

# 多综合点误差模型及其稳定性 充分条件的一个猜想<sup>1)</sup>

夏超英

(天津大学电气自动化与能源工程学院 天津 300072)

(E-mail: xiachaoying@eyou.com)

**摘要** 提出多综合点误差模型及其孤立部分传递函数的概念,得到了所有孤立部分传递函数都正实的充分必要条件,以此为基础,给出了关于系统稳定性充分条件的一个猜想,并证明了猜想的一些推论. 本文内容可以在参数辨识、自适应控制、状态自适应观测和神经网络稳定性分析等问题中得到应用.

**关键词** 误差模型,多综合点误差模型,非线性,稳定性分析

**中图分类号** TP273

## MULTI-ADDING-POINT ERROR MODEL AND CONJECTURE ABOUT THE SUFFICIENT CONDITION OF ITS STABILITY

XIA Chao-Ying

(School of Electrical Automation and Energy Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

(E-mail: xiachaoying@eyou.com)

**Abstract** This paper deals with the stability analysis of the multi-adding-point error model. A new concept of isolated part transfer function is proposed. Necessary and sufficient conditions for all isolated part transfer functions to be positive real are obtained. Furthermore, a conjecture about the stability of the multi-adding-point error model is presented and some corollaries of the conjecture are proved. The results given in this paper can be used in parameter identification, adaptive control, state adaptive observation and stability analysis of neural network problems.

**Key words** Error model, multi-adding-point error model, nonlinearity, stability analysis

### 1 引言

在关于自适应控制、状态观测和参数辨识问题的稳定性和收敛性分析中,误差模型的理

1) 国家自然科学基金(59777024)资助

收稿日期 2000-01-10 收修改稿日期 2001-08-24

论起了重要的作用<sup>[1~3]</sup>. 通过分析这些系统的误差模型, 设计者可以获得对系统行为清楚透彻的了解, 而不用过多地关心它的具体结构.

对于单一综合点的误差模型人们已经进行了充分地研究, 相关的结果也为大家所熟知<sup>[4~7]</sup>. 在多个误差综合点的条件下, 应用超稳定性理论可以得到保证系统稳定和参数收敛的参数调整算法<sup>[8]</sup>, 它要求系统的误差传递函数矩阵是正实方阵.

本文讨论的多综合点误差模型, 有多个误差综合点, 但只有一个可以测量的输出误差, 以往用来分析误差模型稳定性的 Kalman-Yacubovich 引理和超稳定性理论在此都难以奏效. 文献[9]介绍的积分二次型的方法, 可以用来解决更一般意义下的非线性反馈系统的稳定性分析问题, 但除特殊情况下仍归结为无源性要求和小增益理论外, 一般要在二者间取得恰当的折衷, 积分二次型的选取, 主要依赖于设计者对具体问题的深入研究和经验. 总之, 有关多综合点误差模型的知识人们至今还所知甚少.

## 2 多综合点误差模型及相关的稳定性问题

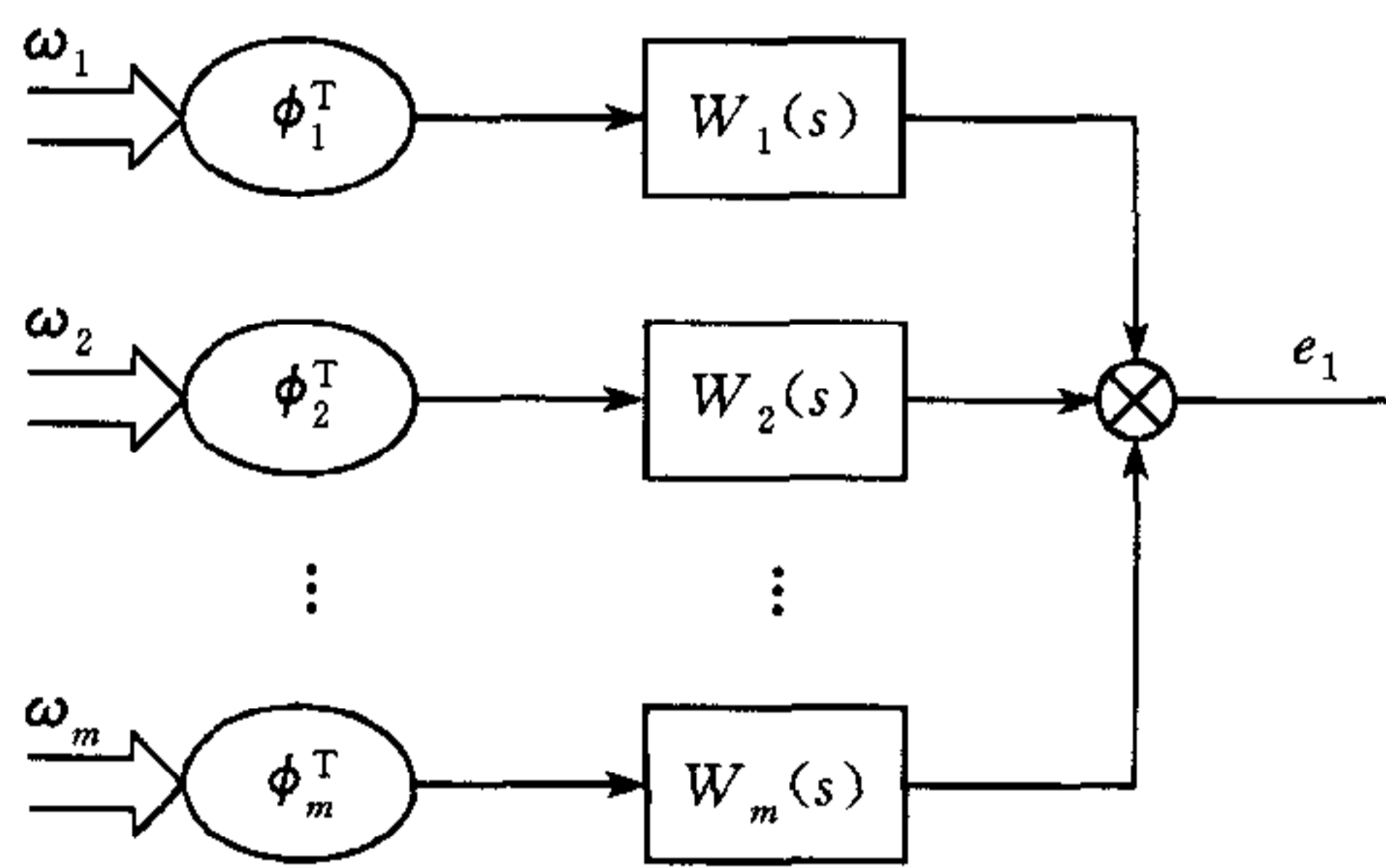


图 1 多误差综合点误差模型

可测的输入、输出或增广的状态变量; 矢量  $\phi_i(t)$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) 中的元素对应于未知的参数偏差变量. 在图 1 的基础上, 同时将参数调整律也考虑在内, 可得图 2 所示的系统模型.

在系统参数辨识、自适应控制和自适应状态观测问题中, 当误差综合点不在一处时, 会得到图 1 所示的  $m$  个误差综合点的误差模型.

图 1 中,  $W_i(s)$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) 是正实 (PR, Positive Real) 或严格正实 (SPR, Strictly Positive Real) 的传递函数; 矢量  $\omega_i(t)$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) 中的元素是时间的任意分段连续函数, 一般地, 它们将是系统中

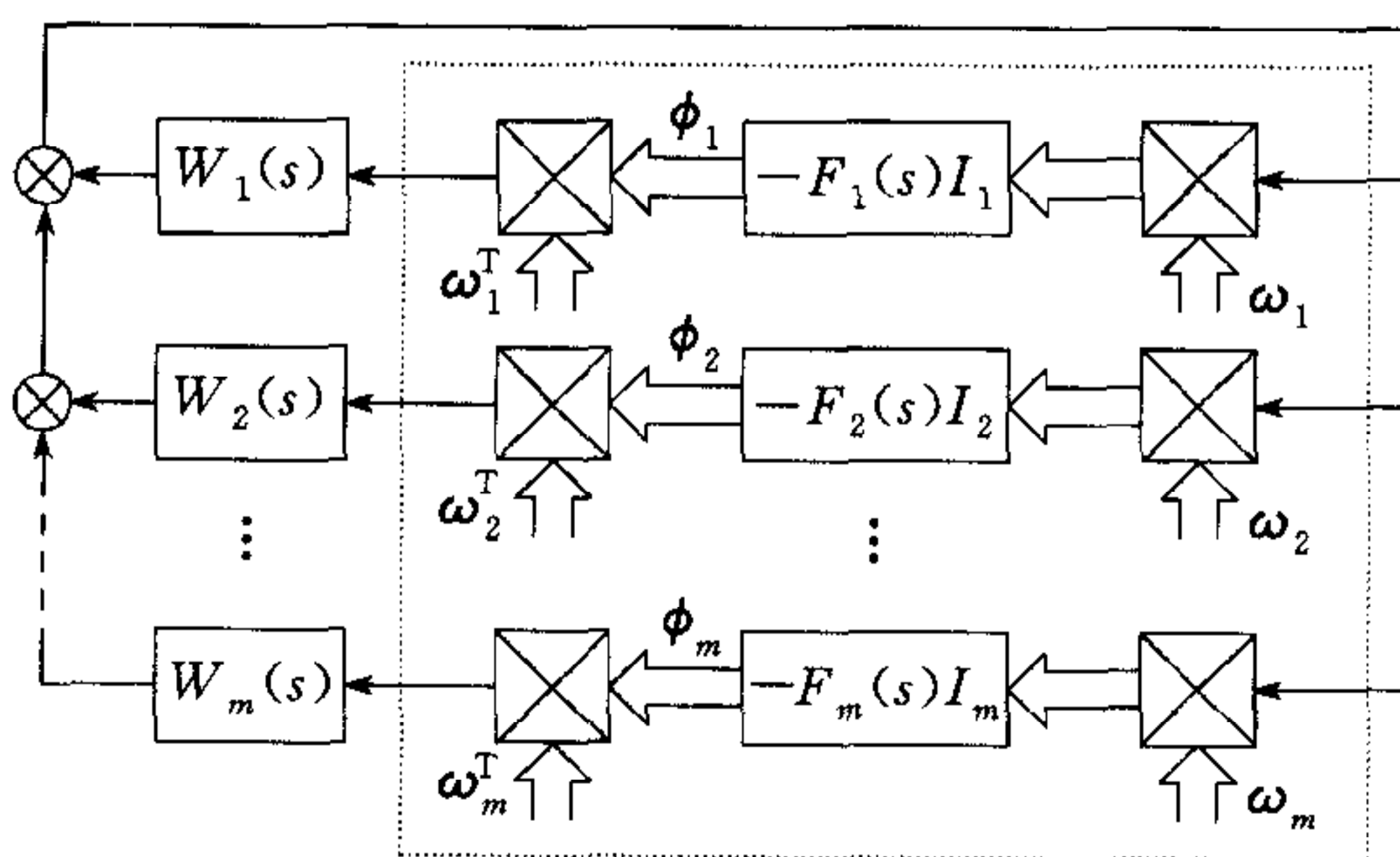


图 2 多误差综合点误差模型和参数调整算法

图 2 中, 参数调整算法  $F_i(s)$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) 一般具有记忆功能, 是在原点有一极点的正实传递函数;  $I_i$  是与  $\omega_i(t)$  维数相等的单位方阵. 按图中虚线框所示的分法, 将图 2 系统看成  $m$  输入  $m$  输出 ( $m$  个输出相同) 线性定常系统和  $m$  输入 ( $m$  个输入相同)  $m$  输出线性变增益系统反馈连接组成的线性时变系统. 在实际问题中, 如果图 2 系统的结构和参数导致了其线性定常部分的非最小实现, 则要求其不可控或不可观部分

是稳定的. 于是, 分析图 2 系统某一特解的稳定性和分析其零解的稳定性是等价的, 而在保证图 2 系统稳定性的基础上, 其渐近稳定性一般和时间函数矢量  $\omega_i(t)$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) 的某种“充分激励”条件相关, 故下面只讨论系统零解的稳定性问题.

若  $W_1(s) = W_2(s) = \dots = W_m(s)$  或它们之间仅相差正的比例, 这时图 2 所示系统的稳定

性分析可借助于超稳定性理论进行<sup>[8]</sup>,在下面的讨论中将排除这种情况.

