第 27 卷 第 6 期 2001 年 11 月
自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA
Vol. 27, No. 6 Nov., 2001

证据推理的鲁棒性研究[1)]

潘 泉 张山鹰 程咏梅 张洪才
(西北工业大学自动控制系 西安 710072)
(E-mail: syzhang@263.net)

摘 要 在处理不确定信息的方法中，证据推理性能突出、应用广泛，它的鲁棒性分析十分必要. 首先基于证据推理的目的和要求，给出证据推理鲁棒性的定义，并提出冲突率的新概念，以此为尺度对 Dempster 规则、加权分配冲突法和吸收法的鲁棒性进行了深入分析，证明了各方法鲁棒性结果. 仿真结果表明改进的组合规则鲁棒性能得到了明显增强. 最后给出证据推理的一般情形的鲁棒性分析.

关键词 证据推理，冲突率，鲁棒性，信息融合.

SOME RESEARCH ON ROBUSTNESS OF EVIDENCE THEORY

PAN Quan ZHANG Shan-Ying CHENG Yong-Mei ZHANG Hong-Cai
(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)
(E-mail: syzhang@263.net)

Abstract Evidence reasoning has good performance in dealing with uncertain information and has been used in many fields. It is necessary to analyze its robustness. We first give the definition of robustness based on the aim of evidential theory and the define a new concept "conflict rate". Using the sectional conflict rate, we analyze the robust area of Dempster's rule, weigh distribution and absorptive method. Finally, computer simulation indicates that, two new rules are more robust than Dempster's rule. Moreover, we give a robust area of Dempster's rule according to the general identification frame.

Key words Evidence reasoning, conflict rate, robustness, information fusion.

1 引言

在智能研究领域中，处理不确定信息是十分重要的问题. 在不确定推理领域的研究方法中主要有贝叶斯推理、证据推理、模糊逻辑推理以及基于规则的推理. 证据推理适合于在无

1) 国家重点基础研究发展规划、国家自然科学基金和国防预研科学基金资助课题.
收稿日期 1999-04-12 收修改稿日期 2000-03-01

先验信息的融合,而且不确定性的表示、量测和组合方面的优势受到广泛的重视,出现许多研究成果[1]. 证据推理有时会产生与直觉相反的结论,许多文献认为这是组合规则造成的,并加以改进[2~7]. 因为组合规则的鲁棒性的好坏是评价组合规则的可靠依据之一,证据推理的鲁棒性问题十分令人关注,而且在一定变化范围内,高冲突情形可视为低冲突情形的一个鲁棒扰动. 这样,高冲突的不恰当处理就可以转化为低冲突的合理情形处理,这对组合规则的改进有重要意义.

2　Dempster-Shafer 理论框架[1]

证据推理是建立在一个非空有限集合 Θ 上的理论,R 是辨识框架幂集 2^{Θ}中的一个集类,在 R 上定义基本置信指派函数(bba)$m:R\rightarrow[0,1]$,满足

$$\sum_{A\subseteq\Theta} m(A)=1,\quad m(\varnothing)=0. \tag{1}$$

定义 1(Dempster 规则). 假定辨识框架 Θ 上条件独立的两个证据,其焦元分别为 B_i 和 $C_j(i=1,2,\cdots n;\ j=1,2,\cdots,m)$,其基本置信指派函数分别为 m_1 和 m_2,则 Dempster 规则为 $A\subseteq\Theta$

$$m(A)=\begin{cases}\dfrac{\sum\limits_{B_i\cap C_j=A} m_1(B_i)m_2(C_j)}{\sum\limits_{B_i\cap C_j\neq\varnothing} m_1(B_i)m_2(C_j)}, & A\neq\varnothing,\\ 0, & A=\varnothing,\end{cases} \tag{2}$$

矛盾因子

$$Q=\sum_{B_i\cap C_j=\varnothing} m_1(B_i)m_2(C_j). \tag{3}$$

这样,由上面组合规则产生的新基本置信指派函数 m 可构成新的证据体,完成了证据的推理. 另外,我们给出两种改进组合规则.

1) 加权分配冲突法[8]:

$$\begin{aligned} m(A)=&\sum_{B_i\cap C_j=A} m_1(B_i)m_2(C_j)+\\ &\sum_{A\cap B_i=\varnothing,\ A\cap C_j=\varnothing,} w m_1(A)m_2(C_j)+(1-w)m_1(B_i)m_2(A), \end{aligned} \tag{4}$$

其中 $0\leqslant W\leqslant 1, C\subseteq\Theta$.

