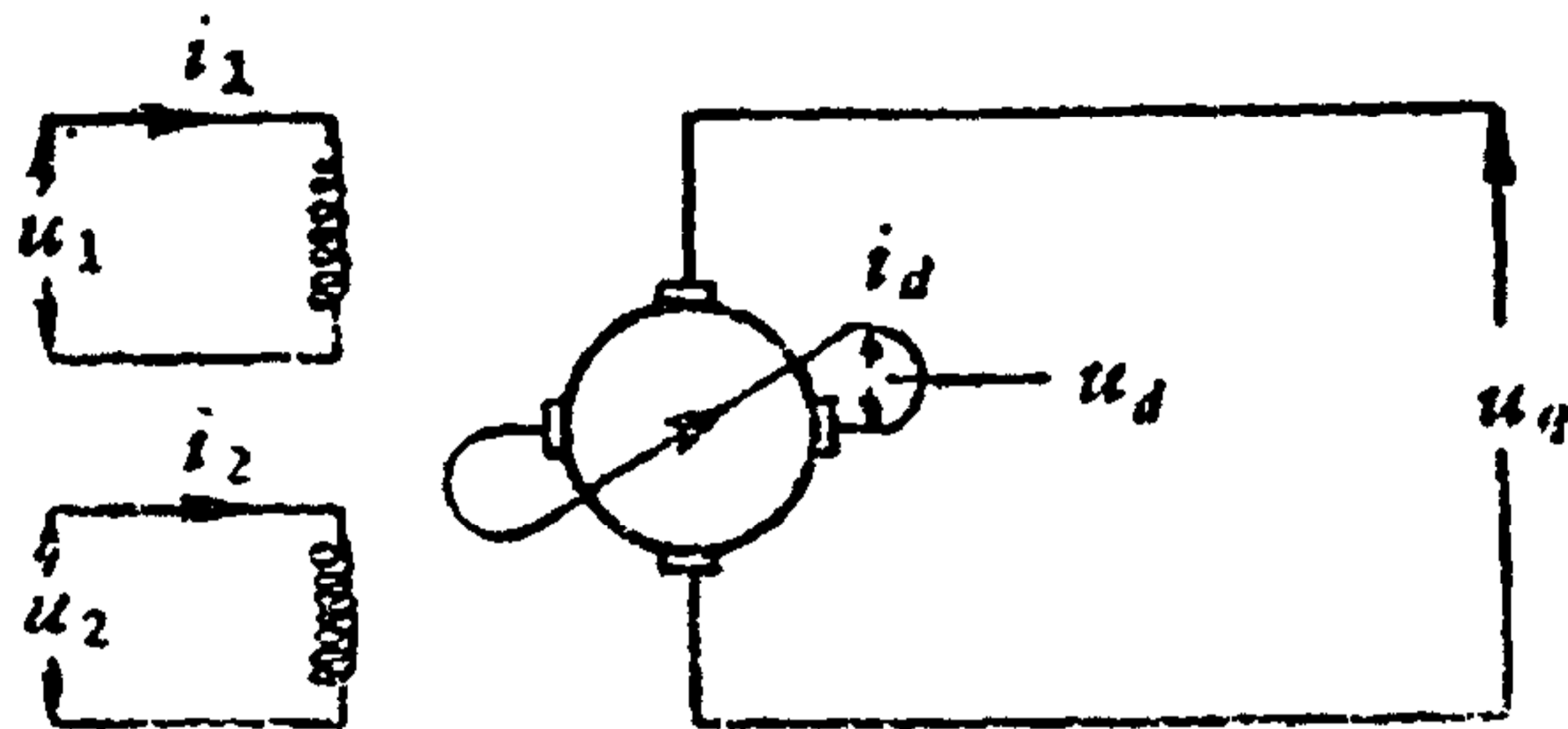


图 7

设放大机只有两个控制绕组(实际上可能还多),加于每个绕组上的电压分别为 u_1, u_2 , 并假定放大机完全补偿,于是可列出下列方程:

