



控制模态转移型系统的稳定切换¹⁾

杨根科^{1,2} 吴智铭¹ 孙国基³

¹(上海交通大学自动化所 上海 200030)

²(太原重型机械学院计算机仿真研究所 太原 030024)

³(西安交通大学系统工程研究所 西安 710049)

(E-mail: gkyang@mail1.sjtu.edu.cn)

摘要 离散事件决策子系统和数值反馈子系统集成成的混合控制系统呈现出复杂的稳定动态特性. 研究了在达到模态切换周期的控制规则下, 相应的系统连续状态轨迹的平稳性. 给出了具有较少约束的李雅谱诺夫型判据, 不要求全局一致的李雅谱诺夫函数, 不要求每个模态下的能量函数单调递减.

关键词 混合控制系统, 控制模态切换, 稳定

中图分类号 TP273.3

STABLE SWITCHING OF MULTIPLE CONTROL MODES SYSTEMS

YANG Gen-Ke^{1,2} WU Zhi-Ming¹ SUN Guo-Ji³

¹(Department of Automatic Control, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

²(Department of Computer Science, Taiyuan Heavy Machinery Institute, Taiyuan 030024)

³(Institute of System Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

(E-mail: gkyang@mail1.sjtu.edu.cn)

Abstract Stability is a complex issue for hybrid control systems composed of discrete event decision-maker sub-systems and continuous variable dynamic sub-systems. A few Lyapunov-type theorems are extended to guarantee the stability of continuous states of the hybrid control system when its discrete periodic control mode is reached. The new stability conclusions are deduced out, in which a consistent Lyapunov-function for all discrete work modes is not needed, and moreover the energy function is not necessarily to be monotonically decreasing at some control modes.

Key words Hybrid control system, switched control mode, stability

1) 国家自然科学基金(60074011)、中国博士后基金和西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室开放基金资助.

1 引言

许多先进的控制系统都是离散事件决策子系统和数值反馈子系统合成的混合控制系统,要求下层的伺服子系统和上层的离散监控程序的完美协调.自然地人们期望把连续系统的稳定性结论推广到混合控制系统的稳定性研究中.本文研究了在达到离散模态切换周期的控制规则下,相应的系统连续状态轨迹的平稳性;给出了新的李雅普诺夫型判据,不要求全局一致的李雅普诺夫函数,不要求每个模态下的能量函数单调递减.

2 李雅普诺夫稳定性定理

本文把混合自动机^[1~3]或混合 Petri 网^[4]模型等价于具有定性和定量双重系统指标的混合动态系统模型,将距离引入到混合动态系统模型,给出了基于混合 Petri 网的混合控制系统的李雅普诺夫型稳定性框架.混合控制系统的混合 Petri 网(HD-PN)模型^[4,5]的混合动态状态 $S(\tau)$,是考虑了被控连续状态和令牌数分布的部分状态标记:

$$S(\tau) = \langle x(\tau), M(\tau) \rangle \quad (1)$$

它的取值空间为 $S = R^r \times Z_+^m$. 动态演化规律为:
$$\begin{cases} \dot{x}(\tau) = F(x(\tau), M(\tau)), \tau_{k-1} < \tau < \tau_k, \\ M(\tau) = G(x(\tau), M(\tau^-)), \tau = \tau_k, \end{cases} \quad k=1, 2, \dots,$$
 其中 τ_k 表示离散控制模态转移事件 $t^{(k)}$ 的发生时刻.

在 HD-PN 中引入度量空间 $[S, \rho]$ 为

$$\forall S(\tau_j) = \langle X(\tau_j), M(\tau_j) \rangle \in S, \quad j = 1, 2,$$

$$\rho(S(\tau_1), S(\tau_2)) = d(\rho_c(X(\tau_1), X(\tau_2)), \rho_d(M(\tau_1), M(\tau_2))),$$

这里 $d(x, y)$ 是正定函数; ρ_c, ρ_d 分别是 R^r, Z_+^m 空间的某一度量(基于距离概念,混合系统的李雅普诺夫稳定性的定义参考文献[4]).

考虑周期为 N_h 的典型切换模态, $\delta = M(\tau_0) t_{i1} M(\tau_1) t_{i2} \dots M(\tau_M) [t^{(1)} M^{(1)} t^{(2)} M^{(2)} \dots t^{(N_h)} M^{(N_h)}]^+$ 典型切换模态及相应周期切换轨迹组成的不变集 S_M 记为: $S_M = \{S^{(1)}, S^{(2)}, \dots, S^{(N_h)}\}$.

定理 1. 若在时刻 τ_0 , HD-PN 到达最终周期切换过程 $\{M^{(1)}, M^{(2)}, \dots, M^{(N_h)}\}$, 如果存在李雅普诺夫函数 V 满足

$$\alpha(\rho(S(s), S_M)) \leq V(s, S(s)) \leq \beta(\rho(S(s), S_M)) \quad (2)$$

$$V(\tau', M^{(j)}, x(\tau')) \leq \tilde{g}_j(V(\tau, M^{(j)}, x(\tau))) \quad (3)$$

$$\max_{\tau \leq s \leq \tau'} V(s, M^{(j)}, x(s)) \leq \tilde{f}_j(V(\tau, M^{(j)}, x(\tau))) \quad (4)$$

$$V(\tau(\tau'), M^{(j+1)}, \text{reset}(x(\tau'))) \leq \hat{f}_j(V(\tau', M^{(j)}, x(\tau'))), \tau(\tau') = \tau' \quad (5)$$

这里 α, β 是严格单调增加函数; 在同一模态工作时段内, $x(\tau)$ 是切入新模态后瞬间连续状态, $x(\tau')$ 切出原模态前瞬间连续状态, $\tilde{f}_j, \tilde{g}_j, \hat{f}_j \in C[R^+, R^+]$ 且 $\alpha(0) = \beta(0) = \tilde{g}_j(0) = \hat{f}_j(0) = 0$, 记复合函数 $F = \hat{f}_{N_h} \circ \tilde{g}_{N_h} \circ \dots \circ \hat{f}_2 \circ \tilde{g}_2 \circ \hat{f}_1 \circ \tilde{g}_1$, 如果

$$\|F\| \leq 1 \quad (6)$$

则 HD-PN 关于不变集 S_M 在李雅普诺夫意义下对于初始时间一致稳定.

证明. 任取 $\epsilon > 0$, 由 β 严格单调增加且 $\beta(0) = 0$, 故存在 $\delta_1(\epsilon) > 0$, 使得

$$\beta(\delta_1(\epsilon)) < \alpha(\epsilon) \tag{7}$$

设 $\tau_{0,j}^k, x_{0,j}^k$ 分别是系统轨迹第 k 次到达模态 $M^{(j)}$ 的时间和状态. 因为 $\tilde{f}_j \in C[R^+, R^+]$, 故存在 $\delta^j(\epsilon)$, 只要

$$V(\tau_{0,j}^k, M^{(j)}, x_{0,j}^k) \leq \delta^j(\epsilon), \quad 1 \leq j \leq N_h, \quad 1 \leq k \tag{8}$$

则有 $V(\tau, M^{(j)}, x(\tau)) \leq \beta(\delta_1(\epsilon)), \tau_{0,j}^k \leq \tau \leq \tau_{0,j+1}^k, 1 \leq k$. 由式(2), (7)得 $\alpha(\rho(S(\tau), S_M)) \leq V(\tau, M^j, x(\tau)) \leq \beta(\delta_1(\epsilon)) \leq \alpha(\epsilon)$. 再由 α 严格单增得: $\rho(S(\tau), S_M) \leq \epsilon$. 故定理的证明归结为寻找 $\delta(\epsilon)$, 当 $\rho(S(\tau_0), S_M) \leq \delta(\epsilon)$ 时, 使得(8)式成立.

由于各 $\tilde{g}_j, \hat{f}_j \in C[R^+, R^+]$, 故复合函数 $F_{j+1} = \hat{f}_j \circ \tilde{g}_j \circ \dots \circ \hat{f}_1 \circ \tilde{g}_1$ 皆连续, 且

$$V(\tau_{0,j+1}^1, M^{(j+1)}, x_{0,j+1}^1) \leq F_{j+1}(V(\tau_{0,1}^1, M^{(1)}, x_{0,1}^1)), \quad 1 \leq j \leq N_h - 1 \tag{9}$$

由条件(2), (9), 故存在 $\delta(\epsilon) > 0$, 当 $\rho(S(\tau_0), S_M) \leq \delta(\epsilon)$ 时

$$V(\tau_{0,1}^1, M^{(1)}, x_{0,1}^1) \leq \delta^1(\epsilon), \quad V(\tau_{0,j}^1, M^{(j)}, x_{0,j}^1) \leq \delta^j(\epsilon), \quad 2 \leq j \leq N_h \tag{10}$$

然而, 对任意的 $k > 1$

$$V(\tau_{0,j}^k, M^{(j)}, x_{0,j}^k) \leq F^k(V(\tau_{0,j}^1, M^{(j)}, x_{0,j}^1)) \tag{11}$$

故由式(10), (11)和条件(6)得(8)式成立.

证毕.

引理 1. 在定理 1 的条件下, HD-PN 关于不变集 S_M 是一致有界的.

定理 2. 如果定理 1 中条件成立, 且

$$\|F\| \leq a < 1 \tag{12}$$

则 HD-PN 对于不变集 S_M 在李雅普诺夫意义下关于初始状态一致渐进稳定.

推论 1. 考虑平衡点在原点 O 的 N 个动态系统 \sum_j 组成的切换系统, 动态系统各自对应的李雅普诺夫函数分别为 $V(\tau, M^{(j)}, x(\tau)), 1 \leq j \leq N$. 重新组织定理 1 的条件为 1): 式(4)成立; 2) 式(2), (3), (5), (6)同时成立. 则 HD-PN 在李雅普诺夫意义下一致稳定.

注记 1. 对同样的问题, 文献[1]定理 7 中陈述条件为: ① $V(\tau, M^{(j)}, x(\tau))$ 单减; ② $V(\tau^{k+1}, M^{(j)}, x(\tau^{k+1})) \leq V(\tau^k, M^{(j)}, x(\tau^k))$, τ^k 表示模态第 k 次切入 M_j 的时间. 而推论 1 不要求诸 V_i 单减, 只要求被切入初始点的有界函数界定. 条件 2) 给出了文献[1]中②成立的充分条件. 定理 1, 2 的学术思想以及与文献[1]的区别, 可用图 1 解释.

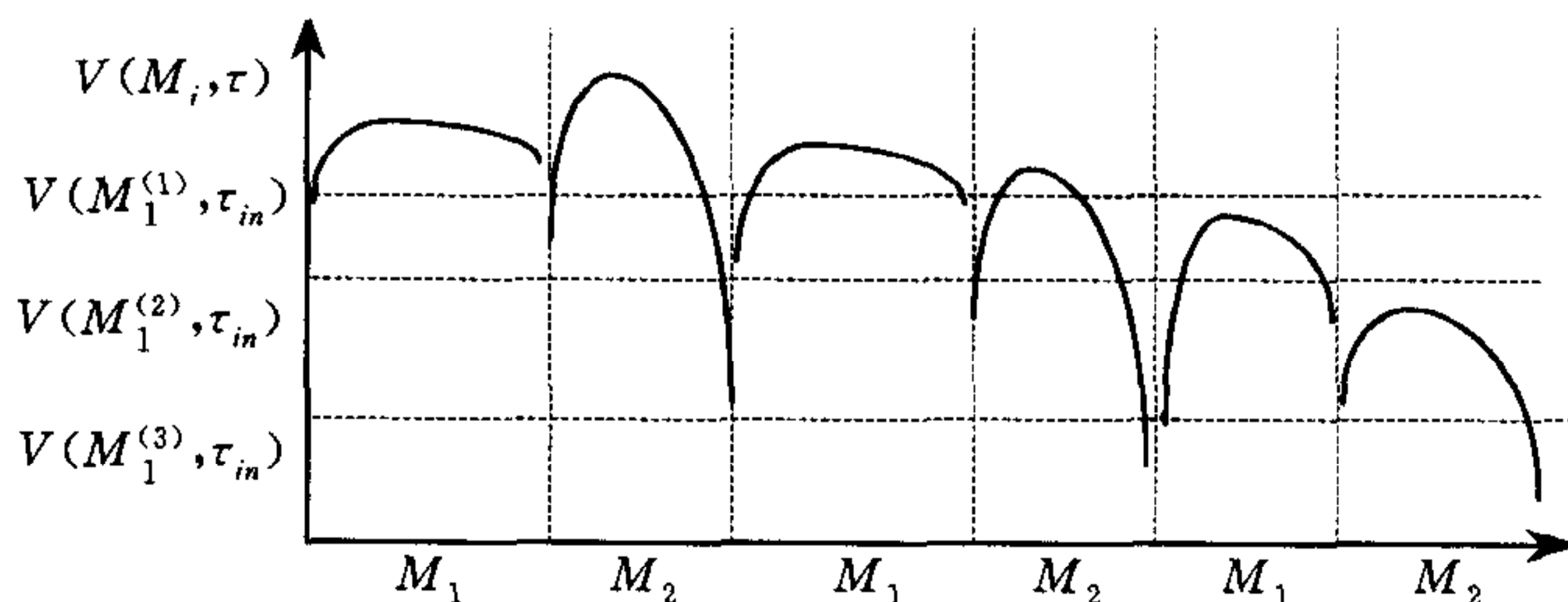


图 1 不要求 V 单减, 但 M_i 模态切入时 $V(M_i^{(k)}, \tau_{in})$ 递减

推论 2. 定理 1 的条件(6)和定理 2 的条件(12)分别强化为

$$\begin{aligned} & \|\hat{f}_{N_h}\| * \|\tilde{g}_{N_h}\| * \dots * \|\hat{f}_2\| * \|\tilde{g}_2\| * \|\hat{f}_1\| * \|\tilde{g}_1\| \leq 1, \\ & \|\hat{f}_{N_h}\| * \|\tilde{g}_{N_h}\| * \dots * \|\hat{f}_2\| * \|\tilde{g}_2\| * \|\hat{f}_1\| * \|\tilde{g}_1\| \leq a < 1. \end{aligned}$$

注记 2. 文献[4]中定理 1 相关条件分别为

$$\begin{aligned} & \|\hat{f}_{N_h}\| * \|\tilde{f}_{N_h}\| * \dots * \|\hat{f}_2\| * \|\tilde{f}_2\| * \|\hat{f}_1\| * \|\tilde{f}_1\| \leq 1, \\ & \|\hat{f}_{N_h}\| * \|\tilde{f}_{N_h}\| * \dots * \|\hat{f}_2\| * \|\tilde{f}_2\| * \|\hat{f}_1\| * \|\tilde{f}_1\| \leq a < 1. \end{aligned}$$

由于 $\|\tilde{g}_j\| \leq \|\tilde{f}_j\|, 1 \leq j \leq N_h$, 显然, 本文条件容易满足.

3 仿真实例

考虑两个线性系统 $M_1: x' = A_1x, M_2: x' = A_2x$ 组成的切换系统的稳定性. 切换边界为直线 $L: y = x \tan \alpha$; 控制规则为在 L 上方采用模态 M_1 , 在下方使用模态 M_2 . 考虑李雅普

诺夫函数 $V(x) = [x_1^2 + x_2^2]^{1/2}$. 若 $A_1 \triangleq \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 1 \\ -\omega_1^2 & -\lambda_1 \end{bmatrix}$,

$A_2 \triangleq \begin{bmatrix} -\lambda_2 & 1 \\ -\omega_2^2 & -\lambda_2 \end{bmatrix}$, $\alpha = \pi/4, \lambda_i > 0, \omega_i > 0$. 则可计算

得 $\|\tilde{f}_i\| = \frac{\sqrt{2}\omega_i}{\sqrt{1+\omega_i^2}} \exp\left[-\lambda_i\left(\frac{3}{4}\pi\right)\right]$, $\|\tilde{g}_i\| =$

$\exp[-\lambda_i\pi]$. 故本文定理 2 中条件(12): $\|F\| =$

$\|\tilde{g}_i\| < 1$ 成立且与 ω_i 无关. 仿真结果见图 2. 而在各个模态段, 李雅普诺夫函数非单减^[1,2], 且文献[4]中

定理 1 中相关条件的成立是有约束的, 如 $\omega_1^2 = \omega_2^2 =$

10, $\lambda_1 = 0.1, \lambda_2 = 0.01$ 即使其不成立.

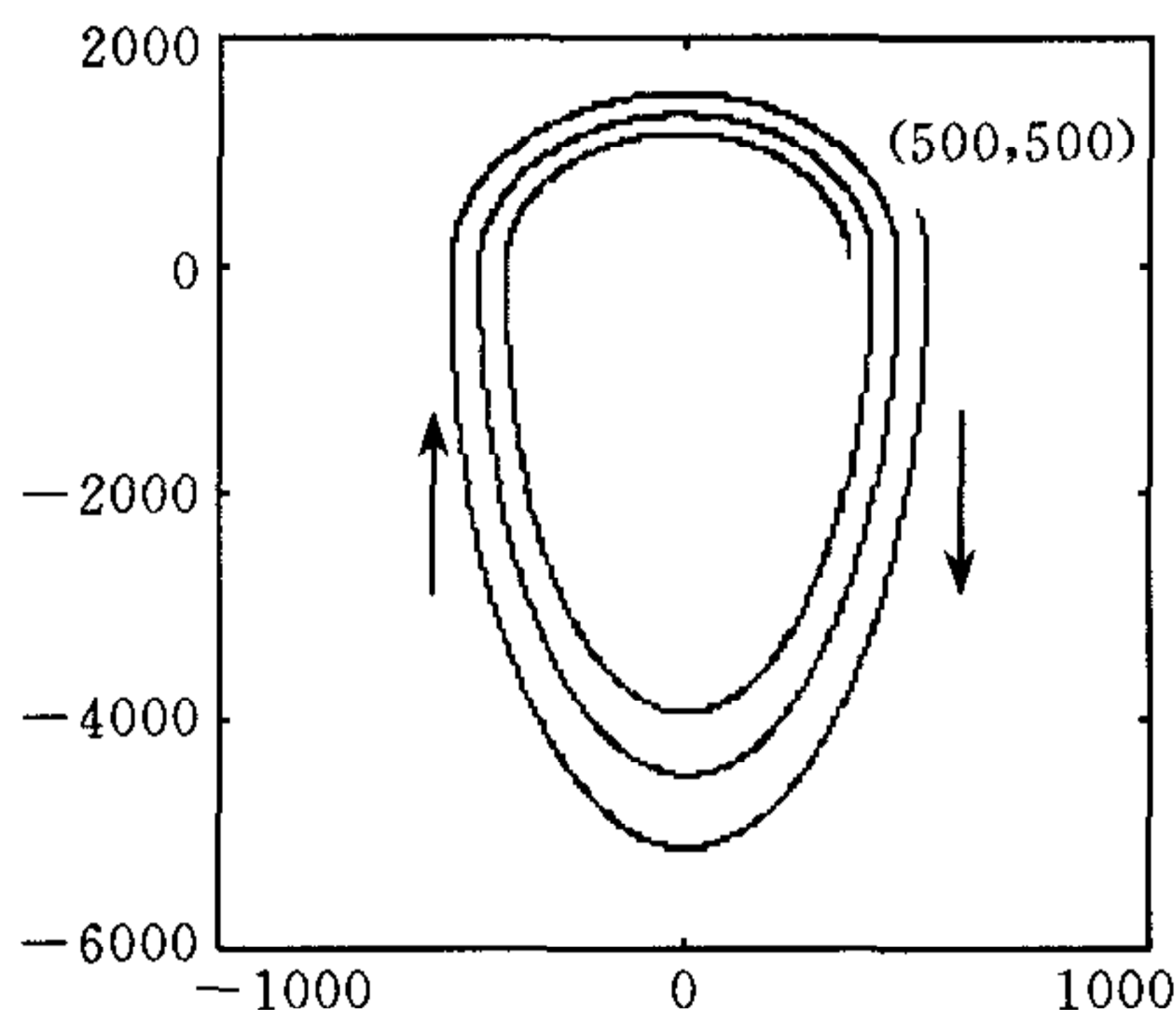


图 2 两个模态系统的稳定切换

参 考 文 献

- 1 Branicky S. Stability of Hybrid Systems; State of Art. In: Proceedings of the 36th CDC, USA; San Diego, 1997. 120~125
- 2 Hui Ye, Michel A N, Ling Hou. Stability theory for hybrid dynamical systems. In: Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control. New Orleans; LA-Dec., 1995. 2679~2684
- 3 Malmberg J, Bernhardsson B, Astrom K J. A stabilizing switching scheme for multicontroller systems. In: Proceedings of the 1996 IFAC World Congress. San Francisco; 1996. 229~234
- 4 Li Zhenguo, Cheong Boon Soh, Xu Xinhe. Stability of hybrid systems. *Int. J. of System Science*, 1997, 28(8):837~846
- 5 杨根科, 曾建潮, 孙国基. 混合控制系统的广义 Petri 网建模与设计. *系统工程理论与实践*, 1998, 18(11):81~86

杨根科 上海交通大学自动化系博士后. 研究方向为制造系统调度、通讯网络控制和供应链管理.

吴智铭 上海交通大学自动化系教授、博士生导师. 研究领域为复杂系统、CIMS、计算机软件技术等.

孙国基 西安交通大学系统工程研究所教授、博士生导师. 研究领域为复杂系统的建模、仿真和控制等.