线性不确定时滞系统的可靠保性能鲁棒控制[1)]

贾新春 郑南宁 张元林
(西安交通大学人工智能与机器人研究所 西安 710049)
(E-mail: xchjia@aiar.xjtu.edu.cn)

摘 要 研究了含有故障执行器的线性不确定时滞系统的可靠保性能鲁棒控制问题.执行器故障模型概括了执行器正常、执行器部分退化和执行器完全失效三种情况,系统的性能函数是带有故障输入项的积分二次函数.利用 Lyapunov 稳定理论及矩阵不等式方法,得到了系统存在可靠保性能鲁棒控制器的代数矩阵不等式(AMI)形式的充分条件和控制器的设计方法,给出了系统的一个可保性能的表达式.基于 LMI 方法,给出了 AMI 的一个求解算法.一个数值例子说明结论的可行性.

关键词 不确定时滞系统,执行器故障,可靠控制,保性能控制,AMI 方法
中图分类号 TP273

Reliable Guaranteed Cost Robust Control for Linear Uncertain Time-Delay Systems

JIA Xin-Chun Zheng Nan-Ning ZHANG Yuan-Lin
(*Institute of Artificial Intelligence & Robotics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049)
(E-mail: xchjia@aiar.xjtu.edu.cn)

Abstract The problem of the reliable guaranteed cost robust control for a class of linear uncertain time-delay systems containing actuator failures is studied. A general model of actuator failures is adopted, which covers normal operation, partial degradation and outage. The cost function of the systems is given in terms of integral quadratic function containing failure controls. By using the Lyapunov stable theory and matrix inequality approach, a sufficient condition of the existence of the reliable guaranteed cost robust controller for the systems is put forward by the solvability of algebraic matrix inequalities(AMI), and a guaranteed cost of the resulting closed-loop systems is obtained. Based on LMI approach, an algorithm for solving the AMI is presented. A numerical example is presented and some analysis results show that the results are efficient.

Key words Uncertain time-delay systems, actuator failures, reliable control, guaranteed cost control, AMI approach

1) 国家自然科学基金(60024301,60175006)资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China(60024301,60175006)
收稿日期 2001-11-01 收修改稿日期 2002-03-18
Received November 1, 2001; in revised form March 18, 2002

1 引言

时滞系统的鲁棒分析及鲁棒综合问题的研究已经有了相当的进展，并取得了许多有意义的结论和方法[1~3]. 不确定系统的保性能控制概念首先是由文献[1]提出的，其后又有不少的研究工作[4,5]. 文献[6]研究了时滞系统的保性能控制，但未考虑出现执行器故障情况.

不确定系统可靠控制[7,8]是保证闭环系统能容忍部分控制元件故障和保留系统的重要性质. 然而，以往设计方法都是基于假设故障元件是完全失效. 最近 Yang[9]提出一个执行器故障模型，研究了不确定非线性系统的可靠保性能控制问题，但其结论不易实现.

2 问题描述

考虑如下含有故障执行器的线性不确定时滞系统

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{x}}(t)=[A+\Delta A(t)]\boldsymbol{x}(t)+[A+\Delta A_d(t)]\boldsymbol{x}(t-d)+[B+\Delta B(t)]\boldsymbol{u}^F(t)\\&\boldsymbol{x}(\theta)=\boldsymbol{\varphi}(\theta),\theta\in[-d^*,0]\end{aligned}\tag{1}$$

这里 $\boldsymbol{x}(t)\in R^n$，$\boldsymbol{u}(t)\in R^m$分别为系统的状态和控制输入；A,A_d,B 是已知定常矩阵；$\Delta A(t)$，$\Delta B(t)$，$\Delta A_d(t)$是系统的不确定量；系统的状态时滞 d 是定常的、未知的、有界正数，$0\leqslant d\leqslant d^*$，$d^*$ 为已知正数. 系统的初始状态函数 $\boldsymbol{\varphi}(\theta)\in L^2[-d^*,0]$. $u_i^F(t)$是系统的实际控制输入，定义如下：

$$u_i^F(t)=\bar{\alpha}_i u_i(t)+\psi_i(u_i),\ \psi_i^2(u_i)\leqslant\breve{\alpha}_i^2u_i^2(t),\ i=1,2,\cdots,m\tag{2}$$

