

# 一类非线性系统的自适应滑模模糊控制<sup>1)</sup>

刘殿通 易建强 谭民

(中国科学院自动化研究所复杂系统与智能科学重点实验室 北京 100080)

(E-mail: diantong.liu@mail.ia.ac.cn)

**摘要** 针对一类具有多个子系统的欠驱动非线性系统提出了一种自适应滑模模糊控制方法。首先通过分析模糊控制与边界层滑模控制的相似性,提出了滑模模糊控制方法;然后根据滑模面斜率和各子系统控制对于系统动态性能的影响,分别采用模糊推理根据系统状态自动地实时调节滑模面斜率和各子系统在系统控制中的作用;最后通过简单的滑模模糊控制器实现对具有多个子系统的欠驱动非线性系统的控制。将该方法应用于吊车的运输控制中,仿真结果证明了其有效性和鲁棒性。

**关键词** 滑模模糊控制, 自适应控制, 非线性系统, 吊车

**中图分类号** TP273

## Adaptive Sliding Mode Fuzzy Control for a Class of Nonlinear Systems

LIU Dian-Tong YI Jian-Qiang TAN Min

(Laboratory of Complex Systems and Intelligence Science, Institute of Automation,  
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

(E-mail: diantong.liu@mail.ia.ac.cn)

**Abstract** An adaptive sliding mode fuzzy control approach is proposed for a class of underactuated nonlinear systems with multi-subsystems. Firstly, based on the analysis of the similarity between fuzzy logic control and sliding mode control with boundary layer, a sliding mode fuzzy control approach is proposed. Then, according to the influences on system dynamic performance, both of the slope of sliding mode surface and the relationship between subsystems are automatically tuned by real time fuzzy inference respectively. Finally, the control is completed with a simple sliding-mode fuzzy controller for underactuated nonlinear systems with multi-subsystems. Overhead crane transporting control is used to illustrate the effectiveness and robustness of the proposed approach.

**Key words** Sliding-mode fuzzy control, adaptive control, nonlinear systems, crane

1) 中科院“百人计划”和教育部留学归国人员科研启动基金资助

Supported by the Hundred Talents Program of Chinese Academy of Sciences and SRF for ROCS, SEM

收稿日期 2002-12-07 收修改稿日期 2003-06-11

Received December 7, 2002; in revised form June 11, 2003

## 1 引言

20 世纪 90 年代以来,模糊逻辑与滑模控制的结合得到了广泛地研究和应用,其结合方式主要有两种:利用系统的滑动模态设计模糊控制器,控制量直接来源于模糊控制器<sup>[1~3]</sup>,本文称之为滑模模糊控制;利用模糊逻辑设计滑模控制器,控制量来源于滑模控制器的输出<sup>[4, 5]</sup>,本文称之为模糊滑模控制.这两种结合方式都综合了模糊控制所具有的不依靠对象模型、一致逼近等优点和滑模控制具有的鲁棒性、动态过程可预见性等优点.将滑模面应用到模糊控制中,能够有效地减少模糊控制器的规则数目,同时可以利用滑模控制的一些理论对模糊控制器进行分析和设计.本文针对一类具有多个子系统的欠驱动非线性系统,利用滑模控制的以下特性:系统动态性能对滑模面斜率非常敏感<sup>[6]</sup>和滑模控制易于实现多子系统解耦控制,提出了一种自适应滑模模糊控制方法.这种方法可以实时地根据系统输出调节系统的动态性能,同时实时调节系统中各个子系统在系统控制中的作用.

## 2 滑模模糊控制原理

对于二阶非线性系统

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x) + b(x)u\end{aligned}\quad (1)$$

其中  $x=(x_1, x_2)$  为状态向量,  $f(x), b(x)$  为非线性函数,  $u$  为控制量, 定义系统跟踪误差为

$$e_i = x_i - x_{ir}, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

式中  $x_{ir}$  为系统参考输入. 控制任务是设计控制律  $u$  使系统快速跟踪参考输入.

