

# 模糊非线性奇偶方程故障诊断方法<sup>1)</sup>

宋 华 张洪钺

(北京航空航天大学自动化学院测控系 北京 100083)

(E-mail: songhua7421@sohu.com)

**摘 要** 研究基于模糊模型和奇偶(一致性)方程的非线性系统执行器故障诊断方法. 讨论了全解耦奇偶方程的产生方法, 并给出了全解耦奇偶向量存在的条件. 由全解耦奇偶方程产生的残差仅对特定执行器故障敏感, 而与系统状态、扰动输入和其它执行器输入无关. 用 T-S 模糊模型描述非线性系统, 并与全解耦奇偶方程相结合得到了模糊奇偶方程, 解决了奇偶方程在非线性系统中的应用问题. 将执行器故障模型用刻度因子和偏差表示, 用模糊奇偶方程产生残差, 从而可以估计故障模型的参数. 文章给出了某飞机非线性模型的仿真实例.

**关键词** 故障诊断, 奇偶方程, 模糊模型, 非线性系统

**中图分类号** TP273

## Fault Diagnostic Method for Nonlinear Systems Based on Fuzzy Parity Equation

SONG Hua ZHANG Hong-Yue

(Department of Automatic Control, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

(E-mail: songhua7421@sohu.com)

**Abstract** A fault diagnostic method for actuators in nonlinear systems based on T-S fuzzy model and parity equation is discussed in this paper. In order to detect and isolate actuator faults, fully-decoupled parity equations are designed to generate residuals. The residual which is sensitive to a special actuator fault is decoupled from system states, disturbance inputs and other actuator inputs. The existence condition of fully-decoupled parity vectors is presented. T-S fuzzy model is used to describe nonlinear systems and the fuzzy parity equation of nonlinear system is given. The faults in actuators are represented as biases and scale factor changes. A parameter estimator based on Kalman filter is designed to identify biases and scale factor changes from the information contained in the residuals generated by fuzzy parity equations. A simulation example of a nonlinear aircraft model is given for illustration.

**Key words** Fault diagnosis, parity equation, fuzzy model, nonlinear system

1) 国家自然科学基金(60234010)和香港 RGC 基金资助

Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China(60234010) and RGC Grant of Hong Kong

收稿日期 2001-06-18 收修改稿日期 2002-03-26

Received June 18, 2001; in revised form March 26, 2002

## 1 引言

现代化的工程系统变得越来越复杂,故障所带来的后果也越来越严重.如果能及时地诊断出故障,就能采取必要的措施以避免或减轻损失.非线性系统的故障检测与识别是故障诊断领域的热点和难点问题.奇偶方程<sup>[1,2]</sup>是线性系统故障诊断的一种常用方法.文献[3]将模糊逻辑模型与局部线性奇偶方程相结合应用到非线性系统中,使奇偶方程产生的残差对不同的工作状态具有鲁棒性.本文在文献[3]的基础上研究了全解耦奇偶方程的产生方法,得到了全解耦奇偶向量存在的充分条件和充要条件.由非线性奇偶方程得到了一个与文献[3]不同的带模糊集的故障模型参数估计方程.仿真表明本文方法可用于非线性系统的执行器故障检测与识别中.

## 2 故障诊断原理

### 2.1 全解耦线性奇偶方程

考虑一个非线性系统

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), w(t)], \quad y(t) = h[x(t), u(t), w(t)] \quad (1)$$

式中  $x(t) \in R^n$  为系统状态,  $u(t) \in R^p$  为执行器输入,  $y(t) \in R^q$  为传感器输出,  $w(t) \in R^r$  为扰动输入,  $f$  和  $h$  为光滑的非线性函数. 在一个工作点建立局部线性时不变离散方程

$$\begin{cases} \Delta x(k+1) = A\Delta x(k) + B\Delta u(k) + F\Delta w(k) \\ \Delta y(k) = C\Delta x(k) + D\Delta u(k) + G\Delta w(k) \end{cases} \quad (2)$$

这里  $\Delta x(k) = x(k) - x_0$ ,  $\Delta u(k) = u(k) - u_0$ ,  $\Delta y(k) = y(k) - y_0$ ,  $\Delta w = w(k) - w_0$ ;  $A, B, C, D, F$  和  $G$  是合适维数的矩阵. 对于  $s+1$  个最新测量数据  $\Delta y(k-s)$  至  $\Delta y(k)$  (数据窗) 有

$$\Delta Y(k) = H_0 \Delta x(k-s) + H_c \Delta U(k) + H_w \Delta W(k) \quad (3)$$