### 3 多综合点误差模型所有孤立部分传递函数都正实的充要条件

对于图 2 所示系统,即使是在最简单的情况,也有不稳定的例子.如图 3 的系统, $m=2, \omega_1 = w_1 = 4, \omega_2 = w_2 = 5 \sin 2t$  为标量,其在非零初态  $x_1(0) = -x_3(0) = 4, x_2(0) = x_4(0) = 0$  下的解便是发散的.因为图 3 所示虚线框内孤立部分的传递函数不正实,即

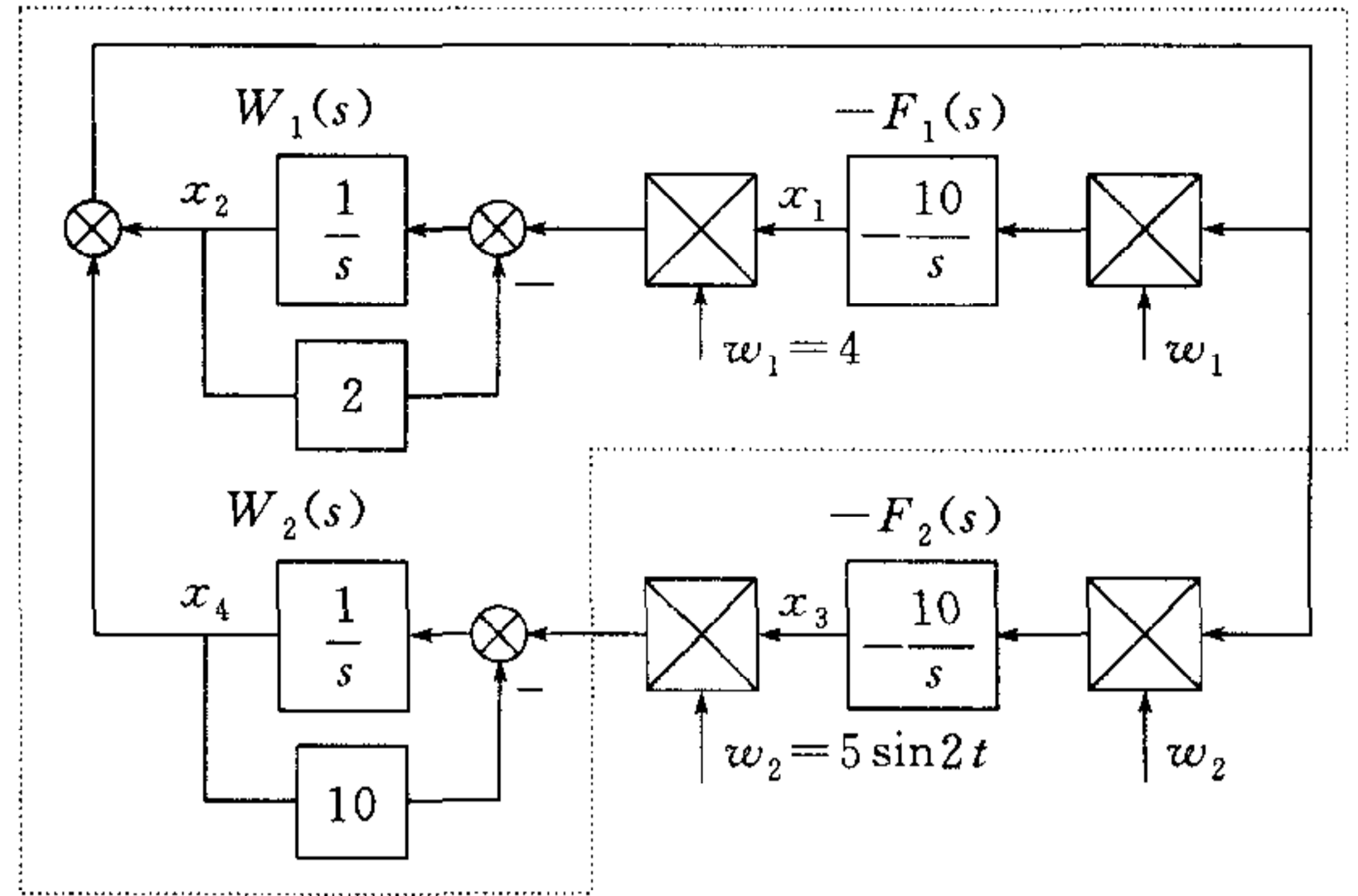


图 3 系统不稳定的例子

$$\frac{W_2(s)}{1 + 4^2 W_1(s) F_1(s)} = \frac{s^2 + 2s}{(s^2 + 2s + 160)(s + 10)} \notin \{PR\},$$

而参数调整算法  $F_2(s)$  包含了积分作用,故导致不稳定的原因容易得到解释.

为防止这种情况的发生,显然对  $W_i(s)$  和  $F_i(s)$  要提出要求.对图 2 所示系统,当不强调  $W_i(s)$  和  $F_i(s)$  的正实性时,将其记作

$$\Sigma = \{W_1, \dots, W_m; F_1, \dots, F_m; \omega_1(t), \dots, \omega_m(t) \mid \omega_i(t) \in R^{n_i}; i = 1, 2, \dots, m\};$$

当强调  $W_i(s)$  和  $F_i(s)$  的正实性时,将其记作

$$\Sigma = \{W_1, \dots, W_m; F_1, \dots, F_m; \omega_1(t), \dots, \omega_m(t) \mid W_i \in \{PR \text{ 或 } SPR\}; F_i \in \{PR\}; \omega_i(t) \in R^{n_i}; i = 1, 2, \dots, m\}.$$

有如下定义 1 和定理 1.

**定义 1.** 系统  $\Sigma = \{W_1, \dots, W_m; F_1, \dots, F_m; \omega_1(t), \dots, \omega_m(t) \mid \omega_i(t) \in R^{n_i}; i = 1, 2, \dots, m\}$ , 当对于任意有限常数  $a_j (j = 1, 2, \dots, m)$ , 传递函数

$$G_i(s) = \frac{W_i(s)}{1 + \sum_{j=1}^m a_j^2 W_j(s) F_j(s)} \in \{PR\} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \tag{1}$$

时,称其为所有孤立部分的传递函数都正实.