### 2.1 滑模控制与模糊控制的相似性

#### 2.1.1 滑模控制

能够改善系统“抖振”现象的具有边界层的滑模控制方法为

$$u = u_{eq} - K \text{sat}(s/\Phi) \quad (3)$$

其中  $s$  为滑模函数或开关函数

$$s = e_2 + \lambda e_1 \quad (4)$$

上式中  $\lambda > 0$ ;  $u_{eq}$  为系统位于滑模面  $s=0$  上时的等效控制;  $K$  为常数, 其数值受控制器最大输出所限;  $\Phi$  为边界层厚度;  $\text{sat}(s/\Phi)$  为饱和函数

$$\text{sat}(s/\Phi) = \begin{cases} s/\Phi, & \text{for } |s/\Phi| \leq 1 \\ \text{sgn}(s/\Phi), & \text{for } |s/\Phi| > 1 \end{cases}$$

$\text{sgn}(s/\Phi)$  为符号函数

$$\text{sgn}(s/\Phi) = \begin{cases} -1, & \text{for } s/\Phi < 0 \\ 1, & \text{for } s/\Phi > 0 \end{cases}$$

式(3)中第二项为开关控制量, 当系统状态位于滑模面之外时, 等效控制和开关控制共同作用使系统状态向滑模面, 并在相平面二四象限内向平衡点移动; 当系统状态到达滑模面时, 只有等效控制起作用, 使系统向平衡点移动.

2.1.2 模糊控制

模糊控制采用的语言形式

$$R_l: \text{IF } k_1 e_1 \text{ IS } A_1^l \text{ AND } k_2 e_2 \text{ IS } A_2^l \text{ THEN } u = U^l$$

这里  $R_l$  为  $M$  条规则中第  $l$  条;  $A_1^l$  为  $e_1$  的模糊集;  $A_2^l$  为  $e_2$  的模糊集;  $k_1, k_2$  为量化因子;  $U^l$  为输出变量的模糊集. 模糊控制器的输出为

$$u = \frac{\sum_{l=1}^M U^l \left( \bigcap_{i=1}^2 \mu_{A_i^l}(k_i e_i) \right)}{\sum_{l=1}^M \bigcap_{i=1}^2 \mu_{A_i^l}(k_i e_i)} \quad (5)$$

其中  $\mu_{A_i^l}(k_i e_i)$  为第  $l$  条规则的激活强度,  $\cap$  表示取最小或乘积运算.

表 1 为传统对称型模糊控制规则表, 其中  $U_3$  和  $U_{-3}$  由驱动器最大输出决定, 可以看出模糊控制器输出在  $[U_{-3}, U_3]$  之间, 并且具有相同下标的  $U_i$  形成一条直线  $L_i, i=0, \dots, \pm 3$ , 系统状态离  $L_0$  越远控制量越大. 模糊控制的作用是使系统状态逼近  $L_0$ , 并逼近平衡点.

2.1.3 模糊控制与滑模控制的参数对应关系

- 1) 滑模控制中的边界层厚度  $\Phi$ ——模糊控制中  $L_0$  和  $L_3$  或  $L_{-3}$  之间的距离.
- 2) 滑模控制中的开关控制量  $\pm K$ ——模糊控制的最大输出  $U_3, U_{-3}$ .
- 3) 滑模控制中的滑模面斜率  $\lambda$ ——模糊控制中量化因子之商  $k_1/k_2$ .
- 4) 滑模控制中的滑模面  $s=0$ ——模糊控制规则表中的  $L_0$ .

可以看出, 传统模糊控制与滑模控制十分类似, 不过它不存在滑模控制中等效控制量的对应部分. 系统状态位于  $L_0$  上时, 依靠  $L_0$  本身的指数收敛性逼近平衡点. 在边界层范围之内, 滑模控制方法(如线性法和双曲正切法)不如模糊控制效果好.

表 1 对称型模糊控制规则表  
Table 1 Symmetry-form fuzzy rules table

$u$	$k_1 e_1$				
	NB	NS	ZO	PS	PB
PB	$U_0$	$U_{-1}$	$U_{-2}$	$U_{-3}$	$U_{-3}$
PS	$U_1$	$U_0$	$U_{-1}$	$U_{-2}$	$U_{-3}$
ZO	$U_2$	$U_1$	$U_0$	$U_{-1}$	$U_{-2}$
NS	$U_3$	$U_2$	$U_1$	$U_0$	$U_{-1}$
NB	$U_3$	$U_3$	$U_2$	$U_1$	$U_0$

2.2 滑模模糊控制

根据以上分析, 可以把系统状态与滑模面之间的矢量距离作为模糊控制器的输入. 由于矢量距离与系统状态误差在  $s$  中得到的函数值成正比关系, 可以直接把  $s$  作为模糊控制器的输入, 如图 1 所示, 模糊推理为

