



基于 Popov 超稳定性理论的模糊自适应 控制器设计方法¹⁾

赵明洁 杨莹春 诸 静

(浙江大学电气工程学院 杭州 310027)

(E-mail: zhmj 7501 @ 263. net)

摘 要 对一类常见的非线性系统,利用 Popov 超稳定性理论得到一种模糊自适应控制方案,该方案在模型匹配的条件下能保证闭环系统的(渐近)稳定性.当模型匹配条件不满足时,通过引入一个辅助控制量使系统仍保持稳定.因此,文中提出的方法普遍适用于一类非线性离散或连续控制系统的设计.

关键词 非线性系统, Popov 超稳定性, 模糊自适应控制.

DESIGN OF FUZZY ADAPTIVE CONTROLLER BASED ON POPOV'S HYPERSTABILITY THEORY

ZHAO Ming-Jie YANG Ying-Chun ZHU Jing

(Department of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(E-mail: zhmj 7501 @ 263. net)

Abstract By using Popov's hyperstability theory, a fuzzy adaptive control scheme is proposed to control a class of nonlinear systems in this paper. The asymptotic stability of the closed-loop system can be assured by this control scheme under the model-match condition. When the model-match condition does not hold, an accessory control term is employed to keep the stability of the system. So, the method proposed is generally applicable to a class of nonlinear systems, discrete or continuous.

Key words Nonlinear systems, Popov's hyperstability, fuzzy adaptive control.

1 引言

近年来,在模糊自适应控制方面取得了不少研究成果^[1~3],这些自适应控制方案大都

1) 国家自然科学基金(69274016)资助项目.

是基于 Lyapunov 稳定性理论提出的. 由于 Lyapunov 函数选取的灵活性大, 反复试探性强, 设计时很不方便. 为此, 本文提出用超稳定性的方法来设计模糊自适应控制器以克服上述不足.

以下常省去信号 $x(t)$ 的时间变量 t ; 对离散信号, 以 x^+ 表示 $x(t+1)$, $x^{(n)}$ 表示 $x(t+n)$.

2 用超稳定性理论设计模糊自适应控制器

2.1 非线性系统的模糊自适应控制律及其等效系统结构

对于如图1所示由前向线性部分 L 和非线性反馈部分 NL 组成的反馈系统, Popov 超稳定性定理指出: 当线性部分 L 的传递函数(矩阵)为严格正实(或正实), 且非线性部分 NL 满足 Popov 不等式时, 闭环系统是全局渐近稳定(或稳定)的.

