带有未知扰动的非线性优化命题的可行性分析[1)]

余黎黎　　戴连奎

（浙江大学工业控制技术国家重点实验室 智能系统与决策研究所　杭州　310027）

（E-mail: lkdai@iipc. zju. edu. cn）

摘　要　针对带有未知扰动的非线性系统的优化问题，提出了一种新的可行性分析算法. 其不但能够判断非线性优化命题是否存在可行域，而且能够针对不存在可行域的情况，给出软约束边界调整的定量信息，在一个催化裂化模型上的仿真实验验证了该算法的有效性.

关键词　非线性，优化，可行性分析，催化裂化

中图分类号　TQ201

Feasibility Analysis of Nonlinear Optimization Systems with Unknown Disturbance

YU Li-Li　DAI Lian-Kui

(*National Key Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Intelligent Systems & Decision Making, Zhejiang University, Hangzhou* 310027)

(E-mail: lkdai@iipc. zju. edu. cn)

Abstract　The feasibility analysis problem of nonlinear optimization systems with unknown disturbance is addressed. A criteria for this kind of systems to be feasible is obtained, and an effective algorithm for feasibility analysis is proposed. Using the algorithm, "soft"constraints adjustment of the optimization system without a feasible region can be informed. Simulation results for a fluidized catalytic cracking(FCC) model have showed the validity of the algorithm.

Key words　Nonlinear, optimization, feasibility analysis, fluidized catalytic cracking (FCC) unit

1) 国家高技术研究发展计划资助

Supported by the National High-Tech Program of P. R. China(9845005)

收稿日期　2001-05-29　　收修改稿日期　2001-09-26

Received May 29, 2001; in revised form September 26, 2001

1 引言

在非线性系统特别是带有扰动的非线性系统优化的工业应用中,优化命题的可行性分析是一类非常实际的问题.能够尽可能高地提高产量或质量指标是装置操作者通常所怀有的主观意愿,然而,不可否认在某些时候操作者所给定的反映目标的软约束[1]是不合理的.即便操作者原先给定的软约束合理,但由于系统中进入不可测扰动的关系,仍有可能造成优化命题在设定的软约束条件下找不到可行域.一个有效的优化系统应能自动根据变化的情况对用户设定的要求进行检验,如果不合理,则相应调整软约束以得到可行的控制.

关于确定性线性系统可行性问题的研究,近年来的文献中已有不少的报导.席裕庚[2]从复杂工业过程优化控制的实际应用背景出发,讨论了线性时不变多变量系统的可行性问题,给出了判断可行性及调整软约束的统一算法.戴连奎[3]针对线性时不变系统的稳态约束优化控制问题,提出了一种可行性分析算法,基于该算法,不仅可以判断稳态约束优化控制问题是否存在可行解,还可以直接求取约束控制的可行区域.

本文针对带有未知扰动的非线性系统的优化问题,提出了一种新的可行性分析算法.该算法不但能够判断非线性优化命题是否存在可行域,而且能够针对不存在可行域的情况,给出软约束边界调整的定量信息.

2 非线性优化命题的可行性分析

对于一个典型的非线性多目标优化命题

$$\begin{aligned} \min \quad & J(Y,U,W) \\ \text{s.t.} \quad & Y = G(U,W) \in [Y_{\min}, Y_{\max}] \\ & U \in [U_{\min}, U_{\max}] \end{aligned} \tag{1}$$

其中 $U\in R^n$ 为优化决策变量,$W\in R^p$ 为外界扰动,$Y\in R^m$ 为约束变量,m 为受约束条件数目.若存在某一 $U\in[U_{\min},U_{\max}]$ 满足 $Y\in[Y_{\min},Y_{\max}]$,则称优化命题(1)对扰动 W 存在可行解,或者说对于扰动 W 优化命题(1)是可行的.

定理 1. 优化命题(1)对于扰动 W 是可行的,其必要充分条件是,对于某一确定的外界扰动 W,非线性规划问题

$$\begin{aligned} \min \quad & J = C_1^{\mathrm{T}}\Delta Y_1 + C_2^{\mathrm{T}}\Delta Y_2 \,(C_1 > 0_{m\times 1},\ C_2 > 0_{m\times 1}) \\ \text{s.t.} \quad & Y = G(U,W) \in [Y_{\min} - \Delta Y_1, Y_{\max} + \Delta Y_2] \\ & U \in [U_{\min}, U_{\max}] \\ & \Delta Y_1 \geqslant 0_{m\times 1}, \quad \Delta Y_2 \geqslant 0_{m\times 1} \end{aligned} \tag{2}$$

存在最优解 $J=0$.

证明. 先证其充分性.若非线性规划问题(2)存在最优解 $J=0$,由 $C_{1i}>0, C_{2i}>0$ 以及 $\Delta Y_{1i}\geqslant 0, \Delta Y_{2i}\geqslant 0\,(i=1,2,\cdots,m)$ 可知,$\Delta Y_{1i}=0, \Delta Y_{2i}=0\,(i=1,2,\cdots,m)$,则对任一 $U^*\in[U_{\min},U_{\max}]$,与 U^* 相应的 $Y\in[Y_{\min},Y_{\max}]$,原命题(1)存在可行域.

再证其必要性.若原优化命题(1)存在可行域,则非线性规划问题(2)存在最优解 $J=0$.现用反证法来证明.假设 $J\neq 0$,由于 $C_{1i}>0, C_{2i}>0$ 以及 $\Delta Y_{1i}\geqslant 0, \Delta Y_{2i}\geqslant 0\,(i=1,2,\cdots,m)$,

所以对任一 $U^*\in[U_{\min},U_{\max}]$，必存在与 U^* 相应的 j，$j\in\{1,2,\cdots m\}$，使得 $Y_j=G_j(U^*,W)=Y_{\min j}-\Delta Y_{1j}(\Delta Y_{1j}>0)$，或者，$Y_j=G_j(U^*,W)=Y_{\max j}+\Delta Y_{2j}(\Delta Y_{2j}>0)$，于是 $Y\notin[Y_{\min},Y_{\max}]$，即原优化命题(1)不存在可行域. 这与前提条件相矛盾，因而非线性规划问题(2)存在最优解 $J=0$.　　证毕.

3　带有扰动的非线性优化命题的可行性分析算法

由定理 1 可知，非线性优化命题的可行性分析问题可转化为求解非线性规划问题式(2). 若令 $U=U^{(0)}$，$\Delta Y_{1i}=\Delta Y_{1i}^{(0)}=\max\{0,-G_i(U^{(0)},W)+Y_{i\min}\}$，$\Delta Y_{2i}=\Delta Y_{2i}^{(0)}=\max\{0,G_i(U^{(0)},W)-Y_{i\max}\}(i=1,2,\cdots,m)$，则问题(2)一定存在可行解 $[U^{(0)T}\ \Delta Y_{11}\ \cdots\ \Delta Y_{1m}\ \Delta Y_{21}\ \cdots\ \Delta Y_{2m}]^{\mathrm{T}}$. 本文借鉴了可行方向法[4]的思想并在此基础上作了改进，采用一维搜索代替求解非线性方程，给出了一种适合计算机运行的可行性分析算法，其具体步骤如下：

1)给出初始点 $U^{(0)}$，$\Delta Y_1^{(0)}$，$\Delta Y_2^{(0)}$，$k\Leftarrow 0$；给定 $\delta>0_{n\times 1}$，$\varepsilon>0$，$\alpha_0>0$；

2)求解线性规划问题

$$\begin{aligned}
\max\quad & z \\
\text{s.t.}\quad & C_1^{\mathrm{T}}d_{\Delta Y1}+C_2^{\mathrm{T}}d_{\Delta Y2}\leqslant -z \\
& Y^{(k)}+\Delta Y_1^{(k)}-Y_{\min}+\nabla_U^{\mathrm{T}}Y^{(k)}d_U+d_{\Delta Y1}\geqslant z\times 1_{m\times 1} \\
& -Y^{(k)}+\Delta Y_2^{(k)}+Y_{\max}-\nabla_U^{\mathrm{T}}Y^{(k)}d_U+d_{\Delta Y2}\geqslant z\times 1_{m\times 1} \\
& \Delta Y_1^{(k)}+d_{\Delta Y1}\geqslant z\times 1_{m\times 1},\ \Delta Y_2^{(k)}+d_{\Delta Y2}\geqslant z\times 1_{m\times 1} \\
& U^{(k)}+d_U-U_{\min}\geqslant 0_{n\times 1},\ -U^{(k)}-d_U+U_{\max}\geqslant 0_{n\times 1} \\
& -\delta_{n\times 1}\leqslant d_U\leqslant \delta_{n\times 1},\ -1_{m\times 1}\leqslant d_{\Delta Y1}\leqslant 1_{m\times 1},\ -1_{m\times 1}\leqslant d_{\Delta Y2}\leqslant 1_{m\times 1} \\
& z\geqslant 0
\end{aligned}$$

令其解为 $d_U^{(k)}$，$d_{\Delta Y1}^{(k)}$，$d_{\Delta Y2}^{(k)}$，$z^{(k)}$，其中 $\delta_{n\times 1}$ 为优化变量步长限幅；

3)令 $U^{(k+1)}=U^{(k)}+d_U^{(k)}$，$\Delta Y_1^{(k+1)}=\Delta Y_1^{(k)}+d_{\Delta Y1}^{(k)}$，$\Delta Y_2^{(k+1)}=\Delta Y_2^{(k)}+d_{\Delta Y2}^{(k)}$

i) 当约束条件 $\begin{cases}Y^{(k+1)}+\Delta Y_1^{(k+1)}-Y_{\min}\geqslant 0_{m\times 1}\\ -Y^{(k+1)}+\Delta Y_2^{(k+1)}+Y_{\max}\geqslant 0_{m\times 1}\end{cases}$ 全部满足时，

若 $J=0$，则原优化命题(1)存在可行域；若 $J>0$，当 $|\Delta Y_{1i}^{(k+1)}-\Delta Y_{1i}^{(k)}|(i=1,2,\cdots,m)$ 均小于 ε 或者 $|\Delta Y_{2i}^{(k+1)}-\Delta Y_{2i}^{(k)}|(i=1,2,\cdots,m)$ 均小于 ε，则原优化命题不存在可行域，$\Delta Y_{1i}^{(k+1)}$ 或 $\Delta Y_{2i}^{(k+1)}$ 给出约束边界调整的定量信息；否则，$k\Leftarrow k+1$，转 2)继续迭代；

ii) 若约束条件 $\begin{cases}Y^{(k+1)}+\Delta Y_1^{(k+1)}-Y_{\min}\geqslant 0_{m\times 1}\\ -Y^{(k+1)}+\Delta Y_2^{(k+1)}+Y_{\max}\geqslant 0_{m\times 1}\end{cases}$ 中至少有一个不能满足，

令 $U^{(k+1)}=U^{(k)}$，$\Delta Y_1^{(k+1)}=\Delta Y_1^{(k)}$，$\Delta Y_2^{(k+1)}=\Delta Y_2^{(k)}$，$d_U^{(k+1)}=d_U^{(k)}/2$，$d_{\Delta Y1}^{(k+1)}=d_{\Delta Y1}^{(k)}/2$，$d_{\Delta Y2}^{(k+1)}=d_{\Delta Y2}^{(k)}/2$，$k\Leftarrow k+1$，转 3)继续迭代.

4　仿真研究

本文以文献[5]中的催化裂化仿真系统为对象进行仿真研究. 其中稳定汽油收率为优化目标函数，选择提升管出口温度(T_{RA})和原料加热炉出口温度(T_{TF})为优化变量，从而得到

以下的优化命题

$$
\begin{aligned}
\max \quad & y_{\mathrm{GA}} = f(T_{\mathrm{RA}}, T_{\mathrm{TF}}, W) \\
\text{s.t.} \quad & y_{\mathrm{GAS}} = g_1(T_{\mathrm{RA}}, T_{\mathrm{TF}}, W) \geqslant y_{\mathrm{GAS}}^L \\
& y_{\mathrm{DO}} = g_2(T_{\mathrm{RA}}, T_{\mathrm{TF}}, W) \geqslant y_{\mathrm{DO}}^L \\
& T_{\mathrm{RA}}^L \leqslant T_{\mathrm{RA}} \leqslant T_{\mathrm{RA}}^U, \quad T_{\mathrm{TF}}^L \leqslant T_{\mathrm{TF}} \leqslant T_{\mathrm{TF}}^U
\end{aligned} \tag{3}
$$

这里 y_{GA}——目标函数,稳定汽油收率;

$y_{\mathrm{GAS}}, y_{\mathrm{DO}}, y_{\mathrm{GAS}}^L, y_{\mathrm{DO}}^L$——液化气、轻柴油收率及规定的下限值;

$T_{\mathrm{RA}}^U, T_{\mathrm{RA}}^L, T_{\mathrm{TF}}^U, T_{\mathrm{TF}}^L$——优化变量的上下限;

W——影响该装置产品分布的其他因素,如原料油性质、装置处理量等.

对命题(3)进行可行性分析,写出可行性分析非线性规划命题如下:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & c_1 \Delta y_{\mathrm{GAS}} + c_2 \Delta y_{\mathrm{DO}} (c_1 > 0, c_2 > 0) \\
\text{s.t.} \quad & y_{\mathrm{GAS}} - y_{\mathrm{GAS}}^L \geqslant -\Delta y_{\mathrm{GAS}}, \; y_{\mathrm{DO}} - y_{\mathrm{DO}}^L \geqslant -\Delta y_{\mathrm{DO}} \\
& \Delta y_{\mathrm{GAS}} \geqslant 0, \; \Delta y_{\mathrm{DO}} \geqslant 0 \\
& T_{\mathrm{RA}}^L \leqslant T_{\mathrm{RA}} \leqslant T_{\mathrm{RA}}^U, \; T_{\mathrm{TF}}^L \leqslant T_{\mathrm{TF}} \leqslant T_{\mathrm{TF}}^U
\end{aligned}
$$

采用上述可行性分析算法进行仿真计算,分别进行了两组实验,令 $c_1 = c_2 = 1$.

实验 1. 约束条件中,轻柴油收率规定的下限值为 13.5%,液化气收率规定的下限值为 25%,T_{RA}的操作范围为 505.3°~515.3°,T_{TF}的操作范围为 310°~330°,仿真曲线如图 1 所示. 仿真结果显示,当迭代收敛时,液化气收率不能满足规定的下限值,表明在规定的收率下限条件下,原优化命题(3)不存在可行域. 迭代收敛时液化气的收率给出了其下限调整的定量信息,即液化气的收率应被调整至 20.5%以下.

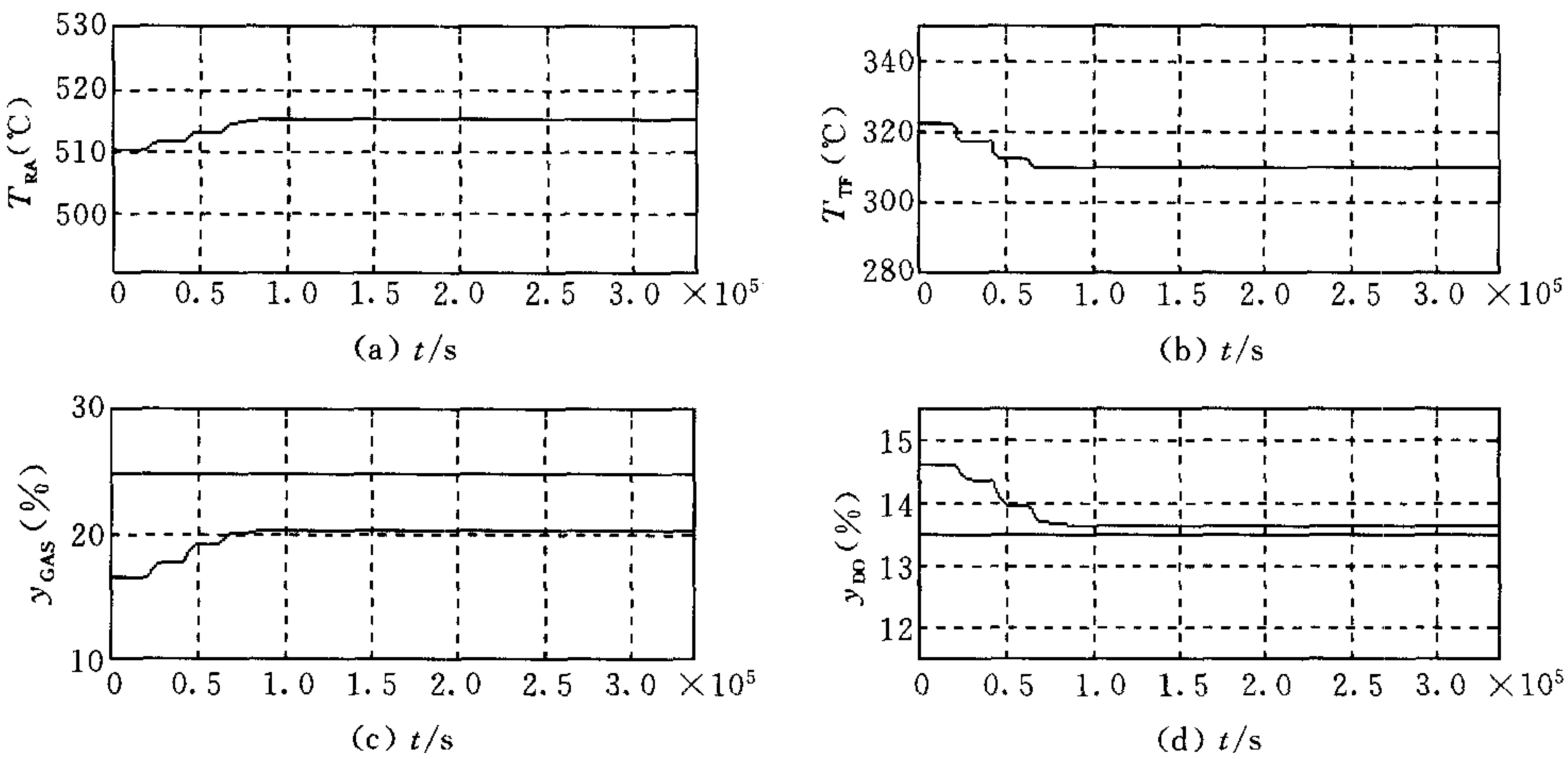

图 1 实验1仿真曲线

Fig. 1 Simulation results to Experiment 1

实验 2. 液化气收率下限改为 20%,其他条件同上,仿真曲线如图 2 所示. 当迭代首次达到收敛时,液化气和轻柴油收率均满足规定的下限值,表明在规定的收率下限条件下,原优化命题(3)存在可行域. 此时施加一个进料结碳率(F_{CF})的扰动. 当迭代再度达到收敛时,液化气的收率不能满足规定的下限值,这表明过去所给的液化气收率下限条件在当前情况下已不合适,该约束条件应被适当调整到液化气收率曲线稳定位置 19.4%以下.

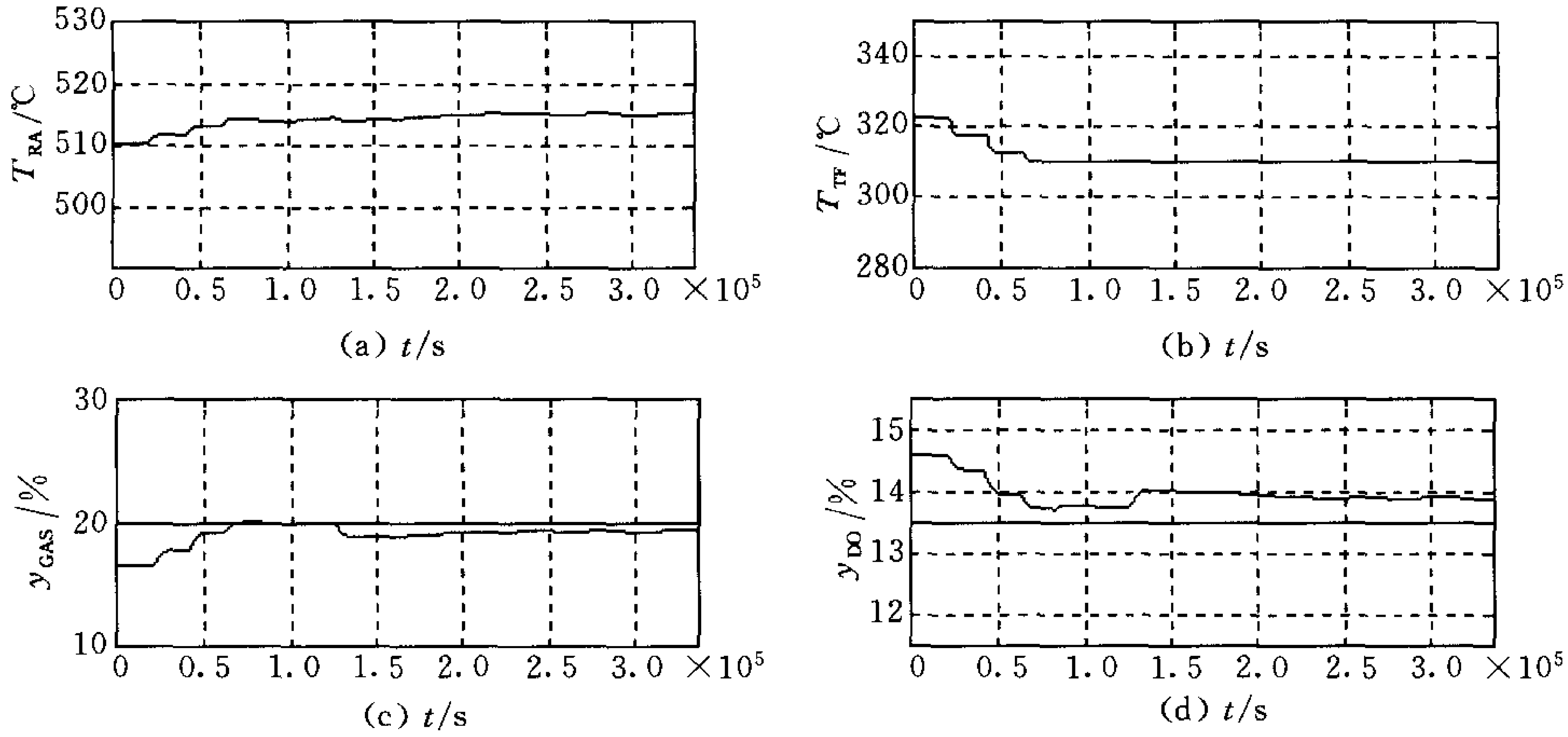

图 2　实验 2 仿真曲线

Fig. 2　Simulation results to Experiment 2

上述仿真实验验证了该可行性分析算法的有效性，显示了其在非线性优化系统的设计与实施中所具有的重大实用价值.

References

1　Xi Yu-Geng, Li Kang. Feasibility analysis of constrained multi-objective multi-degree-of-freedom optimization(CMMO) control in industrial processes. *Control Theory and Application*, 1995, **12**(5): 590～596(in Chinese)

2　Xi Yu-Geng, Gu Han-Yu. Feasibility analysis and soft constraints adjustment of CMMO. *Acta Automatica Sinica*, 1998, **24**(6): 728～731(in Chinese)

3　Dai Lian-Kui, Li Xiao-Dong. A new method of feasibility analysis of steady constrained optimization systems. *Control Theory and Application*, 1999, **15**(6): 925～928(in Chinese)

4　Ma Zhen-Hua. Application Handbook of Modern Mathematics: Operation Research and Optimization Theory. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 151～157(in Chinese)

5　Yu Li-Li, Dai Lian-Kui. A databased FCC on-line steady state optimization system. *Journal of Xiamen University (Natural Science)*, 2001, **40**(Supplement 1): 127～132(in Chinese)

余黎黎　现为浙江大学智能系统与决策研究所硕士研究生. 研究方向为复杂过程的建模与优化.

(**YU Li-Li**　Master student in the Control Department at Zhejiang University. Her research interests include modeling and optimization of complex systems.)

戴连奎　1993 年获博士学位，现为浙江大学副教授. 目前主要研究方向为复杂工业过程的建模、控制与优化.

(**DAI Lian-Kui**　Received his Ph. D. degree in 1993. He is currently an associated professor in the Control Department at Zhejiang University. His research interests include modeling and control and optimization of complex systems.)