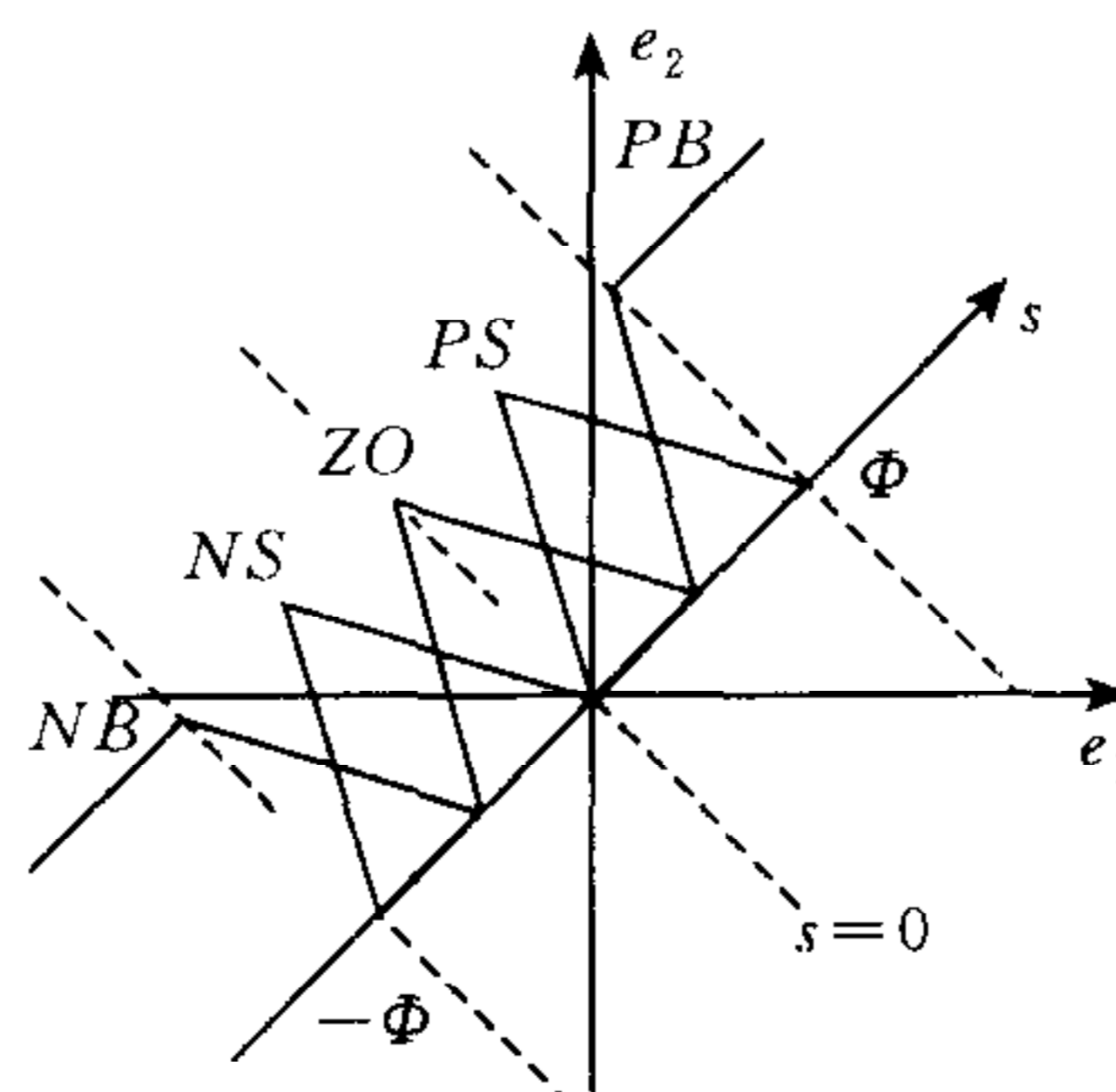


图 1 滑模模糊控制示意图  
Fig. 1 Scheme of sliding mode control

$$R_i: \text{IF } s \text{ IS } F_i \text{ THEN } u \text{ IS } U_i$$

这样,模糊控制器就变成了一维,不但能够达到与模糊控制近似的控制效果,而且大大减少了模糊规则数,同时还可以根据滑模控制理论进行模糊控制分析和设计.

