

非线性欠驱动系统的实时控制¹⁾

朱江滨 易建强

(中国科学院自动化研究所复杂系统与智能科学重点实验室 北京 100080)

(E-mail: zhujb@compsys.ia.ac.cn)

摘要 提出了一种基于专家系统及变步长预测控制的实时非线性系统控制方法. 变步长一步预测的使用不但打破了原有采样时间对预测控制最小步长的限制, 而且有效地避开了复杂的非线性推导. 结合系统控制目标, 设计了一类新的系统优化性能指标函数. 利用专家系统实时地对系统优化性能指标当中的控制参数进行修正, 有效地提高了滚动优化的效率, 从而实现对复杂非线性系统的实时控制. 利用这种方法, 有效地实现了对三级倒立摆的稳定实时控制.

关键词 非线性控制, 预测控制, 倒立摆

中图分类号 TP273

Real-Time Control of Nonlinear Underactuated System

ZHU Jiang-Bin YI Jian-Qiang

(The Key Laboratory of Complex System and Intelligent Science, Institute of Automation,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

(E-mail: zhujb@compsys.ia.ac.cn)

Abstract A new method based on expert system and predict control is proposed to realize real time control of nonlinear systems. The new concept of variable length one-step prediction is put forward to break up the sampling interval restriction, and avoid the complex calculation. After fully considering the desired aim of the system, a new cost function is designed. Expert system is also used to determine control parameters for the index function in real time. This method is applied to the controlling of a triple inverted pendulum and good result is obtained.

Key words Nonlinear control, predictive control, inverted pendulum

1 引言

对于线性系统而言^[1], 根据其对应的特征值可以容易地得到解析解, 而后根据其解的表

1) 中国科学院百人计划项目资助

Supported by Project of Hundred Talent Program, Chinese Academy of Sciences

收稿日期 2002-12-23 收修改稿日期 2003-07-26

Received December 23, 2002; in revised form July 26, 2003

达式可以得到一系列定量和定性结果. 但对于输入控制量个数少于广义坐标个数的欠驱动机构^[2]等非线性系统而言, 求解控制律变得很困难. 以往解决非线性系统控制问题的方法主要是将非线性部分线性化^[3], 然后再利用线性控制理论去求解非线性问题, 或者是使用智能控制的方法, 例如模糊控制^[4, 5], 就是利用人们对系统的认识, 制定相应规则库实现系统的控制. 使用非线性系统线性化的方法往往需要很复杂的理论推导, 而采用模糊控制, 则需要设定大量的模糊规则. 本文提出一种结合专家系统与变步长一步预测控制的方法, 实现三级倒立摆的稳定控制.

2 控制方法

2.1 变步长一步预测控制

作为非线性系统的控制手法之一, 预测控制^[6]一般包含预测模型、滚动优化、反馈校正. 预测模型的功能是根据对象的历史信息和未来输入预测未来输出, 它可以是参数模型和非参数模型; 滚动优化是通过某一性能指标的不断优化来确定未来的控制作用; 反馈校正则对预测模型进行修正.

滚动优化的预测算法有多步预测和一步预测. 一步预测优化算法^[6]就是在每一时刻 k 要确定该时刻的控制量 $u(k)$, 使被控对象在下一时刻 $k+1$ 的输出预测值 $y_p(k+1)$ 尽可能接近给定的期望值 $w(k+1)$. 如果不考虑对控制量的约束, 那么, 时刻 k 的优化性能指标可取为

$$J(k) = \{\min[w(k+1) - y_p(k+1)]^2\} \quad (1)$$

在工业过程的预测控制中, 通常目标路径是给定的, 因此式(1)中的 $w(k+1)$ 可以根据目标路径求得. 但是, 对于复杂的非线性欠驱动系统(例如三级倒立摆的稳定控制)来说, 我们只知道控制的最终目标, 而不知道整个控制过程的目标路径. 也就是说在时刻 k 时并不能确定下一时刻的期望值 $w(k+1)$. 因此, 定义新的优化性能指标

$$J(k) = \min f(y_\lambda(k, \lambda))$$

在上式中, λ 为可变一步步长, $y_\lambda(k, \lambda)$ 为从时刻 k 开始经过 λ 时间长的输出预测值, $f(\cdot)$ 表示输出预测值(向量)的函数.