2) 吸收法[2]:

$$m(A)=\sum_{B_i\cap C_j=A} m_1(B_i)m_2(C_j)+\Delta(A), \tag{5}$$

$$\begin{cases}\Delta(A)=\sum\limits_{B_i\cap C_j=\varnothing} m_1(B_i)m_2(C_j), m_1(B_i)>m_2(C_j)+L,\\ \Delta(A)=\sum\limits_{B_i\cap C_j=\varnothing} m_1(B_i)m_2(C_j), m_1(B_i)<m_2(C_j)-L, \qquad 0<L<1.\\ \Delta(A)=\sum\limits_{B_i\cap C_j=\varnothing} m_1(B_i)m_2(C_j)/2, |m_1(B_i)-m_2(C_j)|\leqslant L,\end{cases} \tag{6}$$

3 鲁棒性问题

一般来说,系统的鲁棒性指的是当输入发生小变化时,其输出将不发生质的变化或能保持输出在允许的(稳定)范围之内变化.同样,在证据推理中,鲁棒性是指当证据焦元的基本信任指派发生小变化时,其组合结果不会发生质的变化,通常也称该组合规则为具有鲁棒性.我们首先定义一个主焦元,它是我们关注的命题焦元,一般指置信度最大的单命题焦元,形如$\{a\}$且$m(\{a\})=\max m(\{a_i\})$.因为证据推理的期望在于增强主焦元的置信度$\Delta Bel>0$,所以我们给出较严格条件下的鲁棒范围的定义.

定义 2(证据推理的鲁棒范围).鲁棒范围指的是在证据基本信任指派受扰动前后,不改变组合结果主焦元置信度的变化趋势ΔBel时,证据焦元的基本信任指派变化的最大范围.

另外,在证据推理中,矛盾因子Q可以表示证据冲突的大小,而不一定能说明两证据命题矛盾与否,在矛盾因子很小时,证据仍然可能是矛盾命题,如:$m_1(a)=0.1$, $m_1(b)=0.2$和$m_2(a)=0.2$, $m_2(b)=0.1$时,其Q值虽为0.05,但证据是矛盾命题.因此,我们引入冲突率的新概念.

定义 3.冲突率是指矛盾因子在产生冲突焦元的基本信任指派中所占的比例.它作为Dempster规则分段处理的一个尺度,冲突率的计算公式为

$$\lambda=\frac{Q}{\sum\limits_{B_i\cap C_j=A,A\neq\varnothing}m_1(A)m_2(A)+Q}. \tag{7}$$

定理 1.假设辨识框架$\Theta=\{a,b,c\}$命题集为$R=\{\{a\},\{b\},\{c\},\{a\ b\},\{b\ c\},\{c\ a\},\Theta\}$,两个证据的基本信任指派函数为$m_1$和$m_2$,则

1) 当$\lambda=0$,$Q=0$,即矛盾因子为零,两证据没有冲突;

2) 当$0<\lambda\leqslant 0.5$,两证据的冲突不影响结果命题,Dempster规则组合结果使原主焦元的基本信任指派增加;

3) 当$0.5<\lambda<1$,两证据为相互矛盾命题(如$m_1(a)>m_1(b)$和$m_2(a)<m_2(b)$矛盾);

4) 当$\lambda=1$,两证据为完全矛盾命题,此时不能用Dempster规则进行组合(如$m_1(a)=0.9$, $m_1(b)=0.1$和$m_2(c)=0.3$, $m_2(d)=0.7$).

由定理1可以看出,用冲突率可把Dempster规则做逐段分析,每段都有特殊的性质,Dempster规则对1),2)情况的处理基本合理,而对3),4)情况的处理不是十分合理.因为3),4)两种情况可以视为2)的扰动情况,所以下面分析各规则的鲁棒性时,重点分析当$\lambda\leqslant 0.5$时的鲁棒性.假设得到3),4)的某些情况包含在2)的鲁棒范围内,就可以把Dempster规则处理不十分恰当的情况($\lambda>0.5$)按它适用的情况($\lambda\leqslant 0.5$)处理,使之合理化.因为吸收法和加权分配冲突法有较大的鲁棒范围,则假设可以成立.

定理 2.假设辨识框架$\Theta=\{a,b\}$,命题集为$R=\{\{a\},\{b\},\Theta\}$,两个证据的基本信任指派分别为m_1和m_2;又设m_1为确定函数,且$\{a\}$为证据1的主焦元,即$m_1(a)>m_1(b)$,若扰动为δ,证据2的基本信任指派变为$m_2(a)-\delta$和$m_2(b)+\delta$,Dempster规则的鲁棒范围是

1) 当$\lambda=0$, 鲁棒范围$\delta\in[-m_2(b),\ m_2(a)]$;

2) 当$0<\lambda\leqslant 0.5$, 鲁棒范围

$\delta\in[-m_2(b),(m_2(a)-Q)/(1+m_1(a)-m_1(b))]$;

3) 当 $0.5<\lambda<1$，　鲁棒范围

$\delta\in[-m_2(b),\ (Q-(m_2(a))/(1+m_1(a)-m_1(b))]$;

4) 当 $\lambda=1$，　鲁棒范围 $\delta=0$.

定理 3. 假设辨识框架 $\Theta=\{a,b\}$，命题集为 $R=\{\{a\},\{b\},\Theta\}$，两个证据的基本信任指派函数为 m_1 和 m_2；又设 m_1 为确定函数，且 $\{a\}$ 为证据 1 的主焦元，即 $m_1(a)>m_1(b)$，$m_1(a)>0.5$，若扰动为 δ，证据 2 的基本信任指派变为 $m_2(a)-\delta$ 和 $m_2(b)+\delta$，吸收法的鲁棒范围是

1) 当 $\lambda=0$，　鲁棒范围 $\delta\in[-m_2(b),\ m_2(a)]$;

2) 当 $0<\lambda\leqslant 0.5$，　鲁棒范围 $\delta\in[-m_2(b),\min\{(m_1(a)-m_2(b)),m_2(a)\}]$;

3) 当 $0.5<\lambda\leqslant 1$，　鲁棒范围 $\delta\in[(m_1(a)-m_2(b)),m_2(a)]$.

定理 3 表明了在 $\lambda\leqslant 0.5$ 时吸收法比 Dempster 规则有较强的鲁棒性，尤其在 $m_1(a)>m_2(b)+m_2(a)$ 的情况下，它的鲁棒范围达到最大.

定理 4. 假设辨识框架 $\Theta=\{a,b\}$，命题集为 $R=\{\{a\},\{b\},\Theta\}$，两个证据的基本信任指派为 m_1 和 m_2；又设 m_1 为确定函数，且 $\{a\}$ 为证据 1 的主焦元，即 $m_1(a)>m_1(b)$. 若扰动为 δ，证据 2 的基本信任指派变为 $m_2(a)-\delta$，$m_2(b)+\delta$. 加权分配冲突法的鲁棒范围是一个随比例系数 w 变化的区间

1) 当 $\lambda=0$，鲁棒范围 $\delta\in[-m_2(b),\ m_2(a)]$;

2) 当 $0<\lambda\leqslant 0.5$，鲁棒范围为

$\delta\in[-m_2(b),\{(m_1(\Theta)m_2(a)+w(m_1(a)m_2(b)-m_2(a)m_1(b))\}/\{w+(1-W)m_1(\Theta)\}]$;

3) 当 $0.5<\lambda\leqslant 1$，鲁棒范围为

$\delta[\{(m_1(\Theta)m_2(a)+w(m_1(a)m_2(b)-m_2(a)m_1(b))\}/\{w+(1-w)m_1(\Theta)\},m_2(a)]$.

定理 4 表明了加权分配冲突法的鲁棒性与比例系数 w 有关，尤其在 $w=0$ 的情况下，它的鲁棒范围达到最大，所以可以根据对证据的鲁棒范围的要求来确定比例系数 w.

综上所述，Dempster 规则适用于无冲突或低冲突情况下的组合证据，它能够有效增加命题的置信度；在冲突过大时，吸收法有较强的鲁棒性，保持置信度大的命题的基本信任指派. 加权分配冲突法的结果随加权的权值的变化而变化，这符合实际情况，它的鲁棒性随比例系数 w 的变化而变化，特别是，当权值为 0 或 1 时，其性能保证一个证据的信息不减少，它的鲁棒性更强.

4　N 个元素辨识框架下的鲁棒问题

在二元素的辨识框架中，冲突率能够较好地对 Dempster 规则进行分段分析，但由于它仅考虑焦元的纯信息 $(m_1(A)m_2(A))$ 与矛盾因子 Q 的大小，故它不适于对 N 个元素辨识框架下的 Dempster 规则进行分段分析，所以需要对冲突率重新定义.

定义 4. 冲突率是作为 Dempster 规则分段处理的一个尺度，A 为两证据 $\{A,B\}$ 的主焦元，q_i 为公共函数，冲突率的计算公式为

$$\lambda=\frac{Q(1-m_1(A))}{\sum\limits_{A\cap B=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)(1-q_2(B))+Q(1-m_1(A))}. \tag{8}$$

定理 5. 假设辨识框架 $\Theta=\{a_i|i=1,\cdots,N\}$，命题集为 $\boldsymbol{U}=\{(a_i|i=1,\cdots,N),(a_j,\ a_k|j,$

$k=1,\cdots,N$ 且 $j\neq k)$，$(a_l,a_m,a_n|l,m,n=1,\cdots,N$ 且 $l\neq m\neq n\neq l),\cdots,\Theta\}$，两个证据的基本信任指派函数为 m_1 和 m_2，A 为证据 1 的主焦元，则

1) $\lambda=0$，则 $Q=0$，组合结果合理，即主焦元的置信度变化 $\Delta Bel(A)>0$；

2) $\lambda\leqslant 1/2$ 是 $\Delta Bel(A)\geqslant 0$ 成立的充要条件；

3) $\lambda>1/2$ 是 $\Delta Bel(A)<0$ 成立的充要条件.

定理 5 说明了新定义的冲突率可以有效地分析 Dempster 的组合规则的分段性能，为鲁棒性分析提供有利的判据.

定理 6. 假设辨识框架 $\Theta=\{a_i|i=1,\cdots,N\}$，命题集为 $\boldsymbol{U}=\{(a_i|i=1,\cdots,N),(a_j,a_k|j,k=1,\cdots,N$ 且 $j\neq k)$，$(a_l,a_m,a_n|l,m,n=1,\cdots,N$ 且 $l\neq m\neq n\neq l),\cdots,\Theta\}$，两个证据的基本信任指派函数为 m_1 和 m_2，又设证据 1 未受干扰，即 m_1 为确定函数，且 A 为证据 1 的主焦元；证据 2 受到的扰动为 δ_i，$i=1,\cdots,2^N-1$ 为命题的序号，且 $\delta_i=(-1)^{i-1}\delta$，$\delta_{2^n-1}=0$，故，$\sum_i\delta_i=0$，则

1) 当 $\lambda\leqslant 1/2$，Dempster 规则鲁棒范围

$$|\delta|<\frac{\sum\limits_{A\cap B=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)(1-q_2(B))-Q(1-m_1(A))}{|(m_1(A)\sum\limits_{\varnothing\neq B\subset\Theta}\sum\limits_{C_i\subseteq B}-\sum\limits_{\Theta\neq B\supseteq A}\sum\limits_{C_i\subseteq B}((-1)^{|B|+i}q_1(B))|};$$