### 3 自适应滑模模糊控制

考虑一类具有多子系统,并且子系统之间具有较强耦合性的欠驱动非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_1(\mathbf{x}) + b_1(\mathbf{x})u \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= f_2(\mathbf{x}) + b_2(\mathbf{x})u \end{aligned} \quad (6)$$

上式中  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$  为系统状态向量;  $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), b_1(\mathbf{x}), b_2(\mathbf{x})$  为非线性函数;  $u$  为系统控制量.

系统具有以下约束:  $|x_i| \leq M_i, |u| \leq U$ , 其中  $M_i, U$  为正常数,  $i = 1, \dots, 4$ . 控制任务是,在满足系统约束的前提下,设计控制律  $u$  使系统输出快速跟踪给定输入信号  $x_{ir}$ .

定义式(6)系统的跟踪误差为

$$e_i = x_i - x_{ir}, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (7)$$

称式(6)中前两式为子系统 1, 后两式为子系统 2, 分别为子系统 1 和 2 定义滑模函数

$$s_1 = e_2 + \lambda_1 e_1 \quad (8)$$

$$s_2 = e_4 + \lambda_2 e_3 \quad (9)$$

其中  $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ .

系统性能对滑模面斜率非常敏感:随滑模面斜率的减小,上升时间增大,超调量减小,调整时间减小,同时闭环稳定性增强;反之,上升时间减小,超调量增加,调整时间增加. 根据以上分析,设计控制规律对滑模面斜率进行实时调节:系统跟踪误差大时,采用较大的滑模面斜率,使系统以最快速度接近滑模面和平衡点,以快速减小跟踪误差;系统输出误差较小时,采用较小的滑模面斜率,以减小误差变化率,抑制超调和缩短调节时间. 为保证控制效果需限定滑模面斜率的调节范围,对于第  $l$  子系统 ( $l = 1$  或  $2$ )

$$\lambda_l = \lambda_l^0 + B_l \Delta \lambda_l$$

其中  $\lambda_l^0$  为  $\lambda_l$  的基本值,  $B_l$  为  $\lambda_l$  的变化范围,  $\Delta \lambda_l$  为调节量. 由以下模糊推理获得

$$R_i: \text{IF } |e_{2l-1}| \text{ IS } A_i^l \text{ THEN } \Delta \lambda_l \text{ IS } \Delta \lambda_l^i$$

其中  $R_i$  为  $m$  条规则中第  $i$  条,  $A_i^l$  为输入变量  $|e_{2l-1}|$  的模糊集,  $\Delta \lambda_l^i$  为输出变量的模糊集. 输出采用单值隶属函数,采用重心法解模糊输出

$$\Delta \lambda_l = \left( \sum_{i=1}^m \mu_{A_i^l}(|e_{2l-1}|) \times \Delta \lambda_l^i \right) / \sum_{i=1}^m \mu_{A_i^l}(|e_{2l-1}|) \quad (10)$$

式中  $\mu_{A_i^l}(|e_{2l-1}|)$  为第  $i$  条规则的激活强度.

再定义包含两个子系统的超滑模函数

$$s = K_s (s_1 + \lambda s_2) \quad (11)$$

式中  $K_s$  为正比例系数. 通过调节  $\lambda$  来达到调节两个子系统在控制作用中相互关系的目的, 当需要增强对子系统 2 的控制作用时, 增大  $\lambda$ ; 反之, 则减小  $\lambda$ . 本文中采用模糊推理, 当子系

统 2 状态远离滑模面  $s_2=0$  时,增强子系统 2 的控制作用,即增大  $\lambda$ ;反之,减小  $\lambda$ . 同样将  $\lambda$  控制在一定的范围内

$$\lambda = \lambda^b + B\Delta\lambda$$

其中  $\lambda^b$  为  $\lambda$  的基本值,  $B$  为  $\lambda$  的变化范围,  $\Delta\lambda$  为调节量. 由以下模糊推理获得

$$R_j: \text{IF } |s_2| \text{ IS } F_2^j \text{ THEN } \Delta\lambda \text{ IS } \Delta\lambda^j$$

其中  $R_i$  为  $n$  条规则中第  $j$  条,  $F_2^j$  为输入变量  $|s_2|$  的模糊集,  $\Delta\lambda^j$  为输出变量的模糊集. 采用重心法解模糊输出

$$\Delta\lambda = \left( \sum_{j=1}^n \mu_{F_2^j}(|s_2|) \times \Delta\lambda^j \right) / \sum_{j=1}^n \mu_{F_2^j}(|s_2|) \quad (12)$$

其中  $\mu_{F_2^j}(|s_2|)$  为第  $j$  条规则的激活强度.