**定理 1.** 系统  $\Sigma = \{W_1, \dots, W_m; F_1, \dots, F_m; \omega_1(t), \dots, \omega_m(t) \mid \omega_i(t) \in R^{n_i}; i = 1, 2, \dots, m\}$  所有孤立部分的传递函数都正实的充分必要条件是  $W_i(s) \in \{PR\} (i = 1, 2, \dots, m)$  和  $F_i(s) \in \{PR\} (i = 1, 2, \dots, m)$  以及

$$\frac{W_j(s) F_j(s)}{W_i(s)} \in \{PR\} \quad (i, j = 1, 2, \dots, m; i \neq j). \tag{2}$$

**证明.** 根据正实传递函数的定义,  $G(s) \in \{PR\}$ , 即满足

- a) 当  $s$  是实数时,只要  $G(s)$  有定义就是实数;
- b) 当  $\text{Re}[s] \geq 0$  时,只要  $G(s)$  有定义,就有  $\text{Re}[G(s)] \geq 0$ .

先证充分性.由  $W_i(s)$  和  $F_i(s)$  的正实性,当  $s$  是实数时,式(1)的  $G_i(s)$  只要有定义就是实数,故条件 a) 满足.因为在  $G_i(s)$  的解析点上,  $G_i(s)$  和  $G_i^{-1}(s)$  的实部有相同的符号,故  $G_i(s)$  和  $G_i^{-1}(s)$  的正实性是等价的,而

$$G_i^{-1}(s) = \frac{1}{W_i(s)} + \sum_{j=1}^m \frac{a_j^2 W_j(s) F_j(s)}{W_i(s)} = \frac{1}{W_i(s)} + a_i^2 F_i(s) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \frac{a_j^2 W_j(s) F_j(s)}{W_i(s)},$$

于是从定理 1 的条件, 可得  $G_i(s) \in \{\text{PR}\}$ .

再证必要性. 在上面  $G_i^{-1}(s)$  的表达式中, 令  $a_j=0 (j=1, 2, \dots, m)$ , 从  $G_i^{-1}(s)$  的正实性, 得  $W_i(s) \in \{\text{PR}\}$ . 令  $a_j=0 (j=1, 2, \dots, m; j \neq i)$ , 从  $G_i^{-1}(s)$  和  $W_i(s)$  的正实性,  $a_i$  为任意有限常数, 得  $F_i(s) \in \{\text{PR}\}$ . 同理, 由  $a_j (j=1, 2, \dots, m)$  的任意性, 有  $\frac{W_j(s) F_j(s)}{W_i(s)} \in \{\text{PR}\} (i, j=1, 2, \dots, m; i \neq j)$ . 证毕.

**例 1.** 以图 3 的系统为例, 定理 1 要求的  $m \times (m-1) = 2$  个传递函数中, 虽然

$$\frac{W_2(s) F_2(s)}{W_1(s)} = \frac{10(s+2)}{s(s+10)} \in \{\text{PR}\},$$

但

$$\frac{W_1(s) F_1(s)}{W_2(s)} = \frac{10(s+10)}{s(s+2)} \notin \{\text{PR}\}$$

不满足所有孤立部分传递函数都正实的条件.

若将参数调整算法改为比例积分算法, 例如取  $F_1(s) = F_2(s) = \frac{s+2}{s}$ , 则有传递函数

$$\frac{W_2(s) F_2(s)}{W_1(s)} = \frac{(s+2)^2}{s(s+10)} \in \{\text{PR}\},$$

$$\frac{W_1(s) F_1(s)}{W_2(s)} = \frac{s+10}{s} \in \{\text{PR}\}$$

满足所有孤立部分传递函数都正实的条件. 通过仿真, 容易验证这时图 3 系统的上述非零初态解是稳定的.

**例 2.** 以系统  $\Sigma = \{W_1, W_2; F_1, F_2; \omega_1(t) = [\omega_{11}, \omega_{12}]^T, \omega_2(t) = [\omega_{21}, \omega_{22}]^T\}$  为例, 定理 1 给出的充分必要条件, 保证了在  $\omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{21}, \omega_{22}$  中, 任意一个为常数时的所有孤立部分的传递函数都正实 (例如,  $\omega_{11} = a_{11}$  时的传递函数  $\frac{W_1(s)}{1+a_{11}^2 W_1(s) F_1(s)} \in \{\text{PR}\}$ ,

$\frac{W_2(s)}{1+a_{11}^2 W_1(s) F_1(s)} \in \{\text{PR}\}$  等); 任意两个为常数时的所有孤立部分的传递函数都正实 (例如,

$\omega_{11} = a_{11}, \omega_{12} = a_{12}$  时的传递函数  $\frac{W_2(s)}{1+(a_{11}^2+a_{12}^2)W_1(s)F_1(s)} \in \{\text{PR}\}$  等); 任意三个为常数时的

所有孤立部分的传递函数都正实 (例如,  $\omega_{11} = a_{11}, \omega_{12} = a_{12}, \omega_{21} = a_{21}$  时的传递函数

$\frac{W_2(s)}{1+(a_{11}^2+a_{12}^2)W_1(s)F_1(s)+a_{21}^2 W_2(s)F_2(s)} \in \{\text{PR}\}$  等).

## 4 一些相关结论

当参数调整算法取为积分律时, 有下面的定理 2.

**定理 2.** 系统

$$\Sigma = \left\{ W_1, \dots, W_m; \frac{k_1}{s}, \dots, \frac{k_m}{s}; \omega_1(t), \dots, \omega_m(t) \mid k_i > 0; \omega_i(t) \in R^{n_i}; i = 1, 2, \dots, m \right\}$$

所有孤立部分的传递函数都正实的充分必要条件是

$$c_1 W_1(s) = c_2 W_2(s) = \dots = c_m W_m(s) \in \{\text{PR}\} \quad (c_i > 0; i = 1, 2, \dots, m). \quad (3)$$

**证明.** 显然只需对系统

$$\Sigma = \left\{ W_1, \dots, W_m; F_1 = \dots = F_m = \frac{1}{s}; \omega_1(t), \dots, \omega_m(t) \mid \omega_i(t) \in R^{n_i}; i = 1, 2, \dots, m \right\}$$

进行讨论.

因为当式(3)的条件满足时,有

$$\frac{W_j(s)F_j(s)}{W_i(s)} = \frac{W_j(s)}{sW_i(s)} = \frac{c_i}{c_j} \frac{1}{s} \in \{\text{PR}\} \quad (i, j = 1, 2, \dots, m; i \neq j),$$

按定理 1,充分性显然.

对于任意的  $i$  和  $j(i \neq j)$ ,所有孤立部分的传递函数都正实的必要条件同时要求

$$G_{ij}(s) = \frac{W_j(s)F_j(s)}{W_i(s)} = \frac{W_j(s)}{sW_i(s)} \in \{\text{PR}\}$$

和

$$G_{ji}(s) = \frac{W_i(s)F_i(s)}{W_j(s)} = \frac{W_i(s)}{sW_j(s)} \in \{\text{PR}\},$$

根据正实传递函数的等价定义<sup>[10]</sup>,传递函数  $G(s) \in \{\text{PR}\}$  的充分必要条件是

- 当  $s$  是实数时,只要  $G(s)$  有定义就是实数;
- $G(s)$  在  $\text{Re}[s] > 0$  的右半开平面上没有极点;
- 对于任何实数  $-\infty < \omega < +\infty$ ,只要  $G(j\omega)$  有定义,就有  $\text{Re}[G(j\omega)] \geq 0$ ;
- $G(s)$  在虚轴上至多只有留数为正实数的单重极点.

应用条件 c),从  $\text{Re}[G_{ij}(j\omega)] \geq 0$  或  $\text{Re}[G_{ji}(j\omega)] \geq 0$ ,得到幅相频率特性  $W_i(j\omega)$  和  $W_j(j\omega)$  或者同方向,或者相差  $180^\circ$ ,这只有在  $W_i(s) (i=1, 2, \dots, m)$  同取为无耗正实环节

$$\frac{k_i(s^2 + z_{i1}^2)(s^2 + z_{i2}^2)\dots}{s(s^2 + p_{i1}^2)(s^2 + p_{i2}^2)\dots} \quad (k_i > 0; 0 < z_{i1} < p_{i1} < z_{i2} < p_{i2}\dots; i = 1, 2, \dots, m)$$

或  $W_i(s) (i=1, 2, \dots, m)$  取为无耗正实环节

$$\frac{k_i s(s^2 + z_{i1}^2)(s^2 + z_{i2}^2)\dots}{(s^2 + p_{i1}^2)(s^2 + p_{i2}^2)\dots} \quad (k_i > 0; 0 < p_{i1} < z_{i1} < p_{i2} < z_{i2}\dots; i = 1, 2, \dots, m)$$

时才有可能,但这时若  $G_{ij}(s) \in \{\text{PR}\}$ ,则有  $G_{ji} \notin \{\text{PR}\}$ ,除非  $W_i(s) = W_j(s)$ . 必要性得证.

定理 1 对传递函数  $W_i(s)$  的正实性要求,使它们没有右半开平面上的零极点,现在加强这一要求,进一步假设  $W_i(s)$  没有右半闭平面上的零极点,此时,若参数调整算法  $F_i(s)$  取为相同的比例积分律,则有如下定理 3.

**定理 3.** 设  $W_i(s) \in \{\text{PR}\} (i=1, 2, \dots, m)$  且没有右半闭平面上的零极点,则系统

$$\Sigma = \{ W_1, \dots, W_m; F_1 = \dots = F_m = k_P + \frac{k_I}{s}; \omega_1(t), \dots, \omega_m(t) \mid k_P > 0, k_I > 0;$$

$$\omega_i(t) \in R^{n_i}; i = 1, 2, \dots, m \}$$

的所有孤立部分的传递函数都正实的充分必要条件是

$$-k_P \text{Re}[W_i(j\omega)\bar{W}_j(j\omega)] \leq \frac{k_I}{\omega} \text{Im}[W_i(j\omega)\bar{W}_j(j\omega)] \leq k_P \text{Re}[W_i(j\omega)\bar{W}_j(j\omega)]$$

$$(0 < \omega < +\infty; i, j = 1, 2, \dots, m; i > j).$$

**证明.** 由定理 1,这时所有孤立部分的传递函数都正实的充分必要条件是

$$G_{ij}(s) = \frac{k_P s + k_I}{s} \frac{W_j(s)}{W_i(s)} \in \{\text{PR}\} \quad (i, j = 1, 2, \dots, m; i \neq j).$$

因为  $G_{ij}(s)$  的分子分母多项式是实系数的,故上述正实传递函数等价定义的条件 a) 自

然满足;再由关于  $W_i(s)$  的假设,知  $G_{ij}(s)$  在右半开平面上没有极点,在虚轴上只有原点上的单重极点,且相应的留数  $\frac{k_I W_j(0)}{W_i(0)} > 0$ ,即条件 b) 和条件 d) 也满足;而条件 c) 变为

$$\operatorname{Re}[G_{ij}(j\omega)] = \operatorname{Re}\left[\left(k_P + \frac{k_I}{j\omega}\right) \frac{W_j(j\omega)}{W_i(j\omega)}\right] \geq 0 \quad (0 < \omega < +\infty; i, j = 1, 2, \dots, m; i \neq j),$$

也即

$$\operatorname{Re}\left[\left(k_P + \frac{k_I}{j\omega}\right) W_j(j\omega) \bar{W}_i(j\omega)\right] = k_P \operatorname{Re}[W_j(j\omega) \bar{W}_i(j\omega)] + \frac{k_I}{\omega} \operatorname{Im}[W_j(j\omega) \bar{W}_i(j\omega)] \geq 0,$$

$$\operatorname{Re}\left[\left(k_P + \frac{k_I}{j\omega}\right) W_i(j\omega) \bar{W}_j(j\omega)\right] = k_P \operatorname{Re}[W_i(j\omega) \bar{W}_j(j\omega)] + \frac{k_I}{\omega} \operatorname{Im}[W_i(j\omega) \bar{W}_j(j\omega)] \geq 0,$$

$$(0 < \omega < +\infty; i, j = 1, 2, \dots, m; i > j).$$

因为  $\operatorname{Re}[W_i(j\omega) \bar{W}_j(j\omega)] = \operatorname{Re}[W_j(j\omega) \bar{W}_i(j\omega)]$ ,  $\operatorname{Im}[W_i(j\omega) \bar{W}_j(j\omega)] = -\operatorname{Im}[W_j(j\omega) \bar{W}_i(j\omega)]$ , 于是得到

$$-k_P \operatorname{Re}[W_i(j\omega) \bar{W}_j(j\omega)] \leq \frac{k_I}{\omega} \operatorname{Im}[W_i(j\omega) \bar{W}_j(j\omega)] \leq k_P \operatorname{Re}[W_i(j\omega) \bar{W}_j(j\omega)]$$

$$(0 < \omega < +\infty; i, j = 1, 2, \dots, m; i > j)$$

(4)

证毕.

注意到式(4)还可以写成

$$-k_P W_i(j\omega) \cdot W_j(j\omega) \leq \frac{k_I}{\omega} W_i(j\omega) \times W_j(j\omega) \leq k_P W_i(j\omega) \cdot W_j(j\omega)$$

$$(0 < \omega < +\infty; i, j = 1, 2, \dots, m; i > j),$$

式中

$$W_i(j\omega) \cdot W_j(j\omega) = \operatorname{Re}[W_i(j\omega)] \operatorname{Re}[W_j(j\omega)] + \operatorname{Im}[W_i(j\omega)] \operatorname{Im}[W_j(j\omega)],$$

$$W_i(j\omega) \times W_j(j\omega) = \operatorname{Re}[W_i(j\omega)] \operatorname{Im}[W_j(j\omega)] - \operatorname{Im}[W_i(j\omega)] \operatorname{Re}[W_j(j\omega)],$$

所以,定理 3 对  $W_1(s), W_2(s), \dots, W_m(s)$  的要求,是它们的频率特性满足某种意义上的一致性,而且,增大比例系数对满足式(4)总是有益的.

## 5 有关多综合点误差模型稳定性充分条件的猜想

对多综合点误差模型的深入研究支持如下猜想.

**猜想 1.** 系统  $\Sigma = \{W_1, \dots, W_m; F_1, \dots, F_m; \omega_1(t), \dots, \omega_m(t) \mid \omega_i(t) \in R^{n_i}; i = 1, 2, \dots, m\}$  所有孤立部分的传递函数都正实的充分必要条件也是其对于任意有界时间函数矢量  $\omega_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 为稳定的充分条件.

**定理 4.** 当限定系统  $\Sigma = \{W_1, \dots, W_m; F_1, \dots, F_m; \omega_1(t), \dots, \omega_m(t) \mid \omega_i(t) \in R^{n_i}; i = 1, 2, \dots, m\}$  中的参数调整算法  $F_i(s)$  为积分环节

$$F_i(s) = \frac{k_i}{s} \quad (k_i > 0; i = 1, 2, \dots, m)$$

时,猜想 1 是正确的.

**证明.** 根据定理 2,此时有式(3)成立.按图 2 虚线框所示的分法,将系统看成一  $m$  输入  $m$  输出线性定常系统和一  $m$  输入  $m$  输出时变系统的反馈连接,应用超稳定性的相关结果即可得到结论.

证毕.

**定理 5.** 当限定系统  $\Sigma = \{W_1, \dots, W_m; F_1, \dots, F_m; \omega_1(t), \dots, \omega_m(t) \mid \omega_i(t) \in R^{n_i}; i=1, 2, \dots, m\}$  中的  $W_i(s)$  为无耗正实环节, 参数调整算法  $F_i(s)$  为比例积分环节

$$F_i(s) = \frac{k_{Pi}s + k_{Ii}}{s} \quad (k_{Pi} > 0, k_{Ii} > 0; i = 1, 2, \dots, m)$$

时, 猜想 1 是正确的.

**证明.** 证明方法和定理 4 基本相同, 因为这时若  $\frac{W_j(s)F_j(s)}{W_i(s)} \in (\text{PR})$ , 则有  $\frac{W_i(s)F_i(s)}{W_j(s)} \notin (\text{PR})$ , 除非  $W_i(s) = W_j(s) (i, j = 1, 2, \dots, m; i \neq j)$ . 具体证明略. 证毕.

当参数调整律取为比例律, 有猜想 1 的下述推论 1, 它和含有多个时变非线性特性的 MISO 和 SIMO 系统的绝对稳定性问题相关.

### 推论 1. 系统

$$\Sigma = \{W_1, \dots, W_m; F_1 = k_1, \dots, F_m = k_m; \omega_1(t), \dots, \omega_m(t) \mid W_i \in \{\text{PR}\}; k_i \geq 0; \omega_i(t) \in R^{n_i}; i = 1, 2, \dots, m\}$$

对于任意有界时间函数矢量  $\omega_i(t) (i=1, 2, \dots, m)$  为稳定的充分条件为

$$\frac{W_j(s)}{W_i(s)} \in \{\text{PR}\} \quad (i, j = 1, 2, \dots, m; i > j).$$

特别地, 当  $W_i(s) \in \{\text{PR}\} (i=1, 2, \dots, m)$  且没有虚轴上的零极点时, 系统稳定的充分条件为

$$|\angle W_i(j\omega) - \angle W_j(j\omega)| \leq 90^\circ \quad (0 \leq \omega \leq \infty; i, j = 1, 2, \dots, m; i > j).$$

由于 MISO 和 SIMO 系统在绝对稳定性判定上的困难, 推论 1 特别具有理论和应用价值. 对于这样的系统, 推论 1 的大意是, 只要线性定常部分的传递函数每个都正实, 而且对于任意给定的频率, 这些传递函数两两间的相角差都小于  $90^\circ$ , 则系统关于非线性时变函数类是稳定的. 关于推论 1, 可以得到下面的结果:

当  $W_i(s) (i=1, 2, \dots, m)$  为由电容、电感元件组成的无源网络的端口阻抗或导纳函数时 (这时,  $W_i(s)$  即为无耗正实传递函数, 只存在虚轴上单重的零极点, 且相应留数为正), 推论 1 是正确的.

当  $W_i(s) (i=1, 2, \dots, m)$  为由电阻、电容或电阻、电感元件组成的无源网络的端口阻抗或导纳函数时 (这时,  $W_i(s)$  的零极点只出现在负实轴上, 且相间分布), 推论 1 是正确的.

当  $W_i(s) (i=1, 2, \dots, m)$  为由电阻、电容和电感元件组成的无源网络的端口阻抗或导纳函数时, 在一些特殊的情况下, 也找到了推论 1 的证明.

人们熟知, 由电阻、电容和电感元件组成的无源网络, 其端口的阻抗或导纳函数是正实的, 反之也成立. 从上述结果和它的封闭性, 容易猜测到推论 1 很可能是正确的.

关于上述结果的证明, 作者将在后续的论文中给出.

## 6 一个简单的应用例子

在下面的 2 输入 2 输出系统中, 设只有输入  $u_1, u_2$  和输出  $y_1, y_2$  可以被测量.

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{7}{s+10}u_1 + \frac{5}{s+7}u_2, \\ y_2 &= \frac{-10}{s+14}y_1 + \frac{4}{s+6}u_2. \end{aligned}$$

为辨识其参数和观测其状态, 引入图 4 所示参数可调的观测器模型.

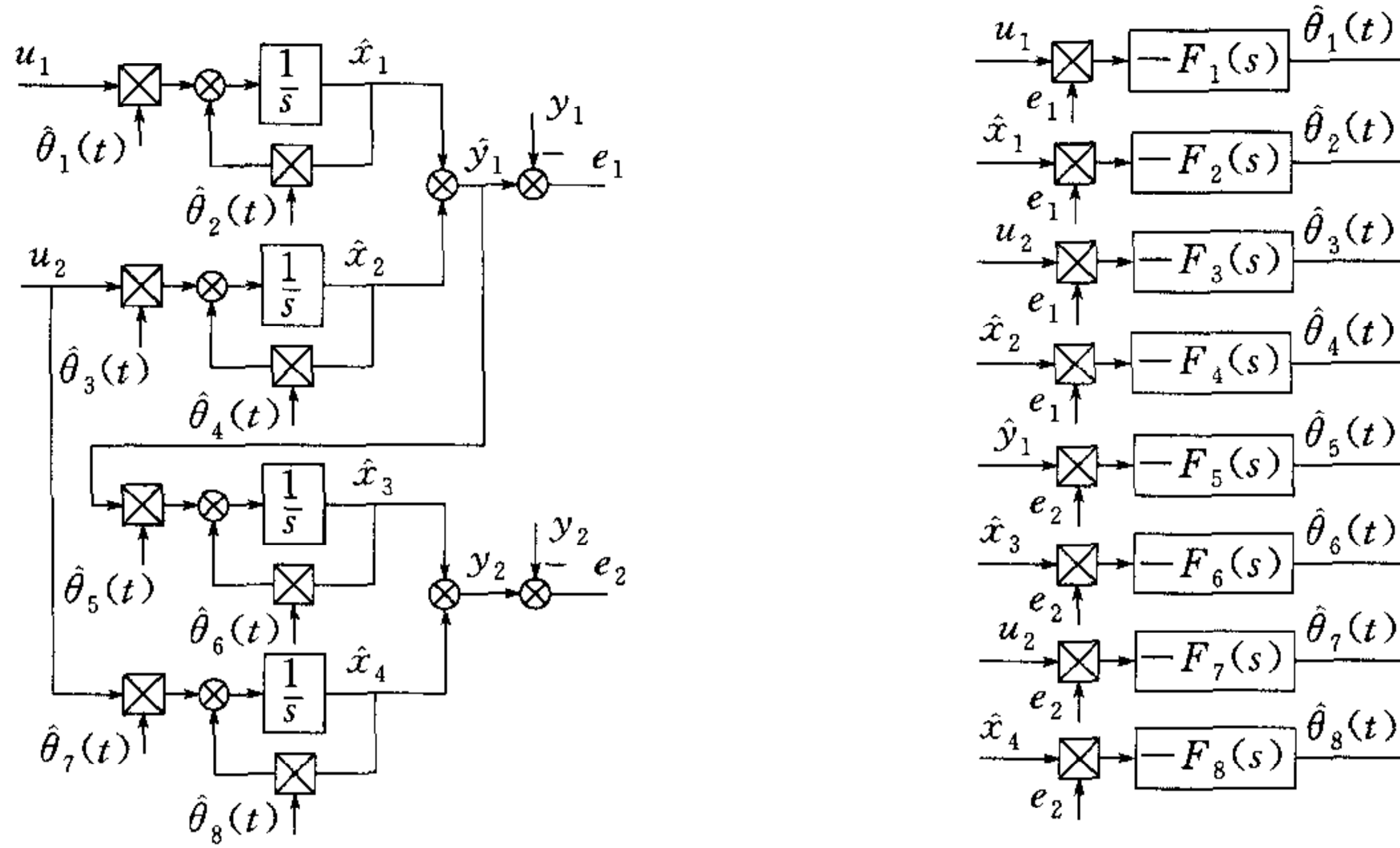


图 4 参数自适应状态观测器

定义参数偏差  $\phi_1 = \hat{\theta}_1 - 7, \phi_2 = \hat{\theta}_2 + 10, \phi_3 = \hat{\theta}_3 - 5, \phi_4 = \hat{\theta}_4 + 7, \phi_5 = \hat{\theta}_5 + 10, \phi_6 = \hat{\theta}_6 + 14, \phi_7 = \hat{\theta}_7 - 4$  和  $\phi_8 = \hat{\theta}_8 + 6$ , 得图 5 所示的两个多误差综合点的误差模型.

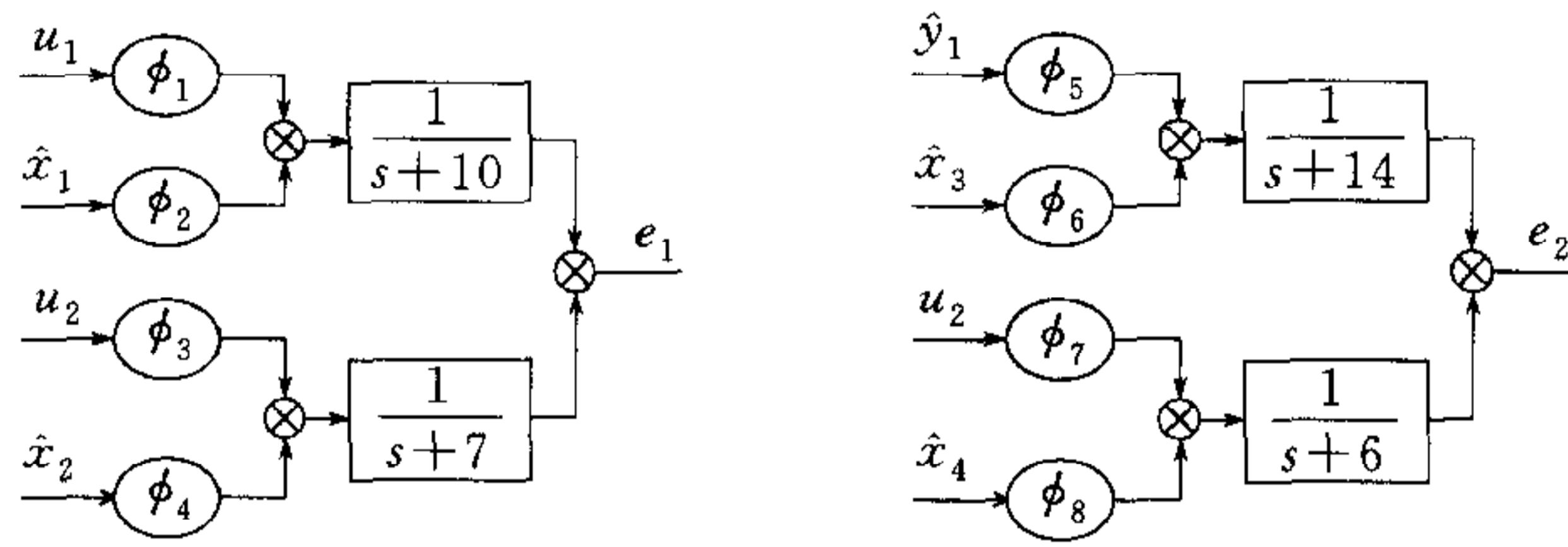


图 5 图 4 所示系统的误差模型

容易验证传递函数  $\frac{1}{s+7}, \frac{1}{s+10}, \frac{1}{s+6}$  和  $\frac{1}{s+14}$  是正实的. 故定理 1 的条件满足, 参数调整算法选为  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6 = F_7 = F_8 = \frac{0.1s+1}{s}$ .

图 6 给出了参数辨识的结果. 其中,  $u_1$  是幅值为 50 频率为 5 赫兹的方波,  $u_2$  是幅值为 40 频率为 3 赫兹的正弦波, 随着辨识参数收敛于真值, 状态观测误差也趋于零(状态观测的结果略).

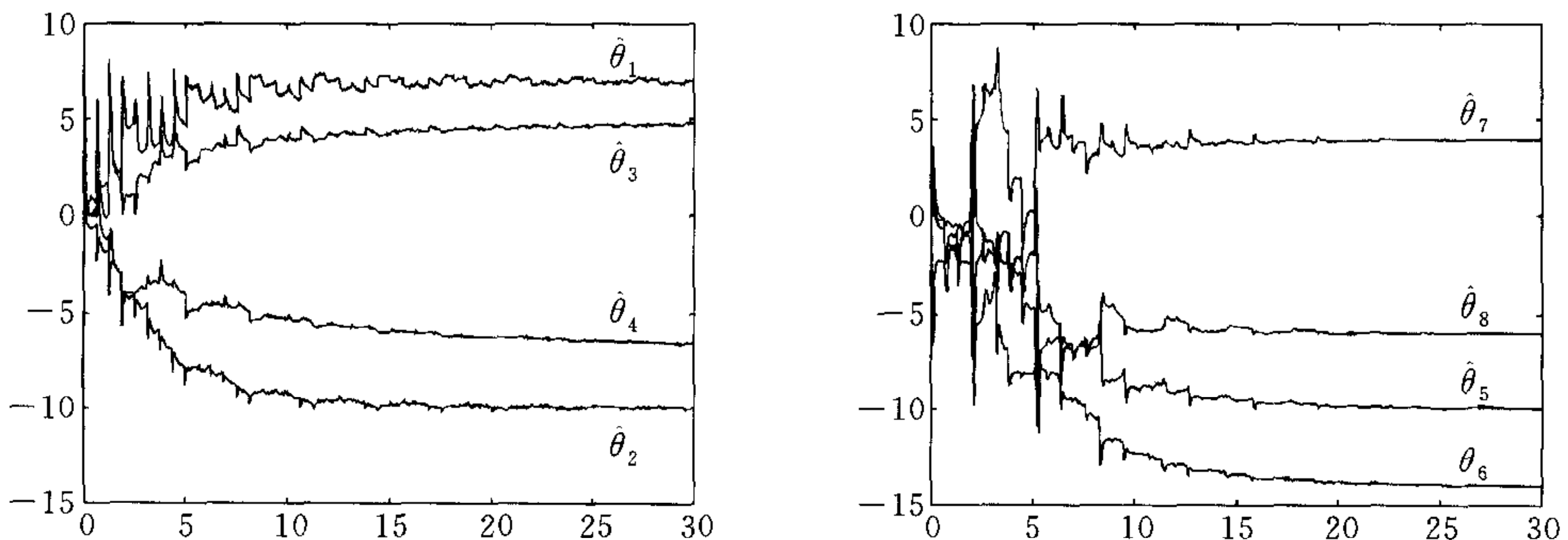


图 6 图 5 方案的参数辨识结果



## 7 结论

孤立部分传递函数的概念之所以重要,是因为对于多综合点的误差模型来说,所有孤立部分传递函数都正实是系统稳定的必然要求,对此本文得到了定理 1. 对本文提出的关于系统稳定性问题的猜想 1,若能找到参数调整律为比例积分律时这一猜想的证明,从应用角度来说已经足够了,然而这并非易事. 因为一般来讲非自治线性微分方程的稳定性分析是相当困难的,所以,尽量多地证明它的一些推论是件有益的工作.

## 参 考 文 献

- 1 Narendra K S, Kudva P. Stable adaptive schemes for system identification and control—Part I, II. *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern*, 1974, **4**(6):542~560
- 2 Narendra K S, Valavani L S. Stable adaptive controller design—direct control. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1978, **23**(4):570~583
- 3 Luders G. Stable adaptive schemes for state estimation and identification of linear systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1974, **19**(6):841~847
- 4 Narendra K S, Lin Y H, Valavani L S. Stable adaptive controller design—Part 2: proof of stability. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1980, **25**(3):440~448
- 5 Narendra K S, Valavani L S. A comparison of Lyapunov and Hyperstability approaches to adaptive control of continuous system. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1980, **25**(2):243~247
- 6 Lin Y H, Narendra K S. A new error model for adaptive systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1980, **25**(3):585~587
- 7 Narendra K S, Annaswamy A M. *Stable Adaptive Systems*. Englewood: Prentice-Hall, Inc., 1989
- 8 Landau I D. *Adaptive Control—The Model Reference Approach*. New York: Marcel Dekker, Inc., 1979
- 9 Megretski A, Rantzer A. System analysis via integral quadratic constraints. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1997, **42**(6):819~830
- 10 谢惠民. 绝对稳定性理论与应用. 北京:科学出版社, 1986

**夏超英** 天津大学电气自动化与能源工程学院副教授. 研究领域为控制理论与应用、自适应控制理论及系统、电力电子装置.