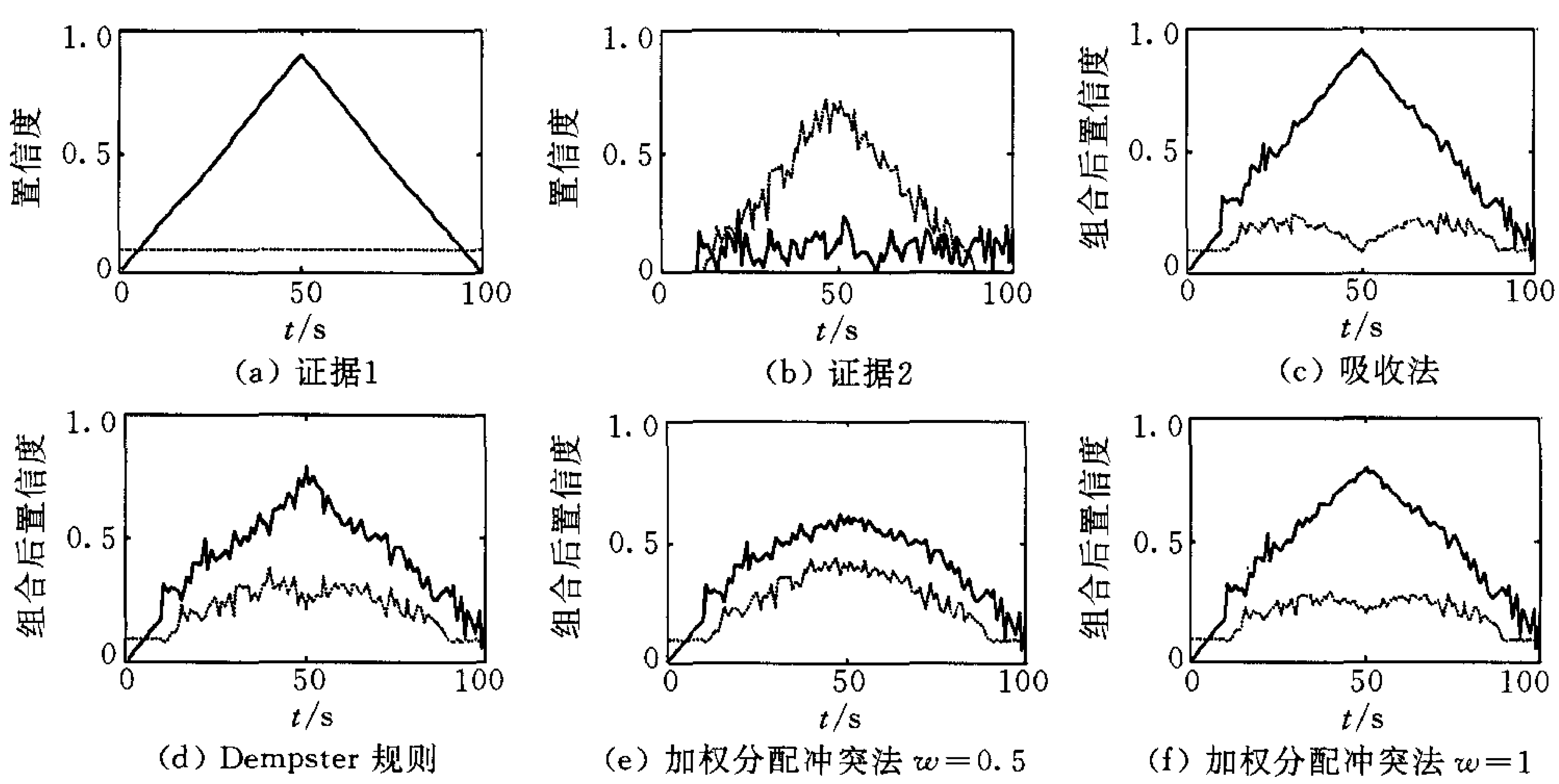
2) 当 $\lambda>1/2$，Dempster 规则鲁棒范围

$$|\delta|<\frac{Q(1-m_1(A))-\sum\limits_{A\cap B=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)(1-q_2(B))}{|(m_1(A)\sum\limits_{\varnothing\neq B\subset\Theta}\sum\limits_{C_i\subseteq B}-\sum\limits_{\Theta\neq B\supseteq A}\sum\limits_{C_i\subseteq B}((-1)^{|B_i|+i}q_1(B))|}.$$

定理 6 给出 Dempster 规则的一般鲁棒范围，容易验证当辨识框架为两元素时，其结果与定理 2 相同.

5 数字仿真

图 1 是对证据 1 和 2 的时间序列的组合，证据 1 是一个焦元的置信度先增后减的过程，证



(a) 证据1 (b) 证据2 (c) 吸收法

(d) Dempster 规则 (e) 加权分配冲突法 $w=0.5$ (f) 加权分配冲突法 $w=1$

图 1 各组合结果(—焦元 a；····焦元 b)

据 2 是一个在噪声干扰下与证据 1 有 A 矛盾的过程. 图中吸收法的结果不但较好地保持了证据 1 的信息,而且置信度的增长比其他规则大,这样一来吸收法保持了强置信度证据的鲁棒性;Dempster 组合结果受干扰的影响很大;加权分配冲突法随着 w 的变大,其结果受干扰的影响变小,当 $w=1$ 时,保持了证据 1 的信息.

图 2 的结果表明两个矛盾证据虽然矛盾,但证据 2 的扰动在吸收法以及加权分配冲突法($w=1$)的鲁棒范围($\lambda\leqslant 0.5$)内,组合结果大于 0.8;而它不在 Dempster 规则和加权分配冲突法($w=0.5$)的鲁棒范围($\lambda\leqslant 0.5$)内,组合结果不是全部大于 0.8. 另外,吸收法和加权分配冲突法把基本信任指派的变化范围大大地压缩了,吸收法由 0.23 降为 0.05,加权分配冲突法由 0.23 降为 0.02. 这样就减弱了扰动对证据组合的影响.