根据滑模模糊控制的原理,把  $s$  作为滑模模糊控制的输入,模糊推理形式为

$$R_k: \text{IF } s \text{ IS } F^k \text{ THEN } u \text{ IS } U^k$$

其中,  $R_k$  为模糊控制器  $p$  条模糊规则中的第  $k$  条,  $F^k$  为输入变量  $s$  的模糊集,  $U^k$  为输出变量的模糊集. 输出采用单值隶属函数,模糊控制器的输出为

$$u = \left( \sum_{k=1}^p \mu_{F^k}(s) \times U^k \right) / \sum_{k=1}^p \mu_{F^k}(s) \quad (13)$$

其中  $\mu_{F^k}(s)$  为第  $k$  条规则的激活强度,  $u$  即为实际系统的控制量.

## 4 仿真研究

本文利用吊车运输控制系统<sup>[7]</sup>验证所提出的自适应滑模模糊控制方法. 吊车系统的数学模型如式(6)所示,其中

$$f_1(X) = \frac{m_2 g \sin x_3 \cos x_3 + m_2 L x_4^2 \sin x_3}{m_1 + m_2 \sin^2 x_3}, \quad b_1(X) = \frac{1}{m_1 + m_2 \sin^2 x_3}$$

$$f_2(X) = -\frac{m_2 g \sin x_3 + m_2 L x_4^2 \sin x_3 \cos x_3 + m_1 g \sin x_3}{(m_1 + m_2 \sin^2 x_3)L}, \quad b_2(X) = -\frac{\cos x_3}{(m_1 + m_2 \sin^2 x_3)L}$$

式中  $m_1$  为小车质量,  $m_2$  为载荷质量,  $x_1$  为小车移动距离,  $x_2$  为小车移动速度,  $x_3$  为载荷摆动角度,  $x_4$  为载荷摆动角速度,  $L$  为吊绳的长度. 由  $x_1, x_2$  构成的子系统 1 对应于小车的位置子系统,  $e_1$  为位置误差,  $e_2$  为速度误差; 由  $x_3, x_4$  构成的子系统 2 对应于角度子系统,  $e_3$  为角度误差,  $e_4$  为角速度误差. 系统约束为  $M_2 = 0.5\text{m/s}$ ,  $M_1, M_3$  和  $M_4$  任意大, 输入约束采用加速度约束的形式.

为了加快运输速度,在加速阶段以尽量大的加速度加速,同时使系统到达最大速度时载荷角度降至零. 为了适于长距离运输和在运输过程中始终以最大速度运行(即使遇到干扰,消除干扰后能够恢复最大速度运行),对位置误差进行一次饱和运算

$$e_1 = \text{sat}(\cdot) = \begin{cases} \text{sgn}(x_1 - x_{1r}), & \text{for } |x_1 - x_{1r}| > 1 \\ x_1 - x_{1r}, & \text{for } |x_1 - x_{1r}| \leq 1 \end{cases}$$

取  $\lambda_1 = 0.5$  保证以最大速度(0.5m/s)运输.

仿真中对角度子系统进行自适应滑模面斜率调节,称为模糊调节器 1. 称调节两个子系统之间关系的模糊推理为模糊调节器 2. 控制系统框图如图 2 所示,模糊调节器 1 和 2 输入

变量的模糊集都取为  $S$ (小),  $M$ (中),  $L$ (大), 取其隶属函数为对称、均匀分布、全交迭的三角形, 模糊规则分别见表 2 和表 3. 滑模模糊控制器输入变量的模糊集取为  $NB$ (负大)、 $NS$ (负小)、 $ZO$ (零)、 $PS$ (正小)、 $PB$ (正大), 取其隶属函数为对称、均匀分布、全交迭的三角形, 如图 1 ( $\Phi=1$ ), 模糊规则见表 4. 仿真中其他参数为  $\lambda_2^b=2.28, B_2=3, \lambda^b=1, B=4.6, K_s=4.8$ .

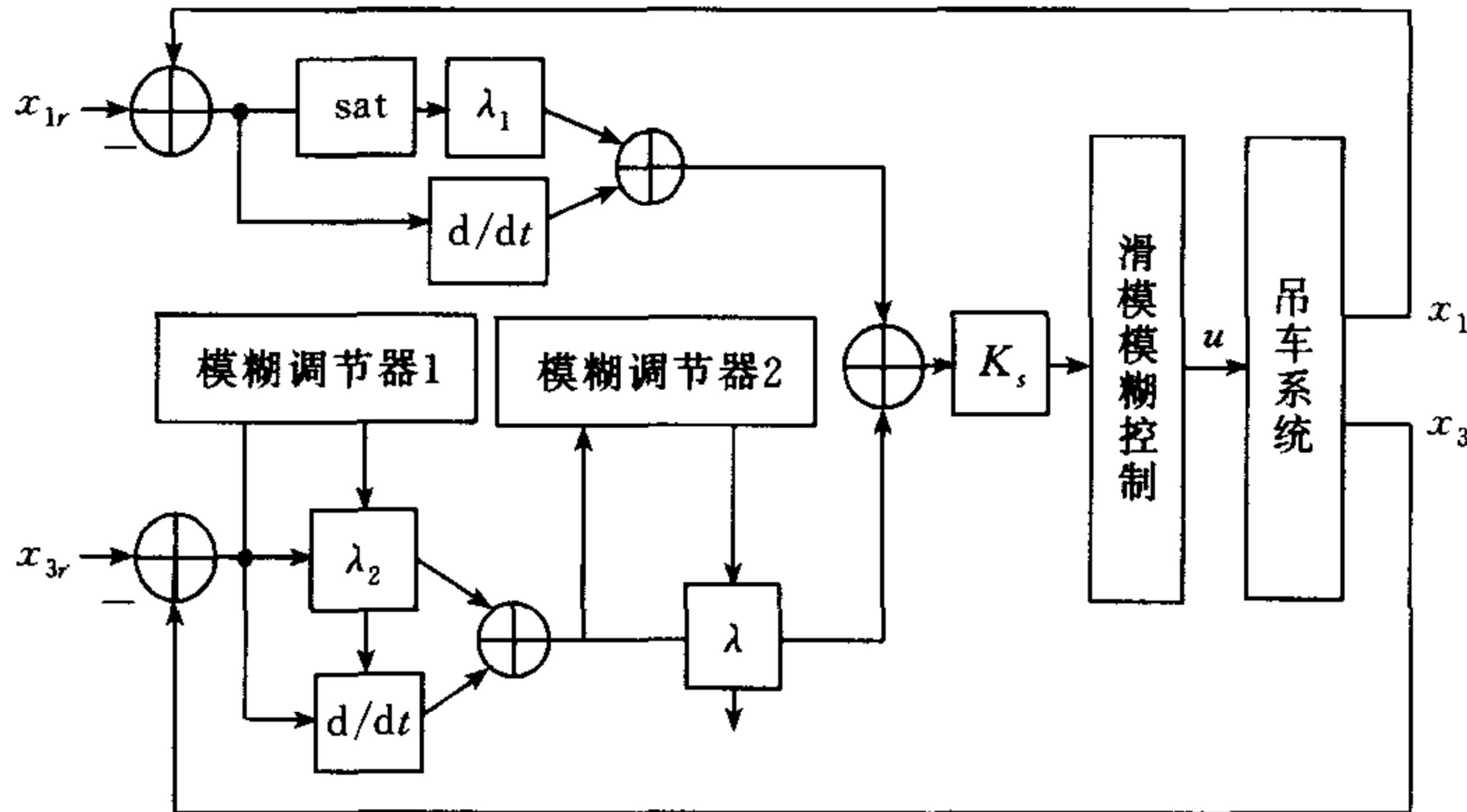


图 2 控制结构框图  
Fig. 2 Control Scheme

表 2 模糊调节器 1 规则表  
Table 2 Rules table of the first fuzzy adjustor

$ e_3 $	$S$	$M$	$L$
$\Delta\lambda_2$	0	0.5	1

表 3 模糊调节器 2 规则表  
Table 3 Rules table of the second fuzzy adjustor

$ s_2 $	$S$	$M$	$L$
$\Delta\lambda$	0	0.5	1

表 4 滑模模糊控制器规则表  
Table 4 Rules table of sliding mode fuzzy controller

$s$	$NB$	$NS$	$ZO$	$PS$	$PB$
$u$	0.5	0.25	0	-0.25	-0.5

仿真系统参数取为: 质量  $m_1=1\text{Kg}$ , 载荷质量  $m_2=1\text{Kg}$ , 绳长  $L=1\text{m}$ . 图 3(a), (b), (c) 和 (d) 是利用本方法仿真得到的结果 ((a), (b) 和 (d) 中速度纵坐标每格  $0.1\text{m/s}$ , 加速度约束为  $0.5\text{m/s}^2$ ). 图 3(a) 为运输过程控制, 初始状态为  $(0, 0, 0, 0)$ , 目标状态为  $(10, 0, 0, 0)$ , 在时间为  $8\text{s}$  处, 人为增加  $2.5^\circ$  的干扰. 图 3(b) 是在位置不变情况下的单独消摆控制的仿真结果, 从起始状态  $(10, 30, 0, 0)$  到目标状态  $(10, 0, 0, 0)$ . 图 3(c) 为从不同初始位置和角度把载荷向原点运输的相平面图, 加速度约束为  $2\text{m/s}^2$ . 为了验证控制器的鲁棒性, 在不改变控制器参数的情况下, 把对控制性能影响最大的系统参数——吊绳长度变为  $1.5\text{m}$ , 进行上述过程控制仿真, 结果如图 3(d) 所示. 无论初始条件如何, 加速、减速、恒速区抗干扰以及单独消摆控制情况都很类似. 系统控制分析以图 3(a) 加速阶段为例, 系统在开始加速时位置误差很大而角度误差为零, 系统状态远离位置子系统的滑模面, 这样系统就以最大加速度加速; 随着加速的进行系统状态会远离角度子系统的滑模面, 系统自适应调节  $\lambda$  来增加角度子系统的控制作用抑制摆角, 并且根据角度自适应调节滑模面斜率  $\lambda_2$  增加系统的动态性能、减少角度超调; 通过自适应调节使位置子系统到达滑模面的同时, 角度子系统进入平衡状态, 从而进入恒速运输阶段. 由仿真结果可以看出, 无论初始条件如何, 在加速过程、减速过程和运输过程中, 具有较强的鲁棒性的自适应模糊滑模控制都可以有效地平衡两个子系统之间

