

基于观测器的具有反馈增益变化的 广义系统 H_∞ 控制¹⁾

陈跃鹏 张庆灵 翟丁

(东北大学理学院 沈阳 110004)

(E-mail: qlzhang@mail.neu.edu.cn)

摘要 介绍了一类广义系统 H_∞ 控制器的设计过程. 通过设计基于观测器的具有反馈增益变化的广义控制器, 借助于带有广义约束的广义代数 Riccati 不等式(GARI), 给出闭环广义系统容许且传递函数的 H_∞ 范数有界的充要条件. 通过解带有广义约束的 GARI 得到该控制器的设计方法, 并且控制器的参数矩阵只需使观测器容许.

关键词 广义系统 H_∞ 控制, 反馈增益变化, GARI.

中图分类号 TP13

H_∞ Control Based on Observer with Additive Feedback Gain Variations for Descriptor Systems

CHEN Yue-Peng ZHANG Qing-Ling ZHAI Ding

(College of Science Northeastern University, Shenyang 110004)

(E-mail: qlzhang@mail.neu.edu.cn)

Abstract This paper introduces the procedure for the design of H_∞ controller for a certain class of descriptor systems. A controller with additive feedback gain variations based on an observer is designed. Then a sufficient and necessary condition is given through GARI with generalized constraint such that the resulting closed-loop descriptor systems are admissible and of H_∞ performance. The design method of the controller may be obtained by solving GARI with generalized constraint. The parameter of the controller meets the condition that the observer is admissible.

Key words Descriptor systems H_∞ control, feedback gain variations, GARI

1 引言

广义系统的 H_∞ 控制问题始于 20 世纪 90 年代^[1~3], 是一种现代控制思想. 它的发展

1) 教育部骨干教师基金和辽宁省普通高校学科带头人基金(124210)资助

Supported by Key Teacher Research Grant by the National Ministry of Education and General University Subject Director Foundation of Liaoning Province(124210)

收稿日期 2002-12-27 收修改稿日期 2003-06-30

Received December 27, 2002; in revised form June 30, 2003

较正常系统晚. 过去, 人们设计广义系统的控制器时, 大多假设系统具有不确定结构^[4,5], 而控制器能准确给出, 即很少考虑控制器的不确定性. 最近, Keel 和 Bhattacharyya 在文献 [6] 中指出, 当控制器参数存在摄动时, 传统的鲁棒控制方法表现出高度的脆弱性. 对于广义系统, 文献 [7] 给出状态反馈下的广义区间系统的弹性保成本控制. 本文通过设计基于观测器的具有反馈增益变化的广义控制器, 得到闭环广义系统容许且闭环传递函数 H_∞ 范数有界的充要条件.

2 问题的提出

考虑广义系统

$$\begin{aligned} E\dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w \end{aligned} \quad (1)$$

上式中 $x \in R^n$ 是系统的状态; $w \in R^r$ 是干扰输入; $u \in R^m$ 是控制输入; $z \in R^s$ 是受控输出; $E, A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{12}, D_{21}$ 是具有适当维数的矩阵. 假设:

A1) (E, A, C_2) 能检测并且脉冲能控脉冲能观; A2) 矩阵 D_{12} 列满秩.

设计广义控制器^[8,9]

$$\begin{aligned} E\dot{\xi} &= A\xi + B_1 w + B_2 u - L(y - D_{21} w - C_2 \xi) \\ u &= (K + \Delta K)\xi \end{aligned} \quad (2)$$

这里 L 是观测器增益矩阵, K 是广义控制器反馈增益矩阵, ΔK 是范数有界时变的控制器反馈增益矩阵且满足

$$\Delta K = HF(t)G, \quad F^T(t)F(t) \leq \rho I \quad (3)$$

其中 H, G 是具有适当维数的常矩阵, $\rho > 0$ 是常数.

注 1. 当广义系统(1)无脉冲时, 由文献 [10] 可知, 广义控制器(2)等价于一个正常控制器. 又由文献 [9], 如果广义系统(1)真能控且真能观, 即能检测并且脉冲能控脉冲能观, 控制器(2)等价于一个正常控制器.