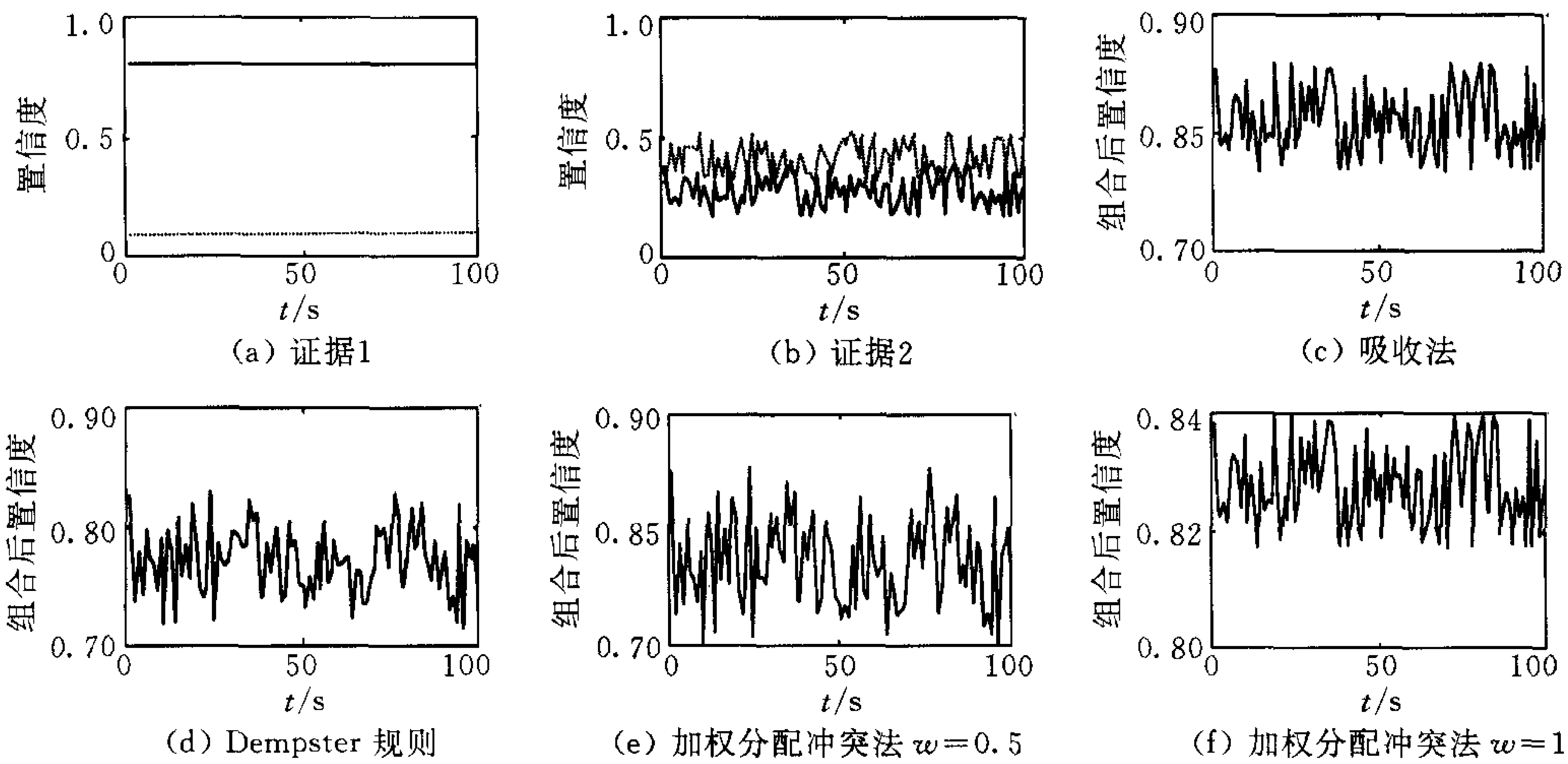


图 2　各种方法的鲁棒性比较(—焦元 a;····焦元 b)

6　结论

本文首先基于证据推理的目的和要求,给出证据推理鲁棒性的概念,并且提出冲突率的新概念及算式,以此为尺度对 Dempster 规则进行分段研究,分别对三种组合公式的鲁棒性进行深入的研究,分析并证明了各方法的鲁棒性结果. 结果表明新的证据推理组合规则不但在鲁棒性方面的性能都有明显改进,而且有减弱证据基本信任指派扰动影响的性能. 最后,将冲突率的算式和 Dempster 规则的鲁棒范围推广到一般情形. 可以看出,证据推理不能象控制器一样通过调节参数或设计反馈来增大鲁棒范围,因此要改善证据推理的鲁棒性能,必须通过其他途径. 不同的组合规则的鲁棒性不同,合理地改进组合规则对证据推理鲁棒性能进行改善,将成为组合规则的合理性分析方法之一.

参 考 文 献

1　戴冠中,潘泉,张山鹰,张洪才. 证据推理及其存在的问题. 控制理论与应用, 1999, **16**(4):465～469

2　张鹰山,潘泉,张洪才. 一种新的证据推理组合规则. 控制与决策, 2000, **15**(5):540～544

3　Yager R R. On the dempster-shafer framework and new combination rules. *Inf. System*, 1989, **41**(2):93～137

4　Horiuchi Takahiko. A new theory of evidence for nonexclusive elementary proposition. *International Journal of Sys-*

tem Science, 1996, **27**(10):989～994

5 Horiuchi Takahiko. Decision rule for pattern classification by integrating interval feature values. *Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1998, **20**(4):440～447

6 Inagki Toshiyuki. Interdependence between safety-control policy and multiple-sensor schemes via Dempster-Shafer theory. *IEEE Trans. Reliability*, 1991, **40**(2):182～189

7 Glenn Shafer, Roger Logan. Implementing Dempster's rule for hierarchical evidence. *Artificial Intelligent*, 1987, **33**(2):271～298

8 张山鹰. 证据推理及其在目标识别中的应用[学位论文]. 西北工业大学, 1999

附 录

定理 1～4 的证明参见文献[8],为了表示的方便给出相关公式[6,7],其中$|\cdot|$是指集合的元素个数.

1) $m(A)=\sum_{B\supseteq A}(-1)^{|B-A|}q(B)$,

2) $Pl(A)=\sum_{\varnothing\neq B\subseteq A}(-1)^{|B|+1}q(B)$,

3) $K=\sum_{\varnothing\neq B\subseteq \Theta}(-1)^{|B|+1}q_1(B)q_2(B)$,

4) $q(A)=q_1(A)q_2(A)/K$.

定理 5 的证明.

1) $\lambda=0$,显然 $Q=0$.

2) $\Delta Bel(A)=\Delta m(A)=m(A)-m_1(A)$.

由公式(1)和$|A|=1$得,$\Delta Bel(A)=\sum_{B\supseteq A}(-1)^{|B|+1}q(B)-\sum_{B\supseteq A}(-1)^{|B|+1}q_1(B)$,由公式(4)得

$$\Delta Bel(A)=\sum_{B\supseteq A}(-1)^{|B|+1}q_1(B)q_2(B)/K-\sum_{B\supseteq A}(-1)^{|B|+1}q_1(B),$$

$$K\Delta Bel(A)=\sum_{B\supseteq A}(-1)^{|B|+1}q_1(B)q_2(B)-K-\sum_{B\supseteq A}(-1)^{|B|+1}q_1(B),$$

由公式(3)得

$$K\Delta Bel(A)=K-\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)q_2(B)-K\sum_{B\supseteq A}(-1)^{|B|+1}q_1(B),$$

由公式(2)和 $pl_1(\Theta)=1$ 得

$$K\Delta Bel(A)=K\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)-\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)q_2(B).$$

若 $\Delta Bel(A)\geqslant 0$,则

$$K\geqslant\frac{\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)q_2(B)}{\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)},\quad Q\leqslant\frac{\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)[1-q_2(B)]}{\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)},$$

$$\lambda=\frac{Q[1-m_1(A)]}{\sum_{A\cap B=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)[1-q_2(B)]+Q[1-m_1(A)]}\leqslant 0.5.$$

所以,$\lambda\leqslant 0.5\Leftrightarrow\Delta Bel(A)\geqslant 0$.

3) 同理可证 $\lambda>0.5\Leftrightarrow\Delta Bel(A)<0$. 证毕.

定理 6 的证明.