其中  $\Delta Y(k) = [\Delta y^T(k-s) \cdots \Delta y^T(k)]^T$ ,  $\Delta U(k) = [\Delta u^T(k-s) \cdots \Delta u^T(k)]^T$ ,  $\Delta W(k) = [\Delta w^T(k-s) \cdots \Delta w^T(k)]^T$ ,

$$H_0 = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^s \end{bmatrix}, \quad H_c = \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ CB & D & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & D & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{s-1}B & CA^{s-2}B & \cdots & CB & D \end{bmatrix}, \quad H_w = \begin{bmatrix} G & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ CF & G & 0 & \cdots & 0 \\ CAF & CF & G & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{s-1}F & CA^{s-2}F & \cdots & CF & G \end{bmatrix} \quad (4)$$

在时刻  $k$  有奇偶方程

$$r(k) = v^T [\Delta Y(k) - H_c \Delta U_c(k)] \quad (5)$$

其中  $r(k)$  为残差,  $\Delta U_c(k) = U_c(k) - U_0$ ,  $U_c(k) = [u_c^T(k-s) \cdots u_c^T(k)]^T$ ,  $u_c(k-s), \cdots, u_c(k)$  为正常的执行器输入,  $U_0$  为工作点处执行器输入,  $v$  为奇偶向量. 为了消除系统状态  $\Delta x(k)$  和扰动输入  $\Delta w(k)$  对残差  $r(k)$  的影响, 奇偶向量需满足  $v^T H_0 = 0$ ,  $v^T H_w = 0$ , 即

$$v^T [H_0 \quad H_w] = 0 \quad (6)$$

假设传感器正常, 则方程(5)产生的残差在执行器无故障时为零.

方程(5)考虑了所有输入的影响, 即任何执行器的故障都将体现在每一个残差中. 为了



隔离故障, 还需要使残差只与一个执行器输入有关, 而对其它执行器输入解耦. 为使残差仅对执行器  $l$  故障敏感, 相应的奇偶向量还需满足

$$v_l^T H_{cl} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, p \quad (7)$$

其中  $p$  为动态系统的执行器个数,  $v_l$  为对执行器  $l$  敏感的奇偶向量,

$$H_{cl} = \begin{bmatrix} D^* & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ CB^* & D^* & 0 & \cdots & 0 \\ CAB^* & CB^* & D^* & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{s-1}B^* & CA^{s-2}B^* & \cdots & CB^* & D^* \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中  $D^*, B^*$  为从  $D, B$  中划去第  $l$  列, 该列对应奇偶方程所考虑的执行器  $l$ . 例如, 对第一个执行器有  $D^* = [d_2 \quad d_3 \quad \cdots \quad d_p]$ ,  $B^* = [b_2 \quad b_3 \quad \cdots \quad b_p]$ , 其中  $d_j, b_j$  ( $j=1, 2, \dots, p$ ) 为  $D, B$  中的列向量.

因此, 对执行器  $l$  故障敏感的全解耦奇偶向量应满足下列条件

$$v_l^T [H_0 \quad H_w \quad H_{cl}] = 0 \quad (9)$$

使得由式(5)计算的残差只受执行器  $l$  的输入影响, 而对系统状态、其他执行器输入和扰动输入解耦. 当一个执行器出现故障时, 只有相应的一个残差变为非零.

**定理.** 假设矩阵  $[H_0 \quad H_w \quad H_{cl}]$  中不相关的列向量数量为  $n_x$ , 则式(9)有非零解(即全解耦奇偶向量存在)的充要条件和充分条件分别为

$$s > n_x/q - 1 \quad (10)$$

$$s > \frac{n}{q+1-(r+p)} - 1, \quad q > (r+p) - 1 \quad (11)$$

这里  $s$  为时间窗;  $n, q, r, p$  分别为状态、传感器输出、扰动输入和执行器输入的维数.