的关系、快速消除载荷摆动、消除干扰后恢复最大速度运输、在目标位置得到较高的定位精度,从而获得较高的运输效率。

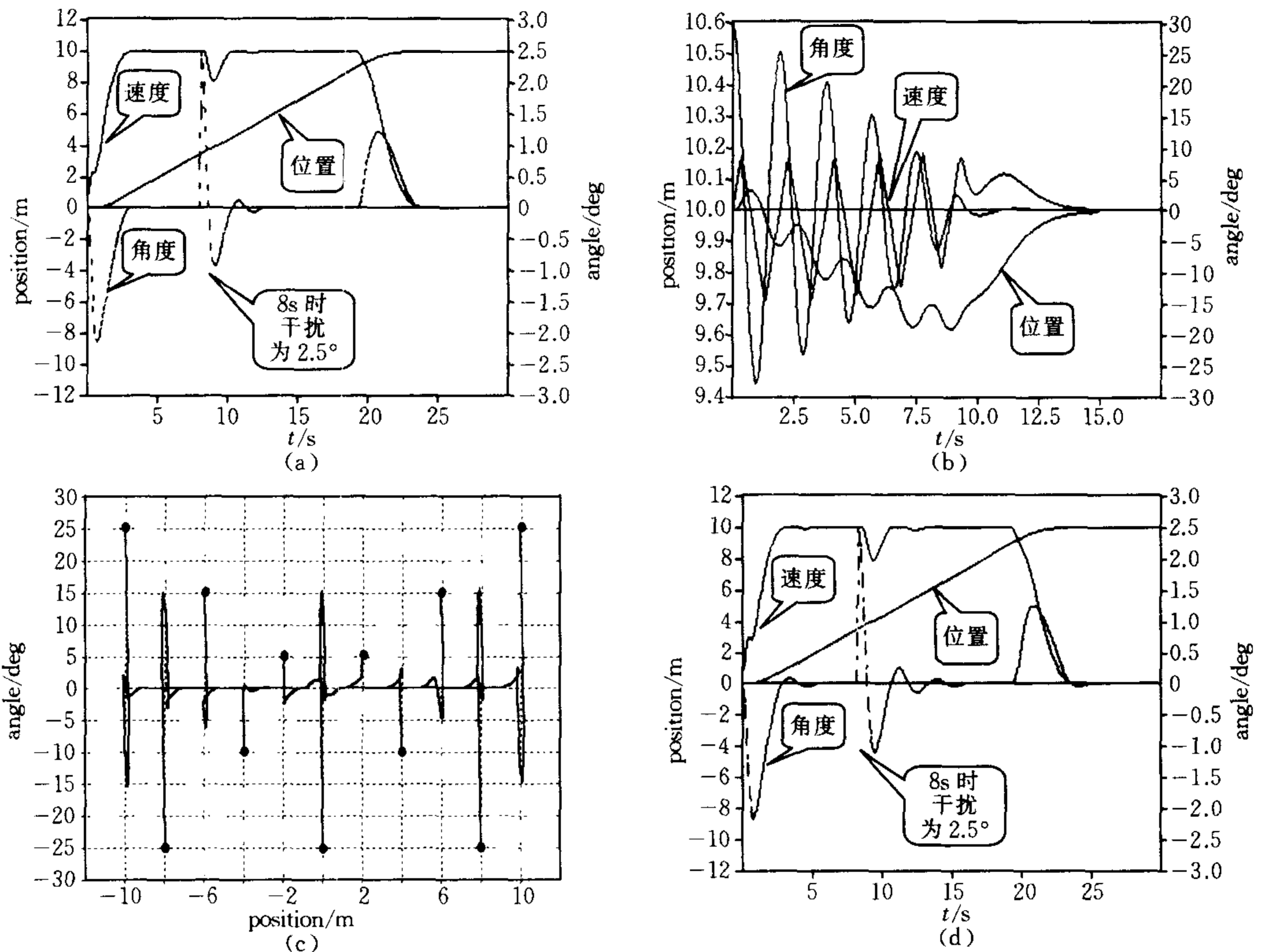


图 3 仿真结果  
Fig. 3 Simulation results

## 5 结束语

针对一类具有多子系统的欠驱动非线性系统,提出了一种自适应滑模模糊控制方法.它将模糊控制和滑模控制有机地结合起来,并把滑模控制中的自适应方法应用到滑模模糊控制中,既降低了控制器的设计难度,又提高了系统的动态性能.吊车运输控制仿真结果证明了所提出方法的有效性。

## References

- 1 Lin Chih-Min, Hsu Chun-Fei. Decoupled fuzzy sliding-mode control of a nonlinear aeroelastic structure. In: Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems, NJ; Piscataway, 2002. 662~667
- 2 Chen Ta-Tau, Li Tzuu-Hseng S. Simplex-type fuzzy sliding-mode control. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, **124** (2): 249~261
- 3 Tzafestas S G, Rigatos G G. Design and stability analysis of a new sliding-mode fuzzy logic controller of reduced complexity. *Machine Intelligence & Robotic Control*, 1999, **1** (1): 27~41
- 4 Lee Heejin, Kim Euntae, Kang Hyung-Jin. A new sliding-mode control with fuzzy boundary layer. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, **120** (1): 135~143
- 5 Mon Yi-Jen, Lin Chih-Min. Hierarchical fuzzy sliding-mode control. In: Proceedings of IEEE International Confer-

- ence on Fuzzy Systems, NJ: Piscataway, 2002. 656~661
- 6 Li Shao-Yuan<sup>6</sup>, Xi Yu-Geng. Dynamic characteristics analysis of fuzzy sliding mode control systems. In: Proceedings of Chinese Conference on Intelligent Automation. Chongqing: 1999. 291~297 (in Chinese)
- 7 Michael J N, Mohamed B T. Control of overhead cranes using a fuzzy logic controller. *Journal of Intelligent and Fuzzy System*, 2000, **8** (1): 1~18

**刘殿通** 2001年于天津大学获工学硕士学位,现为中国科学院自动化研究所在读博士研究生。主要研究方向为智能控制、欠驱动系统控制。

(**LIU Dian-Tong** Received his master degree from Tianjin University in 2001, and currently he is a Ph. D. candidate in Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interests include intelligent control and underactuated system control. )

**易建强** 1992年于日本九州工业大学获博士学位,现为中国科学院自动化研究所研究员,博士生导师。主要研究方向为智能控制、机器人、机电一体化等。

(**YI Jian-Qiang** Received his Ph. D. degree in 1992 from Kyushu Institute of Technology, Japan, and currently he is a professor of Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interests include intelligent control and robotics, mechatronics. )

**谭 民** 简介见本刊第28卷第4期。

(**TAN Min** Received his Ph. D. degree in 1990 from Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, and currently he is a professor of Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interests include advanced robot control, multi-robot systems, and complex system. )