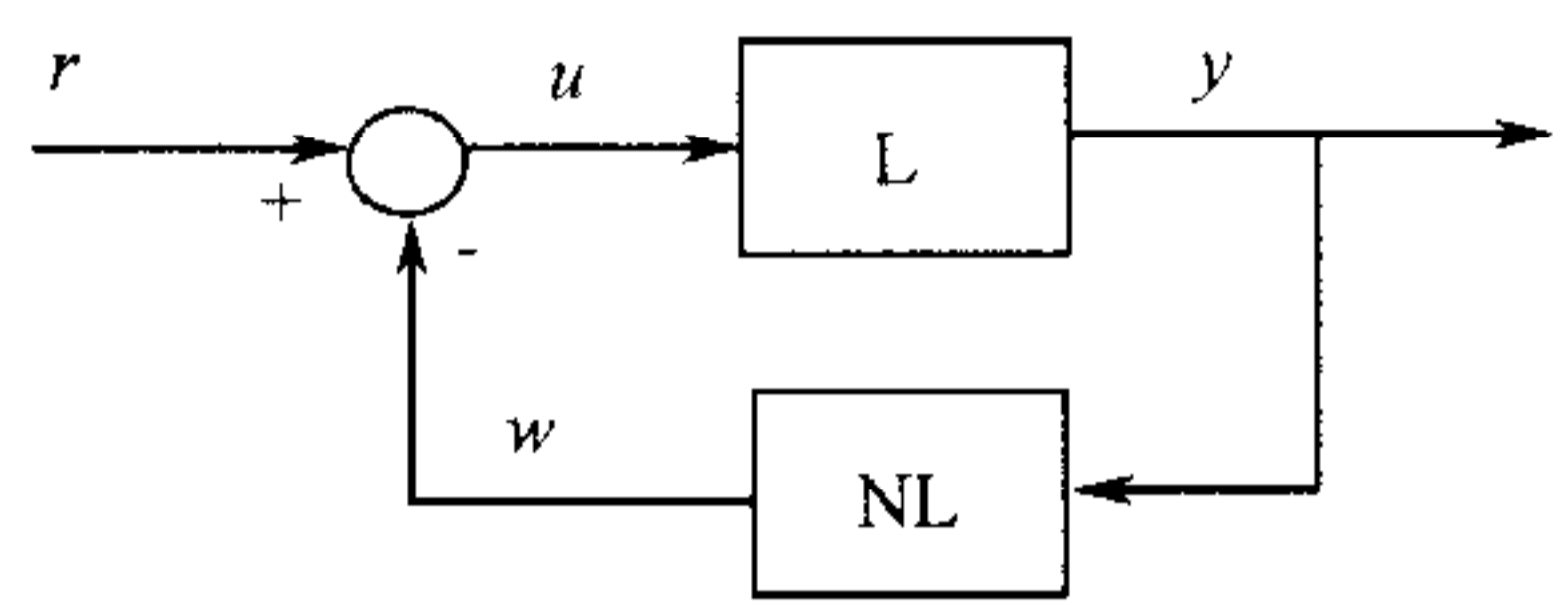


图1 闭环系统框图

首先考虑如下式所示单变量离散非线性系统的控制问题

$$y^+ = f[y^{(-n+1)}, y^{(-n+2)}, \dots, y] + bu, \tag{1}$$

其中 $f(\cdot)$ 是未知连续函数, b 是未知正常数. 设 $r(t)$ 是给定的期望输出, 并引入状态矢量 $x = [y^{(-n+1)}, y^{(-n+2)}, \dots, y]^T$. 本文的目的是设计模糊自适应控制律 $u = u(r, x; q)$ 及参数 q 的调节律, 使输出误差 $\epsilon = r - y$ 趋近于零, 其它信号都有界. 如常数 b 和函数 f 已知, 取理想控制 $u_0 = b^{-1}[r^+ - f(x) + k^T e]$, 其中常矢量 $k = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T \triangleq [k_1, k']^T$, 误差矢量 $e = [\epsilon^{(-n+1)}, \epsilon^{(-n+2)}, \dots, \epsilon]^T$. 则系统输出误差满足方程 $\epsilon^+ + k_n \epsilon + \dots + k_1 \epsilon^{(-n+1)} = 0$, 故适当选择参数 k_i 即可保证系统的渐近跟踪性.

当 b 和 f 未知时, 可构造模糊控制律 $u = u(r, x; q)$ 和参数 q 的调节律, 使 $u(r, x; q)$ 收敛于理想控制 u_0 . 根据文献[1], 模糊控制器 $u(r, x; q)$ 的输入输出函数可表示为

$$u(r, x; q) = q_1 f_1(r, x) + \dots + q_m f_m(r, x) = f^T(r, x)q, \tag{2}$$

式中 $f = [f_1, f_2, \dots, f_m]^T$ 为模糊基函数矢量^[3], $q = [q_1, q_2, \dots, q_m]^T$ 是可调参数.

令 $q^* = \arg \min_q \{ \sup_{(r, x)} |u_0 - u(r, x; q)| \}$, $\alpha = u_0 - u(r, x; q^*)$, 则由(1), (2)两式可得 $\epsilon^+ = -k^T e + b[\alpha + f^T(q^* - q)]$. 先假定 $\alpha(t) = 0$ (满足模型匹配条件), 则易得等效误差系统

$$\begin{cases} e^+ = A_0 e + b_n [bf^T(q^* - q)] \triangleq A_0 e + b_n \omega_1, \\ \epsilon = c^T e, \end{cases} \tag{3}$$

其中 $A_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I_{n-1} \\ -k_1 & -k' \end{bmatrix}$, $b_n = c = [0 \dots 0 \ 1]^T$.

(3)式所示系统可看作以 ω_1 为输入的线性定常系统, 参数 q 的自适应调节律可看作非线性反馈环节, 由此得如图2所示模糊自适应系统的等效结构框图, 其中线性补偿器的引入是为了保证线性前向环节的严格正实性.

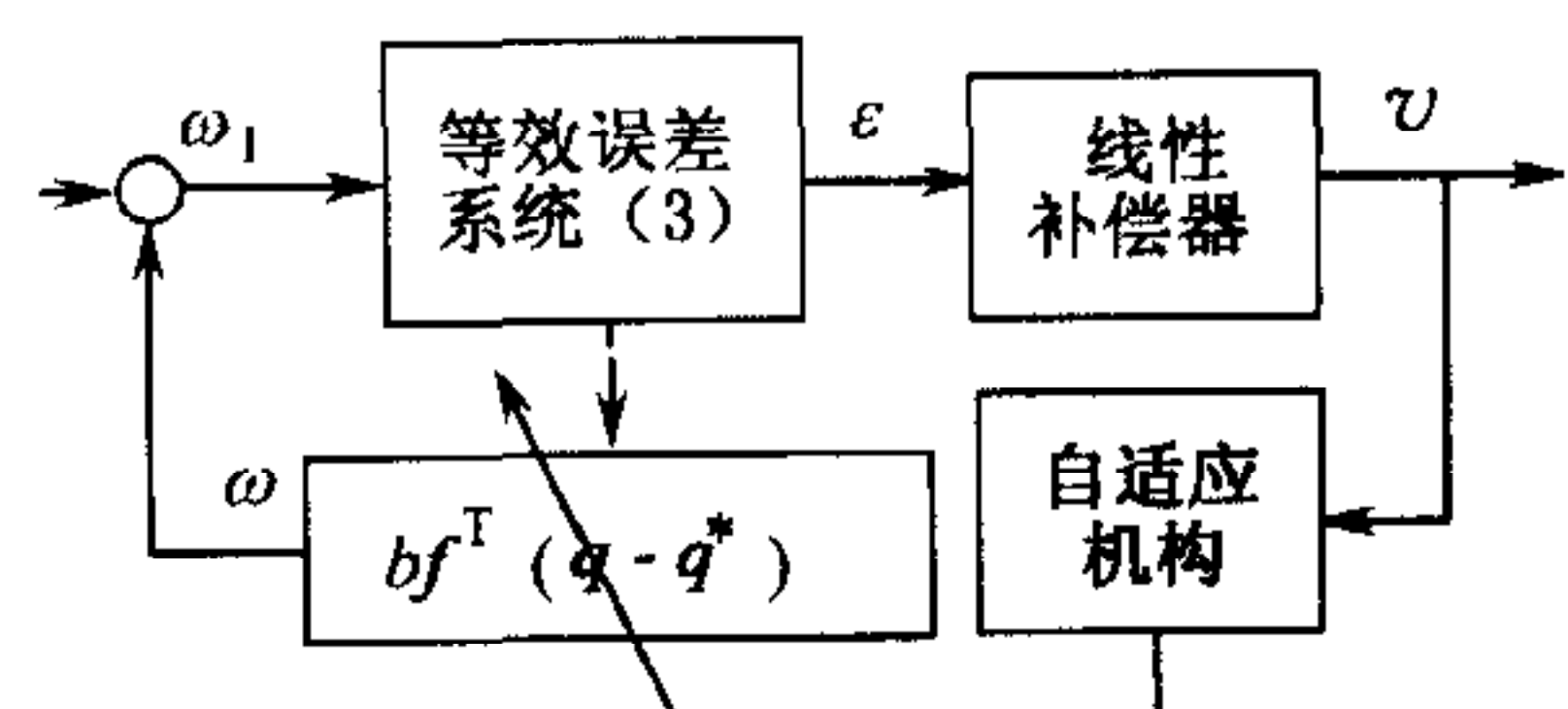


图2 模糊自适应系统结构框图

2.2 参数 q 的自适应调节律和线性补偿器的传递函数

设参数 q 的自适应调节律为 $q(t) = \sum_{i=1}^l s(i) + p(t) + q(0)$, 其中 s, p 为待定序列, $q(0)$ 为 q 的初值. 由图2得 $\omega = bf^T(q - q^*)$, 则相应的 Popov 求和不等式^[4]可化为

$$\eta(T) \triangleq \sum_{t=1}^T v(t) \cdot bf^T \left\{ \sum_{i=1}^l s(i) + p(t) + q_0 \right\} \geq -\gamma_0^2, (\forall T \geq 1), \quad (4)$$

其中 $q_0 = q(0) - q^*$. 取 $s(t) = v(t)Pf$, $p(t) = v(t)Qf$ (P 正定对称阵, Q 为非负定对称阵). 则 $\eta(T) = \sum_{t=1}^T [P_0 s(t)]^T \left\{ \sum_{i=1}^l P_0 s(i) + P_0 q_0 \right\} + \sum_{t=1}^T v^2 f^T Q f \geq -\frac{1}{2} [P_0 q_0]^T [P_0 q_0]$, 其中对称矩阵 P_0 满足 $(P_0^T P_0) = P^{-1}$, 即不等式(4)能成立. 由此得参数 q 的自适应调节律

$$q(t) = \sum_{i=1}^l v(t) P f(r, x) + v(t) Q f(r, x) + q(0). \quad (5)$$

设图2中线性补偿器的传递函数为 $G(z)$, 按 Popov 定理的条件, 闭环系统线性部分的传递函数 $H(z) = G(z)c^T(zI - A_0)^{-1}b_n$ 应为严格正实函数(或正实函数), 据此可确定线性补偿器的传递函数 $G(z)$ ¹⁾. 易见, 按上述设计步骤所得到的模糊自适应控制系统是稳定的.

当 $\alpha(t) \neq 0$ 时, 可假定 $|\alpha(t)| \leq \delta$ ($\delta > 0$ 是预定的误差限)²⁾. 引入辅助控制项 u_1 , 并令

$$u = u(r, x, q) + u_1 = f^T(r, x)q + u_1, \quad (6)$$

则 $e^+ = A_0 e + b \cdot b_n [f^T(q^* - q) + \alpha - u_1]$, $\omega = b [f^T(q - q^*) - \alpha + u_1]$. 仍取(5)式所示的自适应律, 则 Popov 不等式为 $\eta(T) + \sum_{t=1}^T b v(t) [u_1(t) - \alpha(t)] \geq -\gamma_0^2$, 故可令 $u_1 = \delta \cdot \text{sgn} v$. 容易证明在模型不匹配时, 模糊自适应控制律(5)和(6)仍能保证相应的闭环受控系统稳定.

3 连续模糊自适应控制系统的设计

上节的方法可类似运用于连续系统. 对单输入单输出情况, 设系统运动方程为

$$y^{(n)}(t) = f(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) + bu(t). \quad (7)$$

令状态矢量 $x = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}]^T$, 理想控制 $u_0 = b^{-1} [r^{(n)} - f(x) + k^T e]$, 其中 $r(t)$ 为期望输出, $e = [\epsilon, \dot{\epsilon}, \dots, \epsilon^{(n-1)}]^T$, ϵ 和 k 的意义同前(参数 k 的选取应使理想系统稳定).

取带辅助项的模糊控制器 $u = f^T(r, x)q + u_1$ 及线性补偿器 $v = d^T e$, 其中 d 是待定常矢量. 则图2所示的等效误差系统的状态方程为

1) 设 $G(z) = N(z)/M(z)$, 其中 N, M 为互质多项式, 且 $\deg M \geq \deg N$. 则易得

$$H(z) = G(z)c^T(zI - A_0)^{-1}b_n = \frac{z^{n-1}N(z)}{K(z)M(z)}, (K(z) = k_1 + k_2 z + \dots + k_n z^{n-1} + z^n).$$

由于 $H(z)$ 的分母至少比分子高一阶, 故为使 $H(z)$ 正实, 应取 $H(z) = 1/(1+z)$, 即 N 和 M 应满足 Diophantine 方程 $z^{n-1}(z+1)N(z) - K(z)M(z) = 0$, 易知这样的 N 和 M 存在, 因而可得到闭环稳定的模糊自适应系统(离散). 与连续系统的传递函数不同, 当 $H(z)$ 的分母阶次比分子高时, $H(z)$ 不可能是严格正实的. 为使闭环系统渐近稳定, 需修改自适应控制方案或对跟踪误差 $\epsilon(t+1)$ 进行预估, 其具体实现方案有待进一步研究.

2) 设 $g(x)$ 是紧集 $S \subset R^m$ 上的连续函数, 则对于任意的 $\delta > 0$, 一定存在形如(2)式的模糊逻辑系统 $h(x) = f^T(x)q_0$, 满足 $\sup_{x \in S} |g(x) - h(x)| \leq \delta$ ^[1].

$$\begin{cases} \dot{e} = A_0 e + b_n \omega_1, & v = d^T e, \\ \omega_1 = -\omega, & \omega = b[f^T(q - q^*) + u_1 - \alpha], \end{cases} \quad (8)$$

其中 $\alpha(t)$ 和 q^* 的意义同前. 同前节类似, 参数 q 的自适应调节律取如下积分形式

$$q(t) = \int_0^t s(\tau) d\tau + p(t) + q(0), \quad (9)$$

则 Popov 积分不等式^[4]为 $\int_0^{t_1} b v(t) \left\{ f^T \left[\int_0^t s(\tau) d\tau + p(t) + q_0 \right] + [u_1(t) - \alpha(t)] \right\} dt \geq -\gamma_0^2$.

容易证明, 当 $s(t) = v(t)P f$, $p(t) = v(t)Q f$, $u_1(t) = \delta \cdot \text{sgn} v(t)$ 时, Popov 积分不等式成立 (P 为正定对称阵, Q 为非负定对称阵). 所以, 参数 q 的自适应调整规律为

$$q(t) = \int_0^t v(\tau) P f(r, x) d\tau + v(t) Q f(r, x) + q(0). \quad (10)$$

最后, 系统(8)线性部分的传递函数 $H(s) = d^T (sI - A_0)^{-1} b_n$ 应为严格正实, 据此可确定矢量 d ^[4]. 例如可取 $d = P_0 b_n$, 其中 P_0 是 Lyapunov 方程 $A_0^T P_0 + P_0 A_0 = -Q_0 - 2\mu P_0$ 的正定对称解 ($\mu > 0$), Q_0 是正定对称矩阵.

4 仿真实例

考虑非线性对象 $\dot{y} = f(y) + u$ 的控制问题, 其中 $f(y) = (1.4 - e^{-y}) / (1 + e^{-y})$ 未知.

设期望输出 $r(t) \equiv 0$, 先构造前提部模糊集合如图3所示的模糊控制器逼近理想控制律 $u_0 = r - f(y) + ke = -y - f(y)$, 并在(8)和(10)两式中令 $d=1, P=I, Q=0$, 则易得

$$u = u_f + \delta \text{sgn} e = \sum_{i=1}^7 q_i f_i(y) - \delta \text{sgn} y, \quad (11)$$

$$\dot{q}_i = e f_i(y) = -y f_i(y), \quad (12)$$

其中 $\delta = 0.018$ 为用最小二乘法求得的最优逼近误差限 ($q_{1 \sim 7}^* = [3.90, 2.73, 1.37, -0.20, -1.77, -3.13, -4.30]$), 在实际应用时, 可通过增加模糊基函数个数的方法来满足误差

限要求; $u_f = \sum_{i=1}^7 q_i f_i(y)$ 为模糊控制器的输出. 根据自适应控制律(11)和(12)对系统进行数值仿真, 仿真结果如图4所示.

从图4中系统输出和参数(以 q_4 为例)的变化曲线可知, 在设计范围(这里为 $y \in [-3, 3]$)内, 控制系统具有良好的渐近稳定性和参数收敛性, 且对初始值不敏感. 这说明本文提出的控制器设计方法对一类非线性系统是普遍适用且有效的.

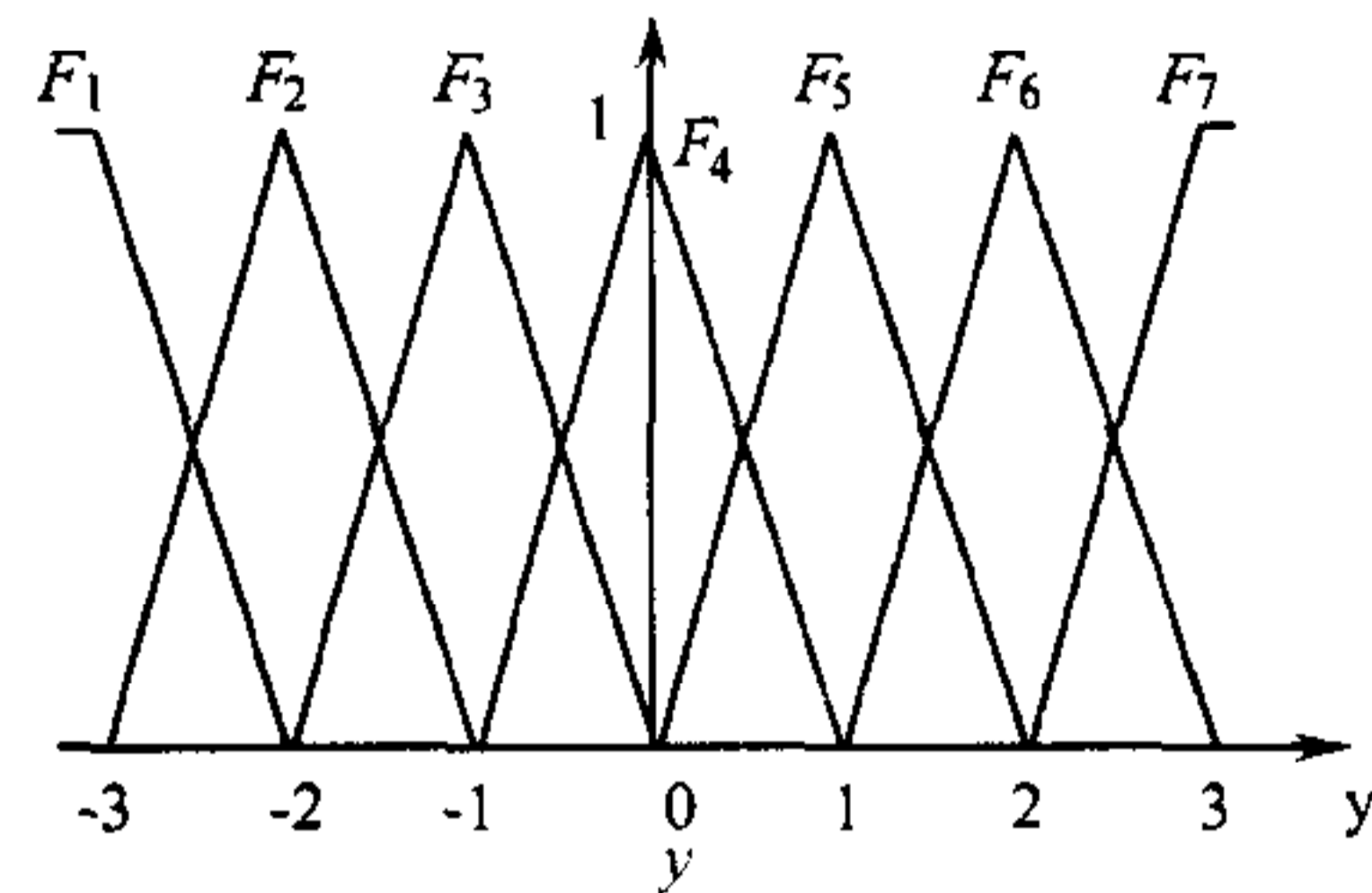
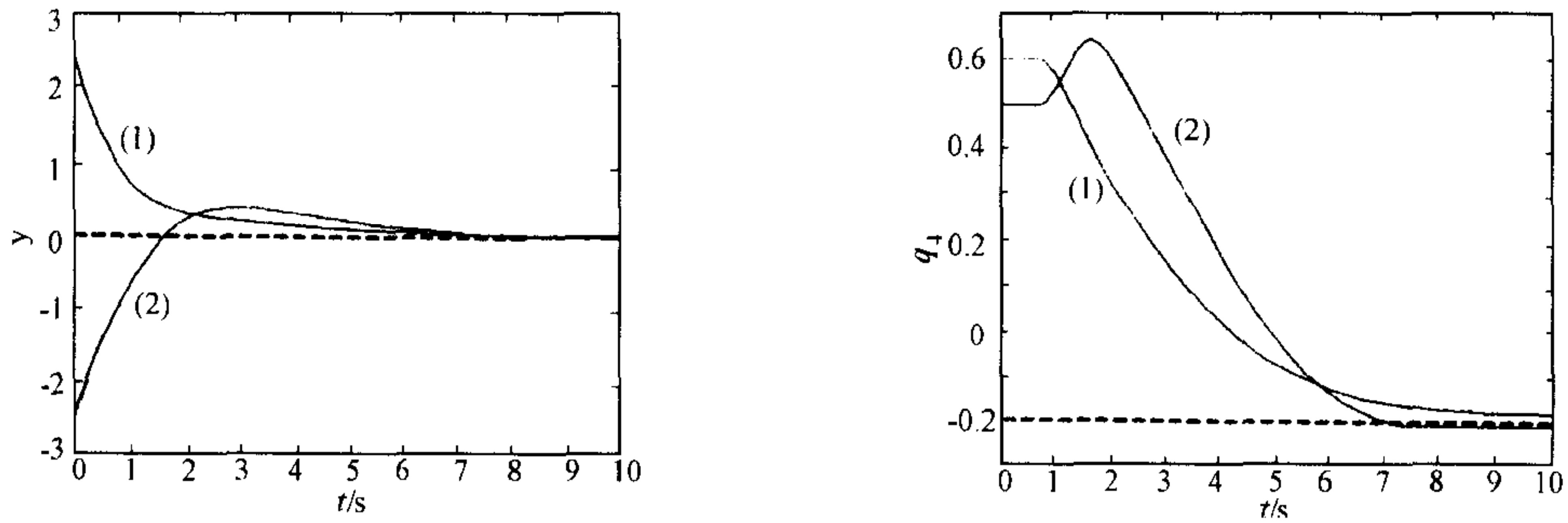


图3 模糊集合 $F_1 \sim F_7$



(a) 输出变化曲线

(b) 参数变化曲线

曲线(1)—— $y(0)=2.5$, $q_1(0)=0.6$; 曲线(2)—— $y(0)=-2.5$, $q_1(0)=0.5$

图4 系统仿真结果

5 结论

从第2节的讨论可知,对于如(1)式或(7)式所示的非线性系统,均可用本文方法设计出具有良好跟踪性能的模糊自适应系统.同以前的设计方法相比较,本文的方法有逻辑推理性强、普适性高、设计所得的系统具有良好的性能等优点.因此,本文的方法对模糊控制系统的设计综合和非线性系统的控制有较高的理论价值和实用价值.

最后应指出的是,本文的设计方法虽然是针对单输入单输出系统提出的,但该方法很容易推广到多输入多输出系统,在此因限于篇幅不再作详细论述.

参 考 文 献

- 1 Wang L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146~155
- 2 张乃尧,金晖.对稳定的模糊自适应控制方案的研究与改进. *自动化学报*, 1997, 23(2): 160~166
- 3 佟绍成,柴天佑.一种非线性系统的模糊自适应控制. *信息与控制*, 1997, 26(2): 87~91
- 4 赵国良,贾仁锋. *自适应控制技术与应用*.北京:人民交通出版社,1991

赵明洁 1975年生,1996年毕业于浙江大学电机系,现在浙江大学电机系攻读硕士学位.主要研究兴趣为非线性系统的模糊集成控制、计算机集成控制系统和智能控制等.

杨莹春 1973年生,2000年毕业于浙江大学电机工程系,获博士学位,现在浙江大学计算机系做博士后.主要研究方向为多值逻辑、计算机集成控制等.

诸 静 1938年生,1962年毕业于浙江大学电机工程系.现为浙江大学电机系教授,博士生导师.主要研究方向为复杂系统智能控制、计算机集成控制系统和机器人控制等.