非线性欠驱动系统的控制过程通常都很复杂, 在不同状况下需要不同的控制策略. 以倒立摆为例, 当摆趋向倒立稳定位置时, 较大的 λ 可以保证系统稳定; 当摆远离倒立位置时, 较小的 λ 可以促使单摆迅速改变方向, 进而摆向倒立位置. 因此, 根据系统状态改变预测步长 λ , 进行滚动优化, 可以改善系统控制性能.

2.2 优化性能指标

对于能控的欠驱动机构, 通常其运动学方程可用下式表达

$$\begin{bmatrix} B_{aa} & B_{ab} \\ B_{ba} & B_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_a \\ \ddot{q}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_a \\ h_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 B_{aa} 是 $n \times n$ 阶方阵, B_{bb} 是 $m \times m$ 阶方阵, (q_a, q_b) 为系统的广义坐标, τ 为 n 维系统的输入控制量. 当系数矩阵

$\begin{bmatrix} B_{aa} & B_{ab} \\ B_{ba} & B_{bb} \end{bmatrix}$ 非奇异, 且 B_{bb} 非奇异时, 可以得到下式

$$\ddot{q}_b = -B_{bb}^{-1}(h_b + B_{ba}\ddot{q}_a) \quad (3)$$

由方程(2)和(3)可以推出

$$\tau = [B_{aa} \quad B_{ab}] [q_a'' \quad B_{bb}^{-1}(h_b + B_{ba}q_a'')]^T + h_a \quad (4)$$

式(3)和(4)说明了 q_a'' 与 q_b'' 及 τ 之间的一一对应关系. 当 q_a'' 唯一确定时, q_b'' 及 τ 也就随之确定下来. 因此, 结合式(3)和(4)可以推出以下系统关于状态量的优化性能指标

$$J = \min f(q_a, q_b, q_a', q_b', q_a'', k) \quad (5)$$

其中 k 是优化性能指标当中的参数向量, 将通过专家系统来确定. 这样, 通过求性能指标函数对 q_a'' 的偏导数, 并令其等于零, 就可以求得使性能指标函数取极小值的导数 q_a'' 解析表达式, 再利用式(3)和(4), 就可以确定所需的控制量 τ .

2.3 专家系统

专家系统^[7]是一个智能计算机程序系统, 其内部包含某个领域专家水平的大量知识与经验, 能够利用人类专家的知识解决问题的经验方法来处理该领域的高水平难题. 与常规的计算机程序相比, 专家系统有以下几个优点:

- 1) 启发性, 专家系统要解决的问题, 其结构往往是不合理的, 其问题求解知识不仅包括理论知识和常识, 而且包括专家本人的启发知识;
- 2) 透明性, 专家系统能够解释本身的推理过程和回答用户提出的问题, 以便让用户了解推理过程, 增大对专家系统的信任感;
- 3) 灵活性, 专家系统的灵活性是指其扩展和丰富知识库的能力, 以及改善非编程状态下的系统性能, 即自学习性;
- 4) 符号操作, 专家系统强调符号处理和符号操作, 使用符号表达知识, 用符号集合表示问题的概念;
- 5) 不确定性推理, 领域专家求解问题的方法大多数是经验性的, 经验知识一般用于表示不确定性问题.

对于复杂的非线性欠驱动机构而言, 由于其控制过程的复杂性和不可预料性, 对于解决这类问题专家系统有其独特的优点. 本文利用专家系统, 调节优化性能指标当中的参数 k , 使优化性能指标适用于系统不同阶段的控制特性.

3 稳定控制三级倒立摆

如图 1 所示倒立三级摆, 用 M 代表小车的质量; m_1, m_2, m_3 分别表示下端摆、中间摆、上端摆的质量; L_1, L_2, L_3 分别代表由下到上三个摆的长度. 取 α, β, γ, x 为广义坐标, F 为外界所施加的控制力. 假设系统在理想状况下, 即不考虑摩擦的情况下, 利用拉格朗日公式推导三级倒立摆的数学模型

$$A[x'' \quad \alpha'' \quad \beta'' \quad \gamma'']^T = [F \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T + B \quad (7)$$

式中 A 为 4×4 惯性矩阵, F 是系统的输入控制量, B 为 4×1 矩阵. 根据文献[8]可知 A 为正定, 令 $A = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4]$, 把 α'' 看做是系统的输入控制量, F 看作是系统的状态变量, 对式(7)进行变换, 得到状态变量解耦后的表达式

$$[x'' \quad F \quad \beta'' \quad \gamma'']^T = Ac^{-1}(B - a_2\alpha'') \quad (8) \quad \text{Fig. 1 Triple Inverted pendulum}$$

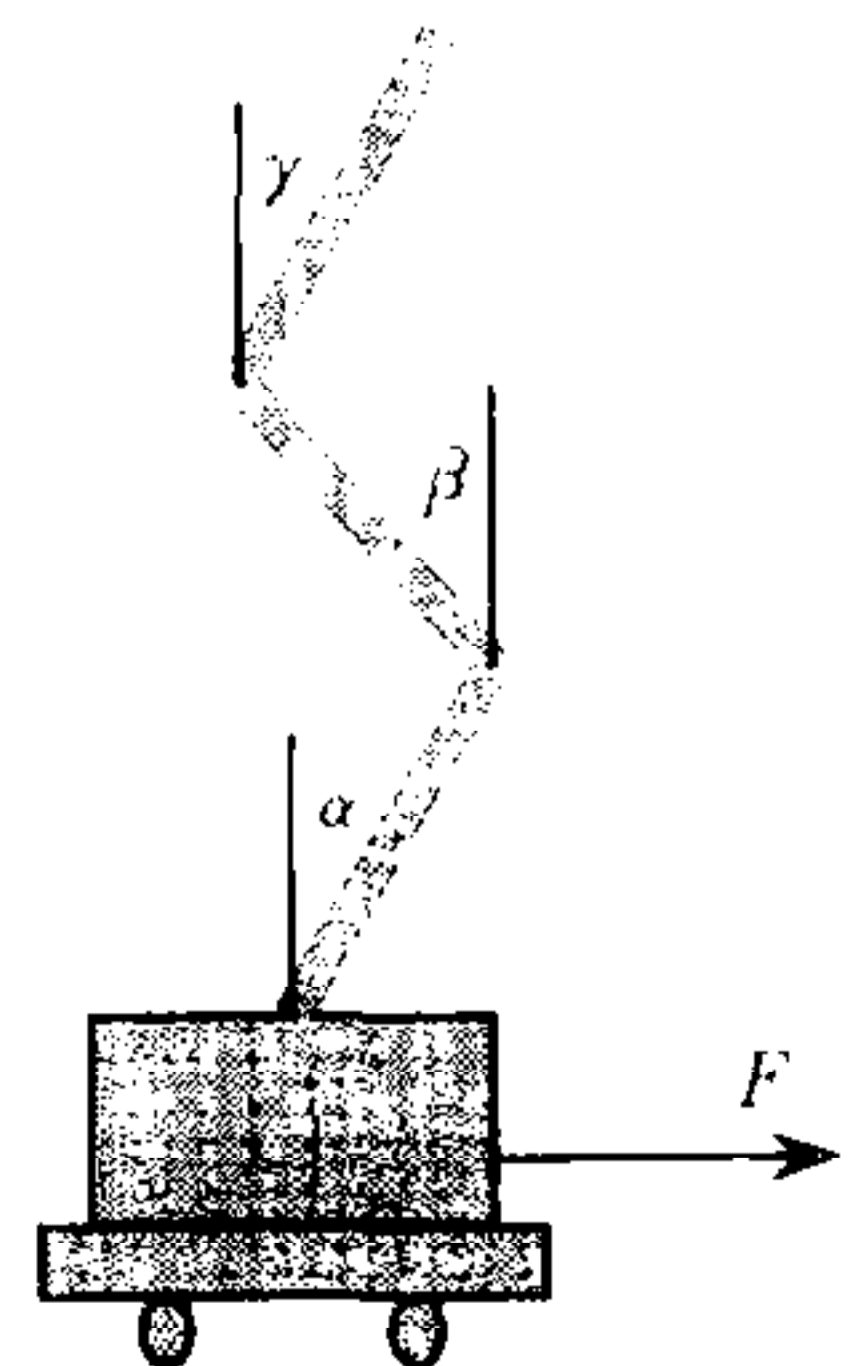


图 1 三级倒立摆

其中 $Ac = [a_1 \quad c \quad a_3 \quad a_4]$, $c = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$.

利用变步长一步预测控制进行三级倒立摆稳定控制时,首先将倒立稳定这个最终目标,转换成一个适于每一步实现的、包含最终目标的子目标;其次制定预测模型,通过系统当前状态和假设虚拟控制输入,利用变步长一步预测,预测下一步系统的状态;然后利用子目标形成优化性能指标,并利用专家系统选择优化性能指标的参数,对下一步状态进行优化;最后利用优化结果反推当前步虚拟控制输入.

对系统离散化,设可变步长为 $\lambda (\lambda > 0)$,取以下预测模型

$$[x_{k+1} \quad \alpha_{k+1} \quad \beta_{k+1} \quad \gamma_{k+1}] = [x_k \quad \alpha_k \quad \beta_k \quad \gamma_k] + \lambda [x'_k \quad \alpha'_k \quad \beta'_k \quad \gamma'_k] \quad (9)$$

$$[x'_{k+1} \quad \alpha'_{k+1} \quad \beta'_{k+1} \quad \gamma'_{k+1}] = [x'_k \quad \alpha'_k \quad \beta'_k \quad \gamma'_k] + \lambda [x''_k \quad \alpha''_k \quad \beta''_k \quad \gamma''_k] \quad (10)$$

倒立摆的稳定平衡就是要求系统的各个摆的角度、角速度、角加速度同时为零.当倒立摆处于非平衡位置时,如果角度和角速度在同一方向,倒立摆离开平衡位置,这种状态是不理想的;相反,如果角度和角速度方向相反,倒立摆向平衡位置靠拢,这种状态比较理想.而且由于处于高一级的摆比其下一级的摆应当拥有更高的控制优先权,为此定义三级倒立摆控制的子目标如下:

$$J_k = \min \{ (\alpha_{k+1} + b_1 \alpha'_{k+1})^2 + b_2 (\beta_{k+1} + b_1 \beta'_{k+1})^2 + b_3 (\gamma_{k+1} + b_1 \gamma'_{k+1})^2 \} \quad (11)$$

其中 $b_i (b_i > 0, i=1,2,3)$ 为可调参数, b_1 表示角度和角速度之间的权系数, b_2 和 b_3 分别是中间摆和最上端摆的权系数.当系统不断向平衡位置靠拢时,子控制目标将逐渐变小,当倒立摆处于平衡位置时子控制目标变为零.将式(10)和式(9)一起代入式(11),然后两端对 α''_k 求偏导并令 $dJ_k/d\alpha''_k = 0$,经过整理得系统当前输入量的解析表达式

$$\alpha''_k = \frac{\alpha_k + (\lambda + b_1)\alpha'_k + b_2 c_2 (\beta_k + \lambda \beta'_k + b_1 (\beta'_k + c_1)) + b_3 d_2 (\gamma_k + \lambda \gamma'_k + b_1 (\gamma'_k + \lambda d_1))}{-(b_1 \lambda + b_2 c_2 b_1 \lambda c_2 + b_3 d_2 b_1 \lambda d_2)} \quad (12)$$

这里 $(c_1 + c_2 \alpha''_k) = \beta'_k$; $(d_1 + d_2 \alpha''_k) = \gamma'_k$; c_1, c_2, d_1, d_2 可由数学模型导出.

从优化性能指标中任意取出一个平方项进行分析.不失一般性取式

$$(\alpha_k + \lambda \alpha'_k + b_1 (\alpha'_k + \lambda \alpha''_k))^2 = z \quad (13)$$

由于是平方项,故其值必不小于零.从式(11)可知, b_1 的大小决定摆角和角速度在优化性能指标中的比重,过大或者过小的 b_1 都不利于反映系统当前状态对平衡的影响,经过反复实验,选取 $b_1 = 0.045$.求平方式对 α''_k 的导数并令其等于零,得

$$\alpha''_k = (\alpha_k + (\lambda + b_1)\alpha'_k) / (-b_1 \lambda) \quad (14)$$

式(14)就是使平方项的值最小的 α''_k 值.当 $\lambda \ll b_1$ 成立时,式(14)右端分式可近似为 $(\alpha_k + b_1 \alpha'_k) / (-b_1 \lambda)$,由此得知 $|\lambda|$ 的变化和 $|\alpha''_k|$ 变化大小成反比.

在式(12)中 b_3, b_2 决定着相应平方项在优化性能指标当中所占的比重,即各摆角对优化性能指标影响力.权系数越大对优化性能指标的影响越大,系统对于相应摆的控制作用越强.如果 $b_3 \gg b_2 \gg 1$,系统对 γ 角的状态敏感,即对 γ 的控制最主要;如果 $b_3 > b_2 \gg 1$,系统对 γ 和 β 两角的状态都敏感,即系统主要控制上面二级摆稳定.

根据以上分析并结合控制三级倒立摆的一些经验,可以制定相应的专家系统,用来调整各个参数.由于规则数较多,以下仅列出主要规则:

- 1) 摆角相同或近似的情况下,最上端摆拥有最高的权系数,中间摆次之;
- 2) 对于不利于倒立平衡的,例如摆角过大的摆使用较高的权系数;
- 3) 随着所有摆角的减小,增大最上端摆和中间摆与最下端摆之间的权系数差;

- 4) 当 β_k 和 γ_k 角的变化都引起 J_k 增大时, 不改变相应角度的权系数值;
- 5) 当 β_k 变化引起 J_k 增大, γ_k 变化引起 J_k 减小时, $b_2 = 1.5 \times b_2$;
- 6) 当 β_k 变化引起 J_k 减小, γ_k 变化引起 J_k 增大时, $b_3 = 80 \times b_3$;
- 7) 当上面两个摆摆角摆幅很小而最下摆摆角摆幅较大时, 降低上面两摆角权系数值, 即当 $|\alpha_k / (|\beta_k| + |\gamma_k|)| > 8$ 时, 令 $b_3 = 50, b_2 = 20$;
- 8) 当 $\gamma_k \gamma'_k \leq 0$ 时希望 $|\alpha''_k|$ 较小, 预测步长 $\lambda = 0.006$, 当 $\gamma_k \gamma'_k > 0$ 时希望 $|\alpha''_k|$ 较大, 预测步长 $\lambda = 0.0006$.

4 仿真试验

选取如下参数在 VC++ 下进行三级倒立摆的仿真试验: $L_1 = L_2 = L_3 = 0.3\text{m}, m_1 = m_2 = m_3 = 0.1\text{kg}, M = 1\text{kg}$, 采样周期 $T = 0.001\text{s}$, 不考虑小车的位移. 初始角速度为零, 初始角度 $(\alpha_0 \ \beta_0 \ \gamma_0)$ 分别为 $(0 \ 0 \ 0.02\text{rad})$ 和 $(0 \ 0.03\text{rad} \ 0)$, 试验结果分别如图 2 和 3 所示. 三级倒立摆系统各摆依次进入稳定状态, 经过 30s 三级倒立摆进入稳定状态.

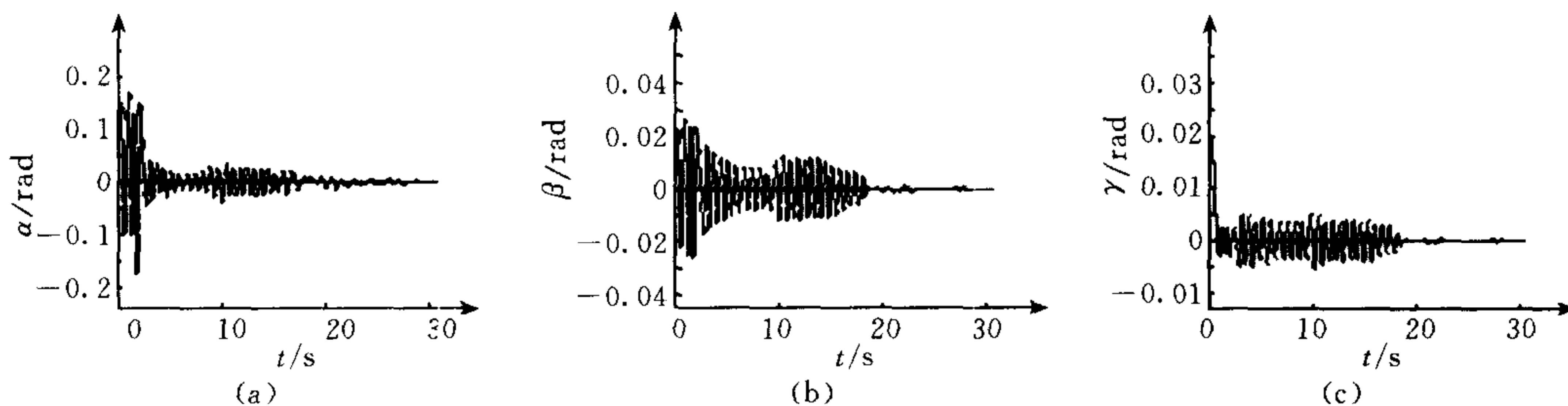


图 2 三级倒立摆稳定控制1

Fig. 2 Stability control 1 of triple inverted pendulum

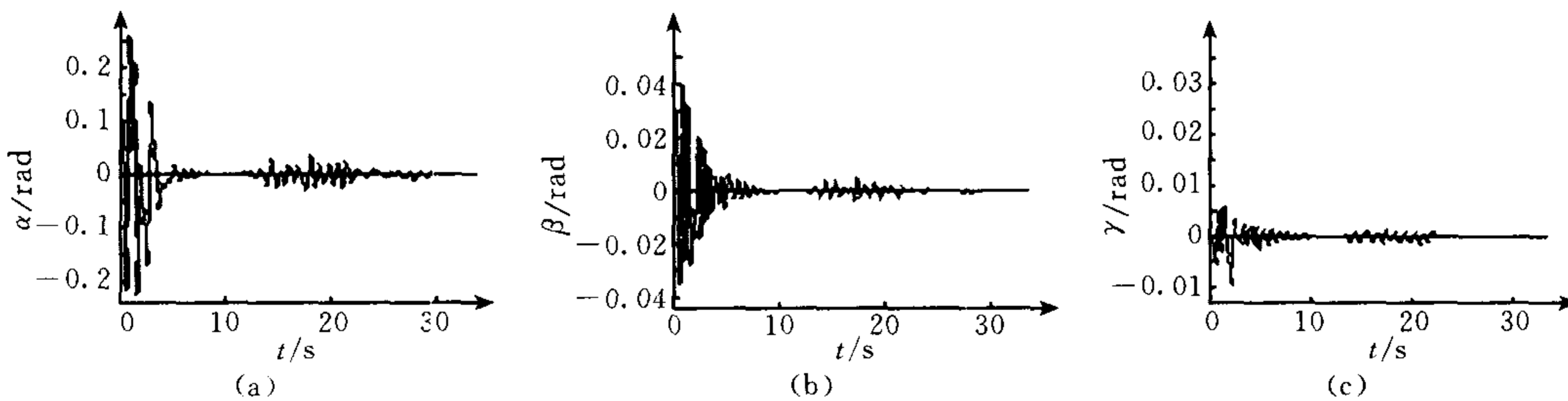


图 3 三级倒立摆稳定控制2

Fig. 3 Stability control 2 of triple inverted pendulum

当 β_0, γ_0 都为零的时候, α_0 的可控范围是 $(-0.31\text{rad} \sim 0.31\text{rad})$; 当 α_0, γ_0 都为零的时候, β_0 的可控范围是 $(-0.053\text{rad} \sim 0.053\text{rad})$; 当 α_0, β_0 都为零的时候, γ_0 的可控范围是 $(-0.02\text{rad} \sim 0.02\text{rad})$.

5 结束语

结合专家系统的变步长一步预测作为预测控制以及非线性系统控制理论的一种新方法, 在非线性欠驱动系统三级倒立摆的控制上得到了成功运用, 仿真试验证明该控制方法可

以使三级倒立摆实现稳定. 变步长一步预测充分地利用了预测过程对时间的不限定性, 从时间的角度上对预测模型进行优化, 为预测控制解决系统非线性问题提出了一条新的路径. 本方法没有繁杂的理论推导, 没有高阶运算, 它简便、直观, 尤其适用于实时控制.

References

- 1 Hu Yue-Ming. Nonlinear System Control Theory Apply. Beijing: Defense Industry Press, 2002. 1~4(in Chinese)
- 2 Lara-Rojo F, Sanchez E N, Cuevas E V. Real-time neurofuzzy control for an underactuated robot. In: Proceedings of IJCNN'99, 1999, 4: 2220~2225
- 3 Tsachouridis V A, Medrano-Cerda G A. Discrete-time H_∞ control of a triple inverted pendulum with single control input. In: IEE Proceedings of Control Theory Apply, 1999, 146(6): 567~577
- 4 Yang Ya-Wei, Zhang Ming-Lian. Stabilizing triple-inverted pendulum using computer. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2000, 26(3): 311~314(in Chinese)
- 5 Li De-Yi. The cloud control method and balancing patterns of triple link inverted pendulum systems. *Engineering Science*, 1999, 1(2): 41~46(in Chinese)
- 6 Huang Han-Zhou, Chen Huo-Ping, Han Guang-Sheng. Actuality of predictive control. *Journal of Beijing Polytechnic University*, 1997, 23(2): 123~129(in Chinese)
- 7 Cai Zhi-Xing. The Basic and Application of Intelligent Control. Beijing: Defense Industry Press, 2002. 1~4(in Chinese)
- 8 Mahmut Reyhanoglu, Arjan van der Schaft. Dynamics and control of a class of underactuated mechanical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(9): 1663~1669

朱江滨 中科院自动化研究所硕士研究生. 主要研究兴趣为智能控制.

(**ZHU Jiang-Bin** Master student at the Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His interests include intelligent control.)

易建强 北京理工大学力学工程系本科毕业, 日本九州工业大学自动控制系博士毕业, 工业博士. 现为中科院自动化研究所研究员, 博士生导师. 主要从事智能控制、机器人、机电一体化等领域的研究工作.

(**YI Jian-Qiang** Received his bachelor degree from Beijing Institute of Technology, and master and Ph. D. degree from Kyushu Institute of Technology, Japan. Now he is a professor at Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His interests include intelligent control, robotics, and mechatronics.)