令 $x_e = \begin{bmatrix} I & I \\ 0 & I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix}$, 于是由式(1)和式(2)所构成的闭环广义系统为

$$\begin{aligned} \bar{E}\dot{x}_e &= \bar{A}x_e + \bar{B}w, \\ z &= \bar{C}x_e \end{aligned} \quad (4)$$

这里

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} A + LC_2 & 0 \\ -LC_2 & A + B_2(K + \Delta K) \end{bmatrix}, \quad \bar{E} = \text{diag}[E \quad E], \\ \bar{B} &= [0 \quad B_1^T]^T, \quad \bar{C} = [C_1 \quad C_1 + D_{12}(K + \Delta K)] \end{aligned}$$

于是对于闭环广义系统(4), 这里将要讨论的 H_∞ 控制问题是, 设计基于观测器的具有反馈增益变化的广义控制器, 使得闭环广义系统(4)容许(即正则、稳定无脉冲), 且从 w 到 z 的传递函数矩阵满足 $\|T(s)\|_\infty < \gamma$, 这里 $\gamma > 0$ 预先给定,

$$T(s) = [C_1 + D_{12}(K + \Delta K)][sE - (A + B_2(K + \Delta K))]^{-1} B_1 \quad (5)$$

3 准备知识

引理 1. 若矩阵 D_{12} 列满秩, 且令

$$R_0 = I - \epsilon D_{12} H H^T D_{12}^T > 0, \quad R_2 = D_{12}^T R_0^{-1} D_{12}, \quad \epsilon > 0 \quad (6)$$

$$N_1 = \epsilon C_1^T D_{12} (I - \epsilon H H^T D_{12}^T D_{12})^{-1} H H^T D_{12}^T C_1 + \epsilon C_1^T D_{12} (D_{12}^T D_{12})^{-1} D_{12}^T C_1 - C_1^T R_0^{-1} D_{12} R_2^{-1} D_{12}^T R_0^{-1} C_1 \quad (7a)$$

$$N_2 = \epsilon P^T B_2 H H^T B_2^T P + \epsilon^2 P^T B_2 H H^T R_2 H H^T B_2^T P - P^T B_2 R_2^{-1} B_2^T P - \epsilon P^T B_2 R_2^{-1} D_{12}^T R_0^{-1} D_{12} H H^T B_2^T P - \epsilon (P^T B_2 R_2^{-1} D_{12}^T R_0^{-1} D_{12} H H^T B_2^T P)^T - \epsilon^2 P^T B_2 H H^T D_{12}^T R_0^{-1} D_{12} R_2^{-1} D_{12}^T R_0^{-1} D_{12} H H^T B_2^T P + P^T B_2 (D_{12}^T D_{12})^{-1} B_2^T P \quad (7b)$$

$$N_3 = \epsilon C_1^T R_0^{-1} D_{12} H H^T B_2^T P - \epsilon C_1^T R_0^{-1} D_{12} R_2^{-1} D_{12}^T R_0^{-1} D_{12} H H^T B_2^T P - C_1^T R_0^{-1} D_{12} R_2^{-1} B_2^T P + C_1^T D_{12} (D_{12}^T D_{12})^{-1} B_2^T P \quad (7c)$$

则 $N_i = 0, i = 1, 2, 3$.

4 主要结论

下面给出基于观测器的具有反馈增益变化的广义系统 H_∞ 控制.

定理 1. 若 A1) 和 A2) 成立, 则对于预先给定的 $\gamma > 0$, 存在形式(3)的不确定反馈增益的广义控制器(2)使得闭环广义系统(4)容许, 且从 w 到 z 的传递函数矩阵 $\|T(s)\|_\infty < \gamma$ 的充要条件是满足广义约束 $E^T P = P^T E \geq 0$ 的 GARI

$$A^T P + P^T A + \gamma^{-2} P^T B_1 B_1^T P + \epsilon^{-1} \rho G^T G + C_1^T C_1 - [(P^T B_2 + C_1^T D_{12})(D_{12}^T D_{12})^{-1}(P^T B_2 + C_1^T D_{12})^T] < 0 \quad (8)$$

有解 P . 此时广义控制器(2)中的矩阵

$$K = -R_2^{-1} [B_2^T P + D_{12}^T R_0^{-1} (C_1 + \epsilon D_{12} H H^T B_2^T P)] \quad (9)$$

矩阵 L 使得广义系统 $(E, A + LC_2)$ 容许. 式(11)中的 R_0, R_2 具有式(6)的形式.

注 2. 当基于观测器的广义控制器(2)无反馈增益变化时, 不等式(8)变成

$$A^T P + P^T A + \gamma^{-2} P^T B_1 B_1^T P + C_1^T C_1 - [(P^T B_2 + C_1^T D_{12})(D_{12}^T D_{12})^{-1}(P^T B_2 + C_1^T D_{12})^T] < 0 \quad (10)$$

广义控制器(2)中的反馈增益矩阵 $K = -(D_{12}^T D_{12})^{-1} (B_2^T P + D_{12}^T C_1)$, 连同广义约束它是存在基于观测器的广义控制器使得闭环广义系统容许且传递函数矩阵 $\|T(s)\|_\infty < \gamma$ 的充要条件(见文献[3]). 比较一下式(8)与式(10), 它们的不同之处在于式(8)比式(10)多一非负项 $\epsilon^{-1} \rho G^T G$. 由于式(10)是严格小于零, 这样只要正数 ρ 足够小, 式(10)的解同样可以使式(8)成立. 于是只要广义系统标准的 H_∞ 控制问题有解, 这时系统广义控制器就能容忍充分小的控制器反馈增益变化.

注 3. 基于观测器的广义控制器具有反馈增益变化的闭环广义系统的控制问题不同于广义系统带有不确定项的鲁棒控制问题, 因为前者的控制器反馈增益变化同时进入了系统矩阵和控制输出.

5 结束语

本文研究了基于观测器的广义控制器具有反馈增益变化的广义系统 H_∞ 控制问题. 从设计过程可以看到系统广义控制器能容忍充分小的控制器增益变化, 使得闭环广义系统容许且传递函数的 H_∞ 范数小于给定的常数.

References

- 1 Masubuchi I, Kamitane Y, Ohara A, Suda N. H_∞ control for descriptor systems: a matrix inequalities approach. *Automatica*, 1997, **33**(4): 669~673
- 2 Zhang Q L. Decentralized and robust control for large-scale descriptor systems. Xi'an: Northwestern Polytechnic University Press, 1997. 1~34(in Chinese)
- 3 Xing W, Zhang Q L. State-feedback H_∞ control based on observer for descriptor system. In: Proceedings of the 3rd Asian Control Conference. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2000. 1259~1263
- 4 Gao Z W. Analysis for performance sensitivity of systems with structured uncertainty. *Control and Intelligent Systems*, 1998, **26**(3): 73~76
- 5 Gao Z W, Wang X L, Liu Z. Sensitivity analysis of systems with five types of structured uncertainty. *Journal of Tianjin University*, 2000, **33**(3): 306~309(in Chinese)
- 6 Keel L H, Bhattacharyya S P. Robust fragile or optimal. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, **42**(5): 1098~1105
- 7 Guan X P, Zhang Q L. Resilient guaranteed cost control for generalized interval systems. *Electric Machines and Control*, 2002, **6**(1): 84~87 (in Chinese)
- 8 Liu Y Q, Wen X C. The design of state observer for a class of nonlinear singular system. *Journal of South China University of Technology*, 1995, **23**(6): 1~5 (in Chinese)
- 9 Gao Z W. Reduced-order observer based controllers and doubly coprime factorizations for singular systems. *Acta Automatica Sinica*, 2000, **26**(1): 24~31(in Chinese)
- 10 Dai L. Singular control systems. Berlin: Springer-Verlag, 1989. 102~128

陈跃鹏 东北大学博士研究生、讲师. 主要研究方向为广义系统 H_∞ 控制, 故障诊断与容错控制.

(**CHEN Yue-Peng** Lecturer and currently a Ph. D. candidate at the Northeastern University (NEU). His research interests include H_∞ control of descriptor systems, fault detection, and fault-tolerant control.)

张庆灵 东北大学理学院院长, 控制理论与控制工程学科教授, 博士生导师. 主要研究方向为分散控制、鲁棒控制、容错控制与广义系统理论等.

(**ZHANG Qing-Ling** Dean of College of Science of NEU, professor of Control Theory and Control Engineering. His research interests include decentralized control, robust control, fault-tolerant control, and theory of descriptor systems.)

翟 丁 东北大学博士研究生、讲师. 主要研究方向为大系统的分散控制、广义系统鲁棒控制.

(**ZHAI Ding** Lecturer and a Ph. D. candidate in NEU. His research interests include decentralized control of large-scale systems and robust control of descriptor systems.)