由式(1), (2)及矩阵  $H_0, H_w$  和  $H_{cl}$  的定义可知, 矩阵  $H_0, H_w$  和  $H_{cl}$  的维数分别为  $(s+1)q \times n, (s+1)q \times (s+1)r$  和  $(s+1)q \times (s+1)(p-1)$ , 当且仅当矩阵  $[H_0 \quad H_w \quad H_{cl}]$  的行数大于不相关的列向量数量  $n_x$  时, 方程(9)有解. 所以式(9)有非零解的充要条件为  $(s+1)q > n_x$ , 即  $s > n_x/q - 1$ . 当  $[H_0 \quad H_w \quad H_{cl}]$  的行数大于列数时, 方程(9)有解. 所以由矩阵  $[H_0 \quad H_w \quad H_{cl}]$  的维数  $(s+1)q \times [n+(s+1)(r+p-1)]$  可知, 式(9)有非零解的充分条件为  $(s+1)q > n+(s+1)(r+p-1)$ , 即满足(11)式. 式(11)说明, 当传感器数  $q$  多于执行器数  $p$  与扰动输入维数  $r$  之和时, 总可找到合适的  $s$ , 使全解耦奇偶向量存在. 上述定理为数据窗  $s$  的选取及矩阵  $H_0, H_w$  和  $H_{cl}$  的建立提供了依据.

## 2.2 基于模糊模型的全解耦非线性奇偶方程

为了使全解耦线性奇偶方程适用于非线性系统, 文献[3]引入 T-S 模糊模型<sup>[4]</sup>描述非线性系统. 对于第  $i$  个工作点的残差, 用 T-S 模型表示为

如果  $z_1(k)$  为  $S_{i1}$  且  $z_2(k)$  为  $S_{i2}$  且  $\cdots$ , 则残差为  $r_i(k)$ .

这里  $i=1, 2, \dots, m, m$  为局部线性模型的个数,  $z = [z_1 \quad z_2 \quad \cdots \quad z_l]^T$  为前件变量(如飞机速度, 质量等)组成的向量,  $S_{i1}$  为模糊集,  $r_i(k)$  为局部线性残差. 模糊集的隶属函数为  $\mu_{s_{ij}}(z_j(k))$ .

TS 模糊模型的输出为

$$r(k) = \frac{\sum_{i=1}^m \beta_i(z(k)) \cdot r_i(k)}{\sum_{i=1}^m \beta_i(z(k))} \quad (12)$$

即执行器残差为每个局部残差的加权平均. 上式称为非线性系统的模糊奇偶方程. 其中

$$\beta_i(\mathbf{z}(k)) = \prod_{j=1}^l \mu_{s_{ij}}(z_j(k)) \quad (13)$$

至此完成了非线性系统故障的检测及隔离. 由式(9)计算出特定执行器对应的全解耦奇偶向量, 按式(5)得出不同工作点对应的局部残差, 根据实际工作状态由式(12)得到对特定执行器故障敏感的非线性系统的残差. 根据残差可检测和隔离故障.

### 2.3 故障识别的参数估计方法

记非线性系统的执行器输入为

$$U(k) = U_{i,0}(k) + \Delta U_i(k), \quad U_c(k) = U_{i,0}(k) + \Delta U_{i,c}(k) \quad (14)$$

其中下标  $i$  表示对应于第  $i$  个局部线性模型,  $U(k) = [\mathbf{u}^T(k-s) \cdots \mathbf{u}^T(k)]^T$  为执行器的实际输入,  $U_c(k) = [\mathbf{u}_c^T(k-s) \cdots \mathbf{u}_c^T(k)]^T$  为指令输入,  $U_{i,0}(k) = [\mathbf{u}_{i,0}^T(k-s) \cdots \mathbf{u}_{i,0}^T(k)]^T$  为局部线性模型所对应工作点处的执行器输入. 将式(5)和(3)代入式(12), 并考虑残差仅对执行器  $l$  敏感(用下标  $l$  表示), 则有

$$r_l(k) = \frac{\sum_{i=1}^m \beta_i(\mathbf{z}) \cdot [\mathbf{v}_{i,l}^T ((H_{i,0} \Delta \mathbf{x}(k-s) + H_{i,c} \Delta U_i(k) + H_{i,w} \Delta W(k)) - H_{i,c} \Delta U_{i,c}(k))]}{\sum_{i=1}^m \beta_i(\mathbf{z})}$$

由式(9)可知  $\mathbf{v}_{i,l}^T H_{i,0} \Delta \mathbf{x}(k-s) = 0$ ,  $\mathbf{v}_{i,l}^T H_{i,w} \Delta W(k) = 0$ , 将式(14)代入上式得

$$r_l(k) = \frac{\sum_{i=1}^m \beta_i(\mathbf{z}) \cdot \mathbf{v}_{i,l}^T H_{i,c}}{\sum_{i=1}^m \beta_i(\mathbf{z})} U(k) - \frac{\sum_{i=1}^m \beta_i(\mathbf{z}) \cdot \mathbf{v}_{i,l}^T H_{i,c}}{\sum_{i=1}^m \beta_i(\mathbf{z})} U_c(k) