



一类欠驱动机械系统的模糊与变结构控制¹⁾

赖旭芝 蔡自兴 吴敏

(中南工业大学自动控制工程系 长沙 410083)

(E-mail: xuzhi@mail.csu.edu.cn)

摘要 针对体操机器人这类欠驱动机械系统,提出一种模糊与变结构控制策略.首先用逻辑模糊控制实现快速平滑的摇起;然后用模糊变结构控制确保从摇起区快速进入平衡区;最后用基于 Takagi-Sugeno 模糊模型的模糊控制达到较大范围内的平衡控制.

关键词 欠驱动系统,体操机器人,模糊控制,变结构控制,非完整系统.

FUZZY AND VARIABLE STRUCTURE CONTROL OF A CLASS OF UNDERACTUATED MECHANICAL SYSTEMS

LAI Xu-Zhi CAI Zi-Xing WU Min

(Department of Automatic Control Engineering, Central South University of Technology, Changsha 410083)

(E-mail: xuzhi@mail.csu.edu.cn)

Abstract This paper presents a fuzzy and variable structure control strategy for an acrobot, which is a class of underactuated mechanical systems. First, a fuzzy logic control ensures smooth and fast swing-up control. Then, a fuzzy variable structure control is employed to ensure fast movement when the acrobot passes from the swing-up area into the balance area. Finally, a model-based fuzzy control, which is based on the Takagi-Sugeno fuzzy model, is used to balance it over a large region.

Key words Underactuated mechanical systems, acrobot, fuzzy control, variable structure control, nonholonomic systems.

1 引言

欠驱动机械系统拥有比自由度少的驱动器,它能用少的驱动器完成复杂的任务^[1].本文考虑一个在垂直平面上运动的欠驱动两杆体操机器人,控制目标是使它从垂直向下的稳定平衡点快速平滑地摇到垂直向上的不稳定平衡点,并稳定在这平衡点.它的控制问题已有许

1) 国家自然科学基金和湖南省科研基金资助课题.

多论文作了讨论^[2,3]. 然而, 由于体操机器人是二阶非完整性控制系统, 这些方法很难达到快速平滑的摇起, 实现平衡控制的范围窄, 且难以从摇起控制进入平衡控制.

本文针对体操机器人控制存在的问题提出一种模糊与变结构控制相结合的控制策略. 用逻辑模糊控制器实现快速平滑的摇起控制; 用模糊变结构控制器确保从摇起控制快速进入到平衡控制; 采用基于 Takagi-Sugeno (TS) 模糊模型的模糊控制器达到较大范围内的平衡控制. 平衡控制的稳定性通过寻找一组线性矩阵不等式 (LMI) 的共有对称正定矩阵来保证.

2 体操机器人的模型描述

体操机器人如图 1 所示, 其动力学方程为

$$m_{11}(\mathbf{q})\ddot{q}_1 + m_{12}(\mathbf{q})\ddot{q}_2 + h_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + g_1(\mathbf{q}) = 0, \quad (1)$$

$$m_{21}(\mathbf{q})\ddot{q}_1 + m_{22}(\mathbf{q})\ddot{q}_2 + h_2(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + g_2(\mathbf{q}) = \tau, \quad (2)$$

其中 $\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2]^T$, (3a)

$$m_{11}(\mathbf{q}) = m_1 L_{g1}^2 + I_1 + m_2 L_{g2}^2 + I_2 + m_2 L_1^2 + 2m_2 L_1 L_{g2} \cos q_2, \quad (3b)$$

$$m_{22}(\mathbf{q}) = m_2 L_{g2}^2 + I_2, \quad (3c)$$

$$m_{12}(\mathbf{q}) = m_{21}(\mathbf{q}) = m_2 L_{g2}^2 + I_2 + m_2 L_1 L_{g2} \cos q_2, \quad (3d)$$

$$h_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -m_2 L_1 L_{g2} \dot{q}_2 (2\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2, \quad (3e)$$

$$h_2(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = m_2 L_1 L_{g2} \dot{q}_1^2 \sin q_2, \quad (3f)$$

$$g_1(\mathbf{q}) = -(m_1 L_{g1} + m_2 L_1) g \sin q_1 - m_2 L_{g2} g \sin(q_1 + q_2), \quad (3g)$$

$$g_2(\mathbf{q}) = -m_2 L_{g2} g \sin(q_1 + q_2). \quad (3h)$$

对于连杆 $i (i=1, 2)$, 参数 $q_i, \dot{q}_i, m_i, L_i, L_{gi}$ 和 I_i 分别是角度、角速度、质量、连杆长度、质量中心长度

和惯量. 惯量矩阵 $M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{11}(\mathbf{q}) & m_{12}(\mathbf{q}) \\ m_{21}(\mathbf{q}) & m_{22}(\mathbf{q}) \end{bmatrix}$, 它是对称和正定的.

用两个小的正数 λ_1 和 λ_2 , 把体操机器人的运动空间分为摇起区 $|q_1| > \lambda_1$ or $|q_1 + q_2| > \lambda_2$ 和平衡区 $|q_1| \leq \lambda_1$ and $|q_1 + q_2| \leq \lambda_2$.

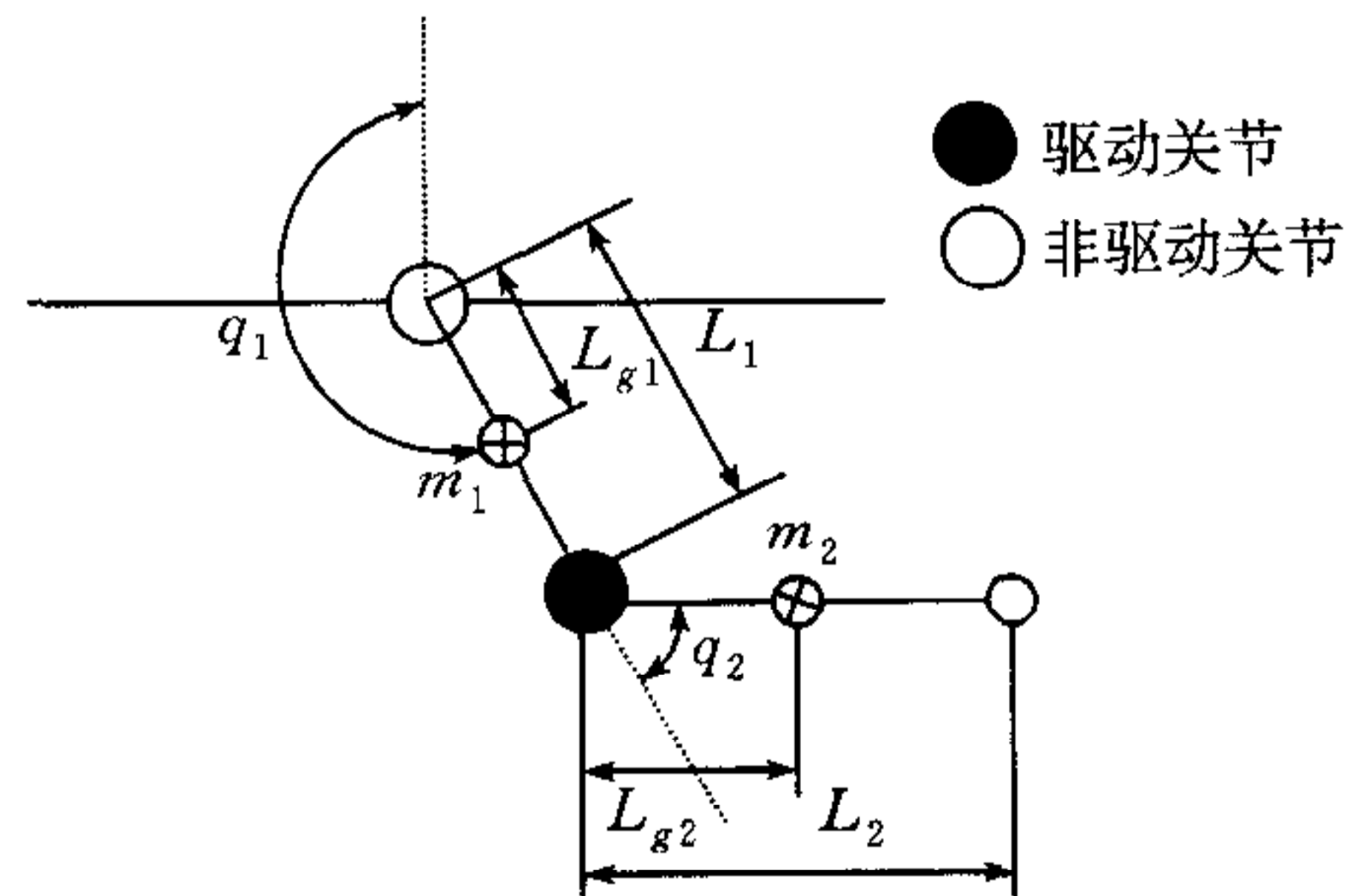


图 1 体操机器人的模型

3 摇起区的控制策略

摇起区的控制分二个阶段. 第一阶段, 设计逻辑模糊控制器达到快速平滑的摇起控制目标; 第二阶段用模糊变结构控制器实现从摇起区到平衡区的快速过渡.

3.1 逻辑模糊控制

第一阶段的控制转矩是基于体操机器人的能量来获得. 能量为

$$E(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + V(\mathbf{q}), \quad (4)$$

其中 $T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}$ 是动能, $V(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^2 V_i(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^2 m_i g h_i(\mathbf{q})$ 是势能, $V_i(\mathbf{q})$ 和 $h_i(\mathbf{q})$ 分

别是第 i 杆的势能和质心高度. 第一阶段, 能量应不断地增加, 因此

$$\dot{E}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \geq 0. \tag{5}$$

根据式(4)可得

$$\dot{E}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{q}_2 \tau. \tag{6}$$

显然, 为满足能量不断增加的不等式条件(5), 控制转矩可选择为

$$\tau = \text{sgn}(\dot{q}_2)v, \quad v \geq 0. \tag{7}$$

为确保体操机器人的平滑摇起, 根据式(7)设计一个逻辑模糊控制器使控制转矩随能量的增加而减小^[3].

3.2 模糊变结构控制

体操机器人的动力学方程(1)和(2)改写为

$$\dot{x}_1 = x_3, \quad \dot{x}_2 = x_4, \tag{8a}, (8b)$$

$$\dot{x}_3 = f_1(\mathbf{x}) + b_1(\mathbf{x})\tau, \quad \dot{x}_4 = f_2(\mathbf{x}) + b_2(\mathbf{x})\tau. \tag{8c}, (8d)$$

上式中 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [q_1 \ q_2 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2]^T$ 为状态向量; $f_1(\mathbf{x}), b_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})$ 和 $b_2(\mathbf{x})$ 为非线性函数. 为实现第二阶段控制目标, 用变结构控制第二杆. 定义滑模函数为

$$s = cx_2 + x_4, \quad c > 0, \tag{9}$$

选择一个李雅普诺夫函数

$$V = 0.5s^2. \tag{10}$$

如果 \dot{V} 是负定的, 第二杆轨迹将朝着滑模平面运动直到滑模函数的状态渐近地收敛于零. 为保证 \dot{V} 是负定的, 可选择控制转矩为

$$\tau = \bar{\tau} - K \text{sat}(sb_2(\mathbf{x})/\Phi), \tag{11}$$

其中 $\text{sat}(\cdot)$ 为饱和函数, $\bar{\tau} = \frac{-cx_4 - f_2(\mathbf{x})}{b_2(\mathbf{x})}$, K 为待定参数, Φ 为边界层的宽度. 把式(11)代入式(6)可得

$$\dot{E}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{q}_2 \bar{\tau} - K \dot{q}_2 \text{sat}(sb_2(\mathbf{x})/\Phi). \tag{12}$$

在摇起过程中, 为维持变结构控制时能量基本不变, 需合理地选择式(12)的 K . 设 $K = k(1+r)$ (其中 $k > 0, -1 < r < 1$), $w = \dot{q}_2 \bar{\tau}$, $y = -\dot{q}_2 \text{sat}(sb_2(\mathbf{x})/\Phi)$, 根据 $y \geq 0$ 和 $y < 0$ 的情况, 设计两个模糊控制器. 模糊控制输入为能量的变化 $e = T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + V(\mathbf{q}) - E$ 和 w , 模糊输出为 γ_x , 输入和输出的隶属函数选择为三角形关系形式, 其中 E 是不稳定平衡点所具有的势能. 模糊控制规则分别如表 1 和表 2 所示, 其中 NB 为负大, NM 为负中, ZR 为零, PM 为正中, PB 为正大. 模糊控制规则可等效为

$$\text{if } e \text{ is } \tilde{F}_e^i \text{ and } w \text{ is } \tilde{F}_w^i, \text{ then } \gamma_x \text{ is } \tilde{F}_{\gamma_x}^i, \quad i = 1, 2, \dots, 25, \tag{13}$$

其中 $\tilde{F}_e^i, \tilde{F}_w^i$ 和 $\tilde{F}_{\gamma_x}^i$ 分别为 e, w 和 γ_x 的模糊子集.

表 1 $y \geq 0$ 的模糊规则

$w \backslash e$	NB	NM	ZR	PM	PB
NB	PB	PB	PB	PM	ZR
NM	PB	PB	PM	ZR	NM
ZR	PB	PM	ZR	NM	NB
PM	PM	ZR	NM	NB	NB
PB	ZR	NM	NB	NB	NB

表 2 $y < 0$ 的模糊规则

$w \backslash e$	NB	NM	ZR	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NM	ZR
NM	NB	NB	NM	ZR	PM
ZR	NB	NM	ZR	PM	PB
PM	NM	ZR	PM	PB	PB
PB	ZR	PM	PB	PB	PB

模糊推理方式采用极大代数积运算. 模糊控制前提条件的合成度为 $\omega_i = \mu_{\tilde{F}_e^i}(e) * \mu_{\tilde{F}_w^i}(w)$, 运用第 i 条规则, 可推出 $\mu_{\tilde{F}_{r_x}^{di}}(r_x) = \omega_i * \mu_{\tilde{F}_{r_x}^i}(r_x)$, 其中 $\mu_{\tilde{F}_e^i}(e)$, $\mu_{\tilde{F}_w^i}(w)$ 和 $\mu_{\tilde{F}_{r_x}^i}(r_x)$ 分别为 \tilde{F}_e^i , \tilde{F}_w^i 和 $\tilde{F}_{r_x}^i$ 的隶属函数, $*$ 表示代数积. 所有的模糊控制规则综合可得模糊控制输出的隶属度为 $\mu_{\tilde{F}_{r_x}}(r_x) = \bigvee_{i=1}^{25} \omega_i * \mu_{\tilde{F}_{r_x}^{di}}(r_x)$. 用加权平均法进行解模糊得变结构控制器的输出 r , 它根据能量的变化调节能量变化率, 实现变结构控制时能量基本维持不变.

4 平衡区的控制策略

设计基于 TS 模型的模糊控制器为平衡控制在比较大的范围内提供更加准确的模型. 设 $z = |q_1/q_2|$, 则确定局部线性模型的模糊控制规则选择为

$$\text{规则 1.} \quad \text{if } z \geq c_1, \text{ then } \dot{x} = A_1 x + B_1 \tau, \quad c_1 > 0; \quad (14a)$$

$$\text{规则 2.} \quad \text{if } z < c_2, \text{ then } \dot{x} = A_2 x + B_2 \tau, \quad c_2 > 0. \quad (14b)$$

根据式(8), 在坐标 $x_\phi = [0 \ \phi \ 0 \ 0]^T$ ($x_\phi = x_\delta$ 或 x_θ) 的线性化方程为

$$\dot{x} = A(\phi)x + B(\phi)\tau, \quad (15a)$$

其中

$$A(\phi) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{31}(\phi) & a_{32}(\phi) & 0 & 0 \\ a_{41}(\phi) & a_{42}(\phi) & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B(\phi) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3(\phi) \\ b_4(\phi) \end{bmatrix}, \quad (15b)$$

$$q(\phi) = [0 \ \phi]^T, \quad (15c)$$

$$\begin{bmatrix} a_{41}(\phi) & -a_{42}(\phi) & b_4(\phi) \\ -a_{31}(\phi) & a_{32}(\phi) & -b_3(\phi) \end{bmatrix} A(\phi) = \frac{M(q_\phi)}{\det M(q_\phi)} \begin{bmatrix} -\beta & \beta & 1 \\ \alpha + \beta & -\beta & 0 \end{bmatrix}, \quad (15d)$$

$$\alpha = -(m_1 L_{g1} + m_2 L_1)g, \quad (15e)$$

$$\beta = -m_2 L_{g2}g. \quad (15f)$$

局部线性模型分别为 $(A_1, B_1) = (A(\delta), B(\delta))$ 和 $(A_2, B_2) = (A(\theta), B(\theta))$. 局部线性系统是能控的^[3]. 用极点配置的方法设计局部线性系统的反馈控制规律 F_1 和 F_2 . 用模糊混合的方法求得全局模糊控制器为

$$\tau = \frac{\sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_j(z) \mu_k(z) (A_j - B_j F_k) x}{\sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_j(z) \mu_k(z)}, \quad (16)$$

其中 $\mu_1(z)$ 和 $\mu_2(z)$ 分别为规则 1 和 2 的隶属函数^[3].

平衡区控制的稳定性充分条件是, 如果存在一个共有的对称正定矩阵 P 满足下面一组线性矩阵不等式, 平衡控制区的闭环系统在平衡区是渐进稳定的^[3].

通过 LMI 方法可判断是否存在一个共有的对称正定矩阵 P 满足式

$$(A_j - B_j F_k)^T P + P(A_j - B_j F_k) < 0, \quad j, k = 1, 2. \quad (17)$$

5 仿真

体操机器人的参数如文献[4]所给, 摇起区和平衡区的参数为 $c=2$, $k=1$, $E=24.5\text{J}$,

$\Phi=15, \lambda_1=\lambda_2=\pi/4(\text{rad/s}), c_1=4, c_2=0.1, \delta=0, \theta_2=\pi/4(\text{rad/s})$. 由这些参数得平衡区的局部线性模型 (A_1, B_1) 和 (A_2, B_2) . 通过选择极点为 $[-2, -2.4, -2.2, -2.6]$ 可得 $F_1 = [-72.56 \quad -24.02 \quad -30.59 \quad -13.76]$, $F_2 = [-134.83 \quad -49.49 \quad -53.99 \quad -24.11]$. 共有的对称正定矩阵 P 可用 LMI 方法求得. 图 2~图 5 显示了在初始条件为 $x = [\pi \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$ 的仿真结果. 当 $0 \leq t < 0.54\text{s}$ 时, 逻辑模糊控制摇起它直到能量为 E ; 当 $0.54\text{s} \leq t < 2.5\text{s}$ 时, 模糊变结构控制器使它快速进入平衡区; 当 $t \geq 2.5\text{s}$ 时, 基于 TS 模型的模糊控制器用于平衡它. 从仿真结果可知系统状态平滑地收敛到了不稳定的平衡点.

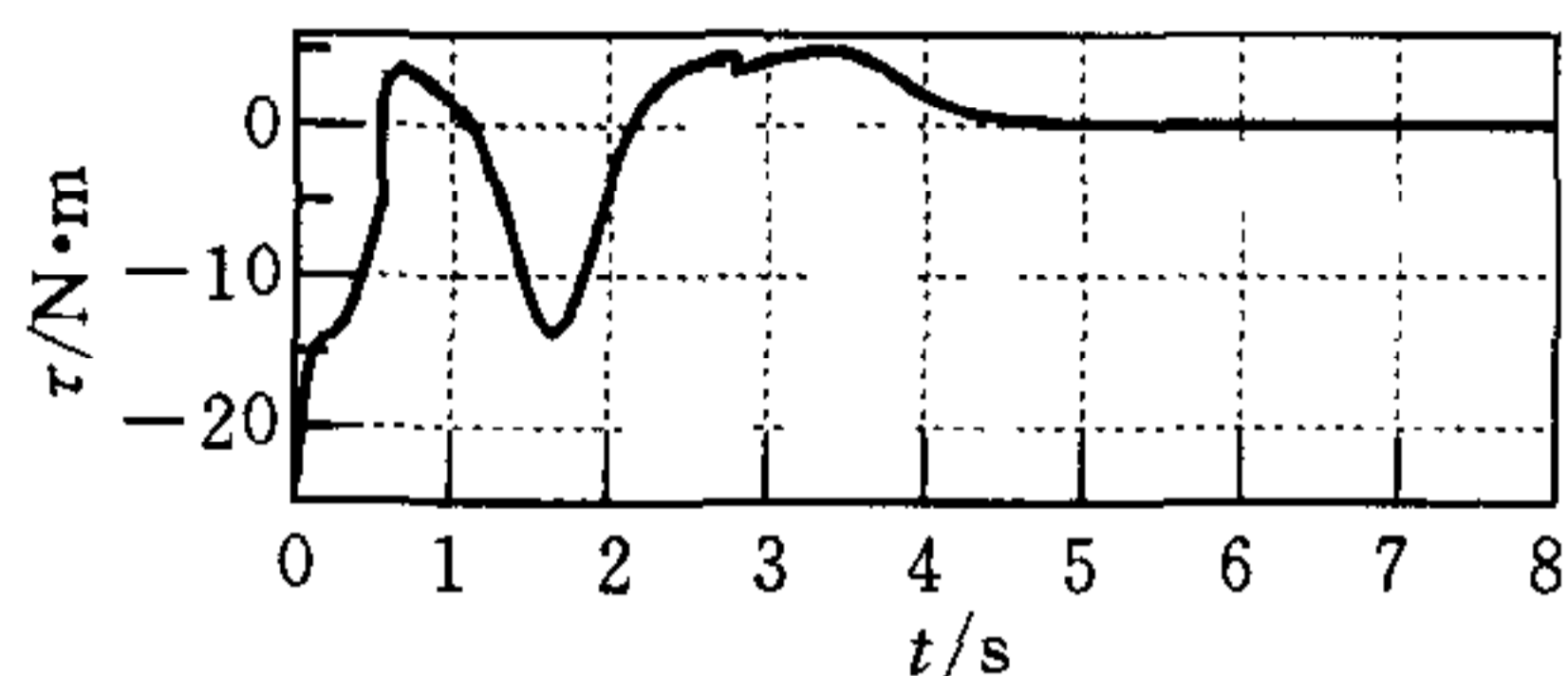


图 2 控制转矩

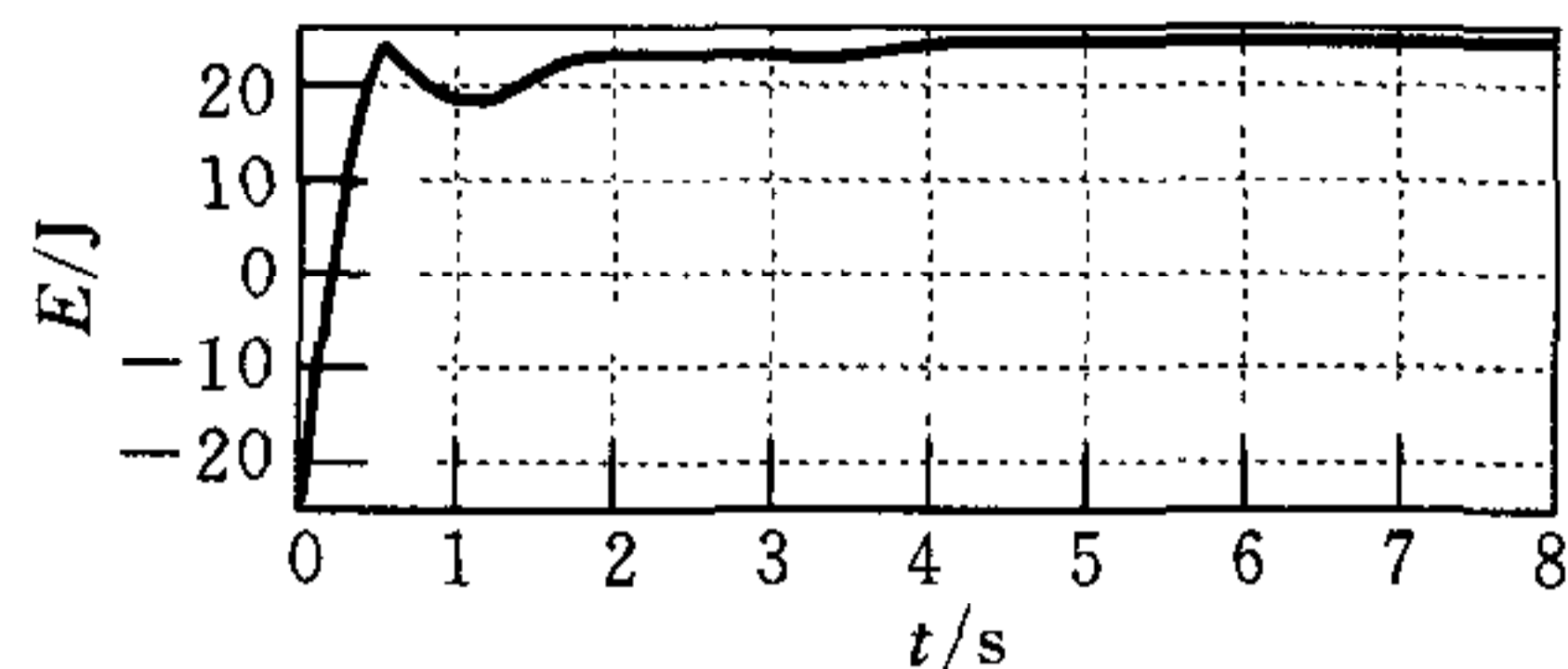


图 3 体操机器人的能量

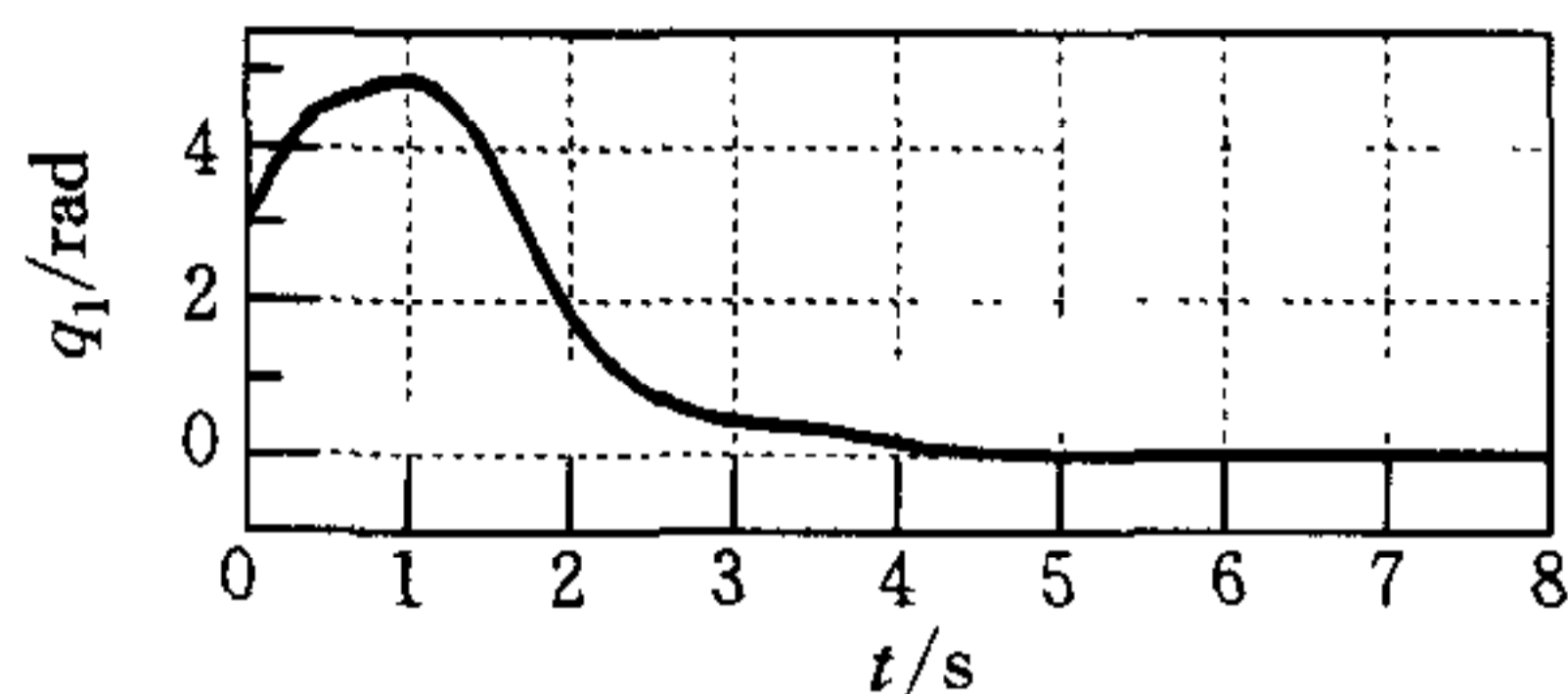


图 4 第一杆角度

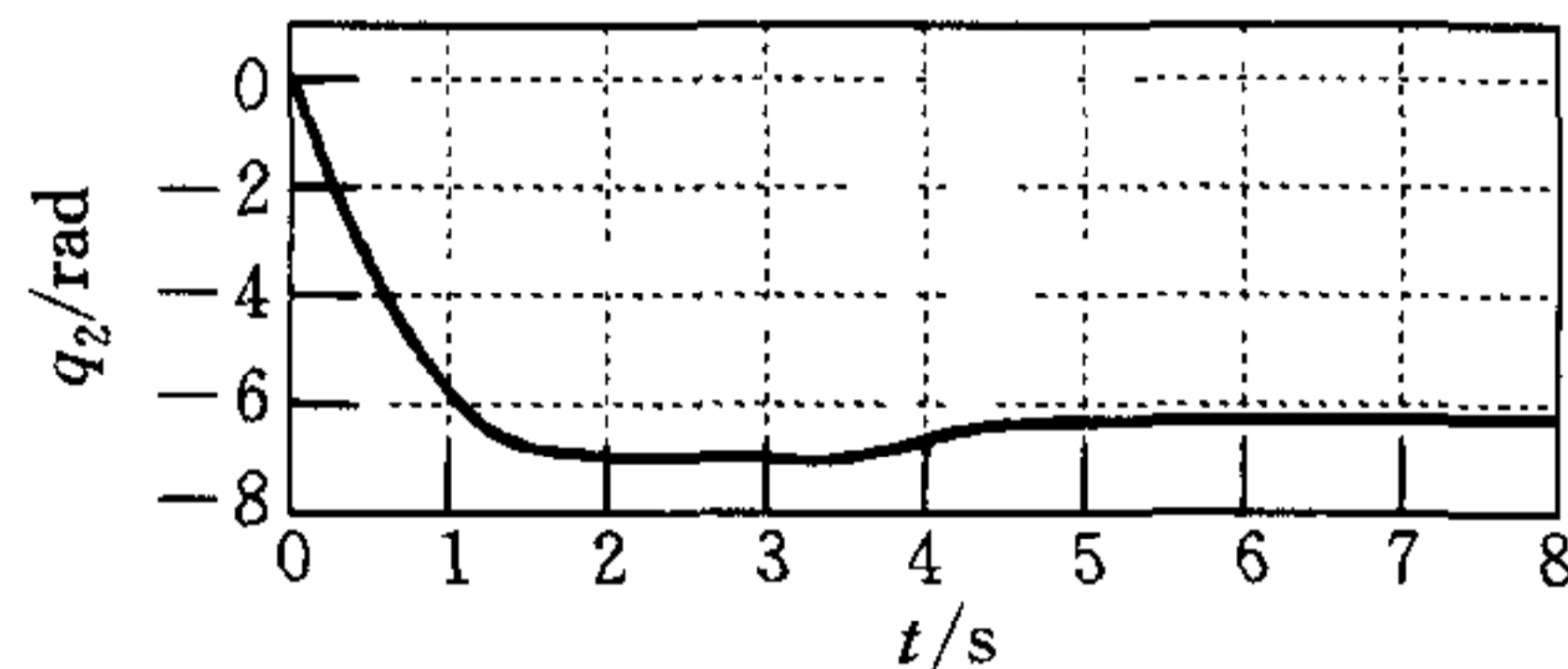


图 5 第二杆角度

6 结论

本文提出了体操机器人的模糊变结构控制策略. 它实现了快速平滑的摇起体操机器人和在较大范围内平衡的控制目标. 解决了从摇起控制区难以进入到平衡控制区的问题. 仿真结果验证了所提方法的有效性.

参 考 文 献

- 1 Oriolo G, Nakamura Y. Control of mechanical systems with second-order nonholonomic constraints; Underactuated manipulators. In: Proc. IEEE Conf. Decision and Control, 1991. 2398~2403
- 2 Spong M W. The swing up control problem for the acrobot. *IEEE Control System Magazine*, 1995, **15**(1):49~55
- 3 Lai X Z, She J H, Cai Z X. Fuzzy control strategy for acrobats combining model-free and model-based control. *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, 1999, **146**(6):505~510

赖旭芝 1966年生,副教授.研究方向为智能控制、机器人控制和非线性控制.

蔡自兴 1938年生,博士生导师.研究方向为智能控制与智能自动化、工业过程神经网络控制等.

吴 敏 见本刊第26卷第2期.