$$\gamma_1 i_1 + L_1 p i_1 + M_{12} p i_2 = u_1, \quad (5)$$

$$\gamma_2 i_2 + L_2 p i_2 + M_{21} p i_1 = u_2, \quad (6)$$

式中 γ_1, L_1 —— 控制绕组 1 电阻和电感; γ_2, L_2 —— 控制绕组 2 电阻和电感; i_1 —— 绕组 1 的控制电流; i_2 —— 绕组 2 的控制电流; p —— $\frac{d}{dt}$; M_{12}, M_{21} —— 互感系数.

由(5)得

$$i_1 + \tau_1 p i_1 + \frac{M_{12}}{\gamma_1} p i_2 = \frac{u_1}{\gamma_1}, \quad (7)$$

由(6)得

$$i_2 + \tau_2 p i_2 + \frac{M_{21}}{\gamma_2} p i_1 = \frac{u_2}{\gamma_2}, \quad (8)$$

其中 $\tau_1 = \frac{L_1}{\gamma_1}$ —— 控制绕组 1 的时间常数; $\tau_2 = \frac{L_2}{\gamma_2}$ —— 控制绕组 2 的时间常数.

假设控制绕组之间没有漏感,并设控制绕组 1 的匝数为 W_1 , 控制绕组 2 的匝数为 W_2 , 则

$$M_{12} = \frac{W_1}{W_2} L_2, M_{21} = \frac{W_2}{W_1} L_1, \text{ 但是}$$

$$M_{12} = M_{21} \tag{9}$$

以 $\frac{W_2}{W_1}$ 乘(8)式各项和(7)式相加, 利用关系(9), 则得:

$$(1 + \tau_{\Sigma} p) i_{\Sigma} = \frac{u_1}{\gamma_1} + \frac{W_2}{W_1} \frac{u_2}{\gamma_2} \tag{10}$$

其中 $\tau_{\Sigma} = \tau_1 + \tau_2$, $i_{\Sigma} = i_1 + i'_2$; $i'_2 = \frac{W_2}{W_1} i_2$.

设放大机第一级产生的电压 u_d 与控制电流成比例, 即

$$u_d = C_1 i_{\Sigma},$$

其中 C_1 ——比例系数.

以(10)式中之 i_{Σ} 代入, 得

$$u_d = \frac{C_1 \left(\frac{u_1}{\gamma_1} + \frac{W_2}{W_1} \frac{u_2}{\gamma_2} \right)}{\tau_{\Sigma} p + 1}. \tag{11}$$

设放大机横轴回路的电阻和电感分别为 γ_d, L_d , 则得

$$i_d \gamma_d + L_d p i_d = u_d, \tag{12}$$

其中 i_d ——流过横轴回路内的电流.

设放大机第二级产生的输出电压 u_q 与 i_d 成比例, 于是 $u_q = C_{II} i_d$. 以(12)中之 i_d 代入, 得

$$u_q = C_{II} \frac{u_d}{\gamma_d + L_d p} = C'_{II} \frac{u_d}{\tau_d p + 1}, \tag{13}$$

其中 $C'_{II} = \frac{C_{II}}{\gamma_d}$, $\tau_d = \frac{L_d}{\gamma_d}$ 横轴回路的时间常数. 根据(11), (13)两式得放大机的结构图如图 8:

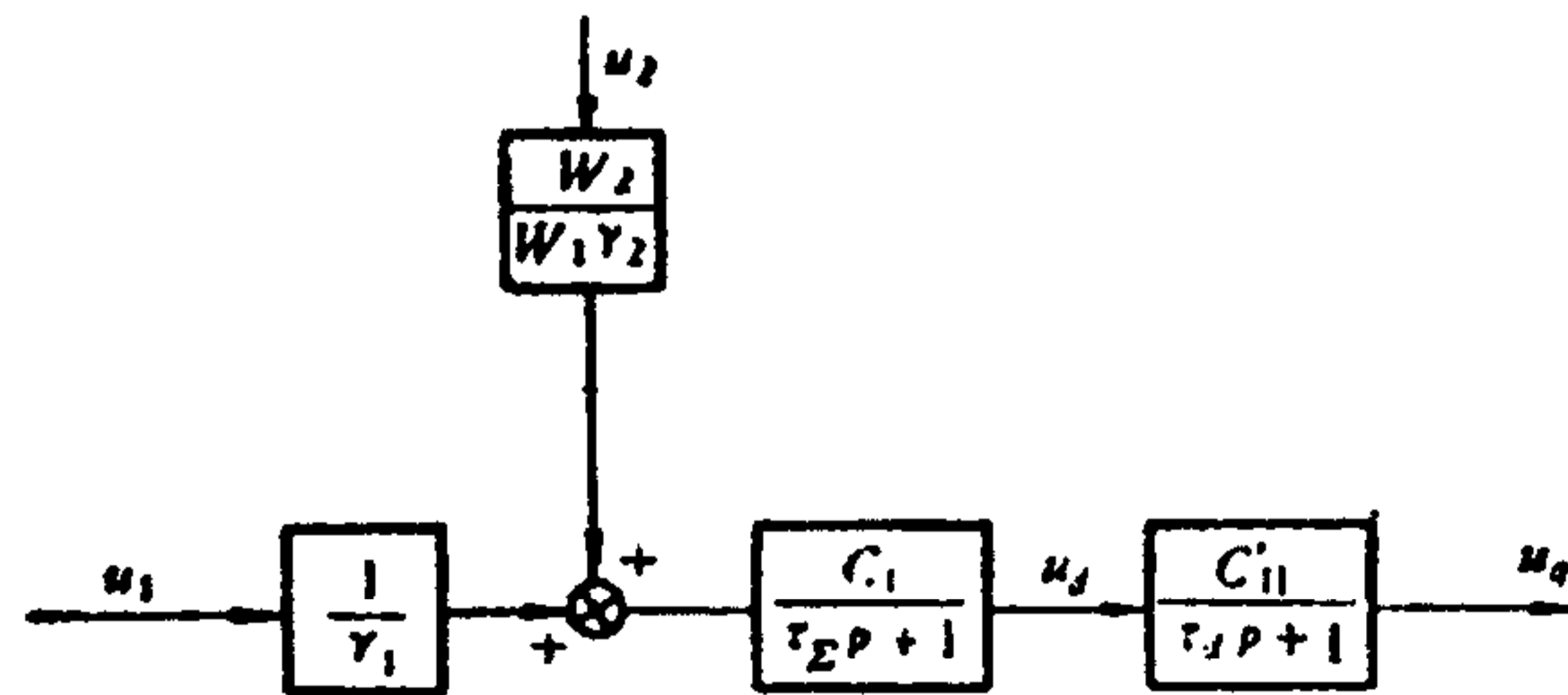


图 8

设放大机两个控制绕组完全一样, 则 $W_1 = W_2$, $\gamma_1 = \gamma_2$, 于是上面的结构图 8 变为图 9 的形式:

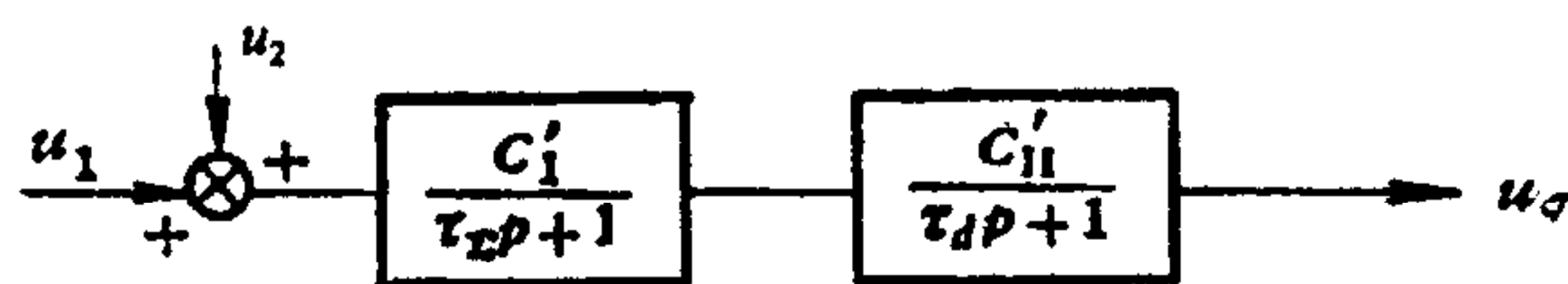


图 9

其中 $C'_1 = \frac{C_1}{\gamma_1}$.

如果忽略 p^2 项, 则放大机的结构图最后可简化为图 10 的形式:

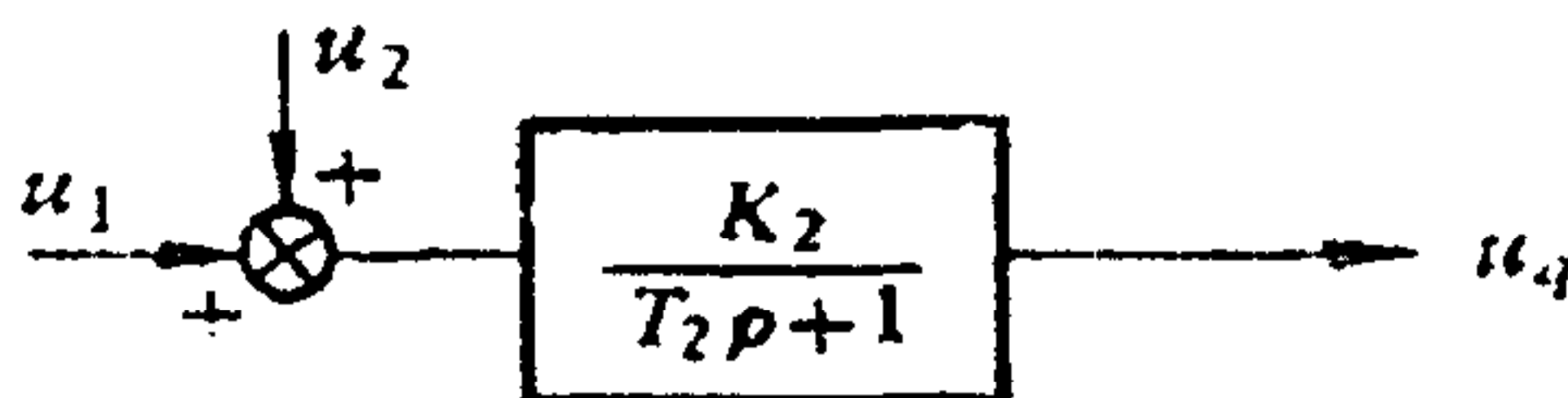


图 10

其中 $T_2 = \tau_e + \tau_d$ ——放大机的等效时间常数; $K_d = C'_1 C''_1$ ——放大机的放大系数.

如果放大机多于两个控制绕组, 可以按上面同样的步骤, 求其等效时间常数.

参 考 文 献

1. 肖功培, 多电机传动造纸机无标准电压的相对速度控制系统, 电气传动, 7(1959), 8-11
2. 涂序彦, 多参数协调控制系统理论(国际自动控制学会第一届学术大会报告), 1960, 莫斯科.
3. 疏松桂, 多台电轴系统的稳定性及非线性振荡问题, 数学学报 11(1961), 2, 170-180..