这里 $\psi_i(u_i)$是 u_i的未知、有界的、勒贝格可测函数；$\bar{\alpha}_i$，$\breve{\alpha}_i$是已知正常数，$\bar{\alpha}_i\geqslant\breve{\alpha}_i\geqslant0$. 记 $\bar{\alpha}=\mathrm{diag}\{\bar{\alpha}_1,\cdots,\bar{\alpha}_m\}$，$\breve{\alpha}=\mathrm{diag}\{\breve{\alpha}_1,\cdots,\breve{\alpha}_m\}$，$\boldsymbol{u}^F(t)=[u_1^F,\cdots,u_m^F]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\psi}(u)=[\psi_1(u_1),\cdots,\psi_m(u_m)]^{\mathrm{T}}$，

$$\boldsymbol{u}^F(t)=\bar{\alpha}\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{u}),\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{u})\leqslant\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(t)\breve{\alpha}^2\boldsymbol{u}(t),\ \bar{\alpha}\geqslant\breve{\alpha}\geqslant0\tag{3}$$

当 $\bar{\alpha}_i=1$，$\breve{\alpha}_i=0$ 时，它对应于执行器正常情况 $u_i^F(t)=u_i(t)$；当 $\bar{\alpha}_i=\breve{\alpha}_i$时，它包括执行器完全失效情况. 如果 $\bar{\alpha}_i>\breve{\alpha}_i$，它对应着执行器部分故障情况. 设系统不确定量具有如下结构：

$$\begin{aligned}&[\Delta A(t),\Delta A_d(t),\Delta B(t)]=DF(t)[E_1,E_d,E_2],\\&F^{\mathrm{T}}(t)F(t)\leqslant I,\ F(t)\in R^{p\times q}\end{aligned}\tag{4}$$

这里矩阵 $F(t)\in L^2[0,+\infty)$是未知的、范数有界的矩阵函数；矩阵 D,E_1,E_d,E_2是已知定常矩阵.

对系统(1)，选取如下性能函数

$$J=\int_0^{\infty}\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)Q_0\boldsymbol{x}(t)+[\boldsymbol{u}^F(t)]^{\mathrm{T}}Q_1\boldsymbol{u}^F(t)\}\mathrm{d}t\tag{5}$$

其中矩阵 $Q_0>0$，$Q_1>0$ 是对称正定阵，且 Q_1 为对角矩阵.

系统(1)经状态反馈 $\boldsymbol{u}(t)=K\boldsymbol{x}(t)$，闭环系统为

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{x}}(t)=[A+\Delta A(t)+(B+\Delta B(t))\bar{\alpha}K]\boldsymbol{x}(t)+[A_d+\Delta A_d(t)]\boldsymbol{x}(t-d)+[B+\Delta B(t)]\boldsymbol{\psi}(K\boldsymbol{x}),\\&\boldsymbol{x}(\theta)=\boldsymbol{\varphi}(\theta),\theta\in[-d^*,0]\end{aligned}\tag{6}$$

问题：考虑含有执行器故障(2)的线性不确定时滞系统(1). 如果存在 $\boldsymbol{u}(t)=K\boldsymbol{x}(t)$和正常数 J^*，对所有容许不确定量(4)，闭环系统(6)都是二次鲁棒稳定的，且 $J\leqslant J^*$，则称 J^*为系统(1)的可保性能，称 $\boldsymbol{u}(t)=K\boldsymbol{x}(t)$为系统(1)的一个可靠的保性能鲁棒控制器(RGCRC).

3 可靠保性能鲁棒控制器的设计

引理 1[10]. 设 $\boldsymbol{a}(t),\boldsymbol{b}(t)\in R^n$，则对任意 $\varepsilon>0$，有 $2\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{b}(t)\leqslant\varepsilon\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{a}(t)+\varepsilon^{-1}\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{b}(t)$.

引理 2[10]. 设 $F(t)$满足 $F^{\mathrm T}(t)F(t)\leqslant I$,矩阵 B,D,E 为适当维数的矩阵,则对满足$(I-\varepsilon E^{\mathrm T}E)>0$ 的任意 $\varepsilon>0$,有$(B+DF(t)E)(B+DF(t)E)^{\mathrm T}\leqslant B(I-\varepsilon E^{\mathrm T}E)^{-1}B^{\mathrm T}+\varepsilon^{-1}DD^{\mathrm T}$.

引理 3[11]. 给定矩阵 H,E 和对称矩阵 $Q<0$,则对任意的 $F(t):F^{\mathrm T}(t)F(t)\leqslant I$,不等式 $Q+HF(t)E+E^{\mathrm T}F^{\mathrm T}(t)H^{\mathrm T}<0$ 成立的充要条件是存在某 $\varepsilon>0$,不等式 $Q+\varepsilon HH^{\mathrm T}+\varepsilon^{-1}E^{\mathrm T}E<0$ 成立.

定理 1. 如果存在对称正定矩阵 $P,R\in R^{n\times n}$,矩阵 $K\in R^{n\times m}$和常数 $\varepsilon_1>0,\varepsilon_2>0$,使得对满足式(4)的所有容许不确定量,都有下式成立

$$\begin{bmatrix}\Sigma & P(A_d+\Delta A_d)\\(A_d+\Delta A_d)^{\mathrm T}P & -R\end{bmatrix}<0 \tag{7}$$

这里 $\Sigma=Q_0+K^{\mathrm T}\breve{\alpha}^2K+K^{\mathrm T}\bar{Q}_1K+R+P[(A+\Delta A)+(B+\Delta B)\bar{\alpha}K]+[(A+\Delta A)+(B+\Delta B)\bar{\alpha}K]^{\mathrm T}P+PB(I-\varepsilon_1E_2^{\mathrm T}E_2)^{-1}B^{\mathrm T}P+\varepsilon_1^{-1}PDD^{\mathrm T}P,\bar{Q}_1=\bar{\alpha}Q_1\bar{\alpha}+\varepsilon_2\bar{\alpha}Q_1^2\bar{\alpha}+\varepsilon_2^{-1}\breve{\alpha}^2+\breve{\alpha}Q_1\breve{\alpha}$,则 $\boldsymbol{u}(t)=K\boldsymbol{x}(t)$是系统(1)的一个 RGCRC,并且系统(1)关于性能函数(5)的一个可保性能为 $J^*=\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(0)P\boldsymbol{\varphi}(0)+\int_{-d^*}^{0}\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(\theta)R\boldsymbol{\varphi}(\theta)\mathrm{d}\theta$.

证明. 对系统(6),选取李雅谱诺夫函数 $V(\boldsymbol{x}_t,t)=\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm T}P\boldsymbol{x}(t)+\int_{t-d}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(\theta)R\boldsymbol{x}(\theta)\mathrm{d}\theta$, $V(\cdot)$沿着闭环系统(6)的状态轨迹关于 t 的导数记为 $L(\boldsymbol{x}_t,t)$,则有 $L(\boldsymbol{x}_t,t)=2\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)P\cdot[(A+\Delta A)+(B+\Delta B)\bar{\alpha}K]\boldsymbol{x}(t)+2\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)P(B+\Delta B)\boldsymbol{\psi}(K\boldsymbol{x}(t))+2\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)P(A_d+\Delta A_d)\boldsymbol{x}(t-d)+\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)R\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t-d)R\boldsymbol{x}(t-d)$. 由引理 1 和引理 2 有 $2\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)P(B+\Delta B)\boldsymbol{\psi}(K\boldsymbol{x}(t))=2\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)P(B+DF(t)E_2)\boldsymbol{\psi}(K\boldsymbol{x}(t))\leqslant\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)\{PB(I-\varepsilon_1E_2^{\mathrm T}E_2)^{-1}B^{\mathrm T}P+\varepsilon_1^{-1}PDD^{\mathrm T}P+K^{\mathrm T}\breve{\alpha}^2K\}\boldsymbol{x}(t)$. 进一步有

$$L(\boldsymbol{x}_t,t)\leqslant[\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t),\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t-d)]\begin{bmatrix}\Sigma-Q_0-K^{\mathrm T}\bar{Q}_1K & P(A_d+\Delta A_d)\\(A_d+\Delta A_d)^{\mathrm T}P & -R\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\\boldsymbol{x}(t-d)\end{bmatrix}$$

由式(7)得,对任意的非零向量 $\boldsymbol{x}(t)\in R^n$, 不等式

$$L(\boldsymbol{x}_t,t)\leqslant\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)(-Q_0-K^{\mathrm T}\bar{Q}_1K)\boldsymbol{x}(t)<0 \tag{8}$$

成立,即系统(6)是鲁棒二次稳定.

对不等式(8)的两边从 0 到 $\tau(>0)$积分,并利用初始条件可得

$$-\int_0^{\tau}[\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)[Q_0+K^{\mathrm T}\bar{Q}_1K]\boldsymbol{x}(t)\mathrm{d}t\geqslant\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(\tau)P\boldsymbol{x}(\tau)-\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(0)P\boldsymbol{\varphi}(0)+\int_{\tau-d}^{\tau}\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(\theta)R\boldsymbol{x}(\theta)\mathrm{d}\theta-\int_{-d}^{0}\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(\theta)R\boldsymbol{\varphi}(\theta)\mathrm{d}\theta$$

令 $\tau\to\infty$,进一步有 $\int_0^{\infty}\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)[Q_0+K^{\mathrm T}\bar{Q}_1K]\boldsymbol{x}(t)\mathrm{d}t\leqslant\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(0)P\boldsymbol{\varphi}(0)+\int_{-d^*}^{0}\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(t)R\boldsymbol{\varphi}(t)\mathrm{d}\theta$. 另外,考虑式(5)中的$[\boldsymbol{u}^F(t)]^{\mathrm T}Q_1\boldsymbol{u}^F(t)$, 由式(2),(3)及引理 1, 经计算可得

$$[\boldsymbol{u}^F(t)]^{\mathrm T}Q_1\boldsymbol{u}^F(t)=[\bar{\alpha}\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{u}(t))]^{\mathrm T}Q_1[\bar{\alpha}\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{u}(t))]\leqslant\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)K^{\mathrm T}\bar{Q}_1K\boldsymbol{x}(t) \tag{9}$$

综合上述结论,得 $J\leqslant\int_0^{\infty}\{\boldsymbol{x}^{\mathrm T}(t)[Q_0+K^{\mathrm T}\bar{Q}_1K]\boldsymbol{x}(t)\}\mathrm{d}t\leqslant J^*$. 　　证毕.

定理 2. 考虑含有故障执行器的线性不确定时滞系统(1). 存在对称正定矩阵 $P,R\in R^{n\times n}$和矩阵 $K\in R^{n\times m}$,常数 $\varepsilon_1>0,\varepsilon_2>0$, 使得矩阵不等式(7)成立的充分必要条件是:存在正常数 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3$、矩阵 $Y\in R^{m\times n}$及对称正定矩阵 $X,V\in R^{n\times n}$,使得下述 AMI 成立

$$\begin{bmatrix} \Pi & A_dV & (E_1X+E_2\bar{\alpha}Y)^{\mathrm{T}} & S \\ VA_d^{\mathrm{T}} & -V & VE_d^{\mathrm{T}} & 0 \\ (E_1X+E_2\bar{\alpha}Y) & E_dV & -\varepsilon_3 I & 0 \\ S^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & Z \end{bmatrix} < 0 \tag{10}$$

其中 $\Pi=(AX+XA^{\mathrm{T}})+(Y^{\mathrm{T}}\bar{\alpha}B^{\mathrm{T}}+B\bar{\alpha}Y)^{\mathrm{T}}+\varepsilon_3 DD^{\mathrm{T}}$，$Z=\mathrm{diag}\{\varepsilon_1 E_2^{\mathrm{T}}E_2-I,-\varepsilon_1 I,-V,-Q_0^{-1},-\bar{Q}^{-1}\}$，$S=[B,D,X,X,Y^{\mathrm{T}}]$，$\bar{Q}=\bar{Q}_1+\breve{\alpha}^2$. 如果 AMI(10)有一可行解：正常数 ε_1，ε_2，ε_3、矩阵 $Y\in R^{m\times n}$ 和正定对称阵 $X,V\in R^{n\times n}$，则 $\boldsymbol{u}(t)=YX^{-1}\boldsymbol{x}(t)$ 是系统(1)的一个 RGCRC，一个可保性能为

$$J^*=\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(0)X^{-1}\boldsymbol{\varphi}(0)+\int_{-d^*}^{0}\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(\theta)V^{-1}\boldsymbol{\varphi}(\theta)\mathrm{d}\theta \tag{11}$$

证明. 首先定义一个矩阵

$$\Omega=\begin{bmatrix} \Pi_0 & PA_d \\ A_d^{\mathrm{T}}P & -R \end{bmatrix} \tag{12}$$

其中 $\Pi_0=Q_0+K^{\mathrm{T}}\bar{Q}K+R+P(A+B\bar{\alpha}K)+(A+B\bar{\alpha}K)^{\mathrm{T}}P+PB(I-\varepsilon_1 E_2^{\mathrm{T}}E_2)^{-1}B^{\mathrm{T}}P+\varepsilon_1^{-1}PDD^{\mathrm{T}}P$. 则式(7)改写为

$$\Omega+[D^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}}\quad 0]^{\mathrm{T}}F(t)[E_1+E_2\bar{\alpha}K,E_d]+[E_1+E_2\bar{\alpha}K,E_d]^{\mathrm{T}}F(t)^{\mathrm{T}}[D^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}}\quad 0]<0 \tag{13}$$

由引理 3，对所有 $F(t):F^{\mathrm{T}}(t)F(t)\leqslant I$，式(13)成立的充要条件是存在 $\varepsilon_3>0$，不等式 $\Omega+\varepsilon_3[D^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}}\quad 0]^{\mathrm{T}}[D^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}}\quad 0]+\varepsilon_3^{-1}[E_1+E_2\bar{\alpha}K\quad E_d]^{\mathrm{T}}[E_1+E_2\bar{\alpha}K\quad E_d]<0$ 成立，即

$$\begin{bmatrix} \Pi_1 & PA_d+\varepsilon_3^{-1}(E_1+E_2\bar{\alpha}K)^{\mathrm{T}}E_d \\ A_d^{\mathrm{T}}P+\varepsilon_3^{-1}E_d^{\mathrm{T}}(E_1+E_2\bar{\alpha}K) & -R+\varepsilon_3^{-1}E_d^{\mathrm{T}}E_d \end{bmatrix}<0 \tag{14}$$

这里 $\Pi_1=\Pi_0+\varepsilon_3 PDD^{\mathrm{T}}P+\varepsilon_3^{-1}(E_1+E_2\bar{\alpha}K)^{\mathrm{T}}(E_1+E_2\bar{\alpha}K)$. 记 $X=P^{-1}$，$Y=KX$，$V=R^{-1}$. 根据 Schur 补原理，得矩阵不等式(14)等价于 AMI(10). 由定理 1 可得余下结论. 证毕.

矩阵 $\bar{Q}=\bar{Q}(\varepsilon_2)=\bar{\alpha}Q_1\bar{\alpha}+\varepsilon_2\bar{\alpha}Q_1^2\bar{\alpha}+\varepsilon_2^{-1}\breve{\alpha}^2+\breve{\alpha}Q_1\breve{\alpha}+\breve{\alpha}^2$ 中只含有唯一的正变量 ε_2，导致了 AMI(10)不是 LMI. AMI(10)具有性质：设 $\bar{Q}(a_1)<\bar{Q}(a_2)$，如果对 $\bar{Q}(a_2)$AMI(10)有可行解，则对 $\bar{Q}(a_1)$AMI(10)也有可行解，并且可有相同解. $\bar{Q}(\varepsilon_2)$关于 ε_2 的最小化问题不易提出，考虑到 $\mathrm{tr}\{\bar{Q}(\varepsilon_2)\}$关于 ε_2 的最小化的可实现性和它与上述性质的可容性，提出如下算法.

AMI(10)的一个求解算法：

a) 当 $\breve{\alpha}=0$ 时，在 AMI(10)中令 $\varepsilon_2\to 0$，得 $\bar{Q}=\bar{\alpha}Q_1\bar{\alpha}$，AMI 变为 LMI；

b) 当 $\breve{\alpha}\neq 0$ 时，求问题$\underset{\varepsilon_2>0}{\mathrm{MIN}}\{\mathrm{tr}(\bar{Q}(\varepsilon_2))\}$得极小值 ε_2^*；

c) 把 ε_2^* 代入(10)，得一个 LMI；

d)求解上述所得到的 LMI，若有解，再根据定理 2，可得系统(1)的一个 RGCRC.

例. 考虑一个形如系统(1)的不确定时滞系统和性能函数(5)，其中的矩阵分别为 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1.7 & -2.4 \end{pmatrix}$，$A_d=\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 \\ -0.5 & 0 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 0.2 \\ 1 \end{pmatrix}$，$D=\begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$，$E_1=\begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$，$E_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 0.2 \end{pmatrix}$，$E_d=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 \end{pmatrix}$，$Q_0=I_2$，$Q_1=1$. $\boldsymbol{\varphi}(\theta)=[e^{\theta}\quad e^{-\theta}]^{\mathrm{T}}$，时滞为 $d:d\in[0,1]$，$d^*=1$. 下面讨论该系统的 RGCRC 等问题.

首先，考虑 ε_2 取不同值时 AMI(10)的解的存在情况. 根据定理 2 得表 1. K 表示 RGCRC 的增益阵，J^* 是系统可保性能. 可见 ε_2 的取值对 AMI(10)求解是非常关键的.

表 1　$\bar{\alpha}=0.8$，$\breve{\alpha}=0.2$ 时的 RGCRC 的增益矩阵、可保性能

Table 1　Gains and guaranteed cost of RGCRC for $\bar{\alpha}=0.8$, $\breve{\alpha}=0.2$

ε_2	0.22	0.3	0.5	0.65
$K=$	[−1.3062, −1.3772]	[−1.3022, −1.3734]	[−1.2300, −1.3330]	Non
J^*	11.2647	13.1775	11.7901	Non

其次，考虑执行器不同故障情况下的系统 RGCRC 问题. 在利用上述 AMI 算法得到 ε_2^* 前提下，再根据定理 2 计算得表 2. 易见，随着执行器故障的增大，系统的可保性能 J^* 呈递增趋势，当故障增大到一定程度后，RGCRC 问题将无解.

表 2　故障不同情况下的 RGCRC 的增益矩阵、可保性能

Table 2　Gains and guaranteed cost of RGCRC for different failure cases

$(\bar{\alpha},\breve{\alpha})=$	(1,0.1)	(0.9,0.1)	(0.8,0.1)	(0.7,0.1)	(0.6,0.1)
$K=$	[−1.4351,−1.3996]	[−1.2416,−1.3053]	[−1.7153,−1.7006]	[−1.8894,−1.9074]	Non
$J^*=$	10.4477	10.6284	10.6893	10.7629	Non

References

1 Chang S S L, Peng T K C. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1972, **17**(4): 474～483

2 Yu L, Chu J, Su H. Robust memory-less H^∞ controller design for linear time-delay systems with norm-bounded time-varying uncertainty. *Automatica*, 1996, **32**(9): 1759～1762

3 Lee B, Lee J G. Robust stability and stabilization of linear delayed systems with structured uncertainty. *Automatica*, 1999, **35**(6): 1149～1154

4 Petersen I R, McFarlane D C. Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, **39**(9): 1971～1977

5 Moheimani S O R, Petersen I R. Optimal quadratic cost control of a class of uncertain time delay systems. *IEE Proceedings of Control Theory and Applications*, 1997, **144**(2): 183～188

6 Yu L, Chu J. An LMI approach to guaranteed cost control of linear uncertain time-delay systems. *Automatica*, 1999, **35**(6): 1155～1159

7 Liu Y Q, Wang J L, Yang G-H. Reliable control of uncertain nonlinear systems. *Automatica*, 1998, **34**(7): 875～879

8 Veillette R J. Reliable linear quadratic state feedback control. *Automatica*, 1995, **31**(1):137～143

9 Yang G-H, Lam j, Wang J L. Reliable H^∞ control for affine nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(8): 1112～1116

10 Wang Y, Xie L, De Souza C E. Robust control of a class of uncertain nonlinear systems. *Systems and Control Letters*, 1992, **19**(3): 139～149

11 Xie L. Output feedback H^∞ control of systems with parameter uncertainty. *International Journal Control*, 1996, **63**(4): 741～750

贾新春　1988 年获中科院系统科学研究所硕士学位，2003 年 4 月获西安交通大学博士学位. 研究领域为鲁棒控制、智能信息处理和广义系统等.

(**JIA Xin-Chun**　Received his Ph. D. degree from Xi'an Jiaotong University in 2003. His research interests include robust control and intelligent control.)

郑南宁　中国工程院院士. 研究领域为智能信息处理、机器人视觉与模式识别等.

(**ZHENG Nan-Ning**　Academician of Institute of engineering in P. R. China. His Research interests include intelligent information processing and pattern recognition.)

张元林　博士研究生. 研究领域为智能信息处理、机器人视觉与模式识别等.

(**ZHANG Yuan-Lin**　Ph. D. candidate. His research interests include intelligent information processing.)