1) 当 $\lambda\leqslant 0.5$,由定理 5 得 $\Delta Bel(A)\geqslant 0$,

由定理 5 证明中

$$K\Delta Bel(A)=K\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)-\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)q_2(B),$$

$$K\Delta Bel(A)=K(1-m_1(A))-\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)q_2(B),$$

由公式(3)和定义 2，在扰动后，$K\Delta Bel'(A)\geqslant 0$ 仍成立，则

$$(1-m_1(A))\sum_{B\subseteq\Theta}(-1)^{|B|+1}q_1(B)[q_2(B)+\delta_B]-\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)[q_2(B)+\delta_B]>0,$$

$$\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)\delta_B-(1-m_1(A))\sum_{B\subseteq\Theta}(-1)^{|B|+1}q_1(B)\delta_B<$$
$$(1-m_1(A))\sum_{B\supseteq\Theta}(-1)^{|B|+1}q_1(B)q_2(B)-\sum_{B\cap A=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)q_2(B).$$

由于 δ_B 为 q_B 的扰动，$\delta_B=\sum_{C_i\supseteq B}\delta_i=\sum_{C_i\supseteq B}(-1)^i\delta, \delta_\Theta=0$，

$$|\delta|<\frac{\sum_{A\cap B=\varnothing}(-1)^{|B|+1}q_1(B)(1-q_2(B))-Q(1-m_1(A))}{\left|m_1(A)\sum_{\varnothing\neq B\subset\Theta}\sum_{C_i\supseteq B}(-1)^{|B|+1}q_1(B)-\sum_{\Theta\neq B\supseteq A}\sum_{C_i\subseteq B}(-1)^{|B|+1}q_1(B)\right|}.$$

2) 同理可得.　　　　证毕.

潘　泉　1961 年生，教授，博士生导师，西北工业大学目标识别跟踪与信息融合研究所所长，研究生院副院长. 主要研究方向为动态系统的建模、估计与控制、信息融合、多目标跟踪、现代信号处理 C^3I、信息战、模式识别与智能技术.

张山鹰　1973 年生，1999 年获西北工业大学工科硕士学位，现为英国 Manchester 大学博士研究生. 主要研究方向为智能推理理论及应用、信息融合、信号处理和智能控制.

程咏梅　1960 年生，西北工业大学自动控制系副教授. 主要研究方向为被动式跟踪、信息融合、随机控制.

张洪才　1938 年生，教授，博士生导师，西北工业大学目标跟踪研究中心主任. 主要研究方向为估计理论、系统辨识、随机控制.

(上接第 790 页)

刘玉生　达飞鹏　员　超　年晓红　祁国宁　毕树生　阮荣耀　邢科义　李士勇　李　华
李晓理　李晓明　李士勇　李承象　李科杰　李开生　李永明　李清远　李　实　李洪兴
李　勇　李人厚　李介谷　李友善　李少远　李训经　李伯虎　李嗣福　李春文　李清泉
李泉林　李祖枢　李衍达　李德毅　束洪春　汪定伟　杜利民　肖德云　肖雁鸿　肖文栋
苏宏业　苏剑波　邵惠鹤　邵世煌　邵　诚　陈　珂　陈万义　陈来九　陈伯时　陈宗基
陈　杰　陈永义　陈禹六　陈翰馥　陈荣秋　陈翰林　陈卫田　陈秋双　陈振宇　陈增强
陈彭年　陈善本　陈国良　陈阳舟　陈卫东　陈树中　陈亚陵　陈金水　陈　悦　孟庆春
陆维明　陆　震　陆国平　吴　捷　吴　雅　吴　刚　吴　麒　吴立德　吴哲辉　吴成柯
吴沧浦　吴铁军　吴淮宁　吴宏鑫　吴智铭　吴　敏　吴镇伟　吴福朝　严洪森　严星刚
杨保民　杨　毅　杨士元　杨　杰　杨煜普　杨成梧　杨富文　杨　扬　杨家本　杨国武
杨绿溪　何克忠　何英姿　何　桢　何新贵　何　清　何　军　余群明　余跃庆　余达太
宋笔锋　宋文忠　宋士斌　宋　苏　沈　理　佟绍成　应明生　张纪峰　张福恩　张承福
张宇河　张桂林　张最良　张贤达　张　铃　张艳霞　张学工　张春田　张天序　张　霖
张立明　张国臣　张田文　张金水　张乃尧　张元林　张化光　张天平　张长水　张庆灵
张　钹　张　彭　张良起　张申生　张洪钺　张恭清　张鸿宾　张嗣瀛　张玉茹　张绪定
张进元　卓　晴　季　梁　岳　东　岳　红　周东华　周　智　周　杰　周景振　周源泉

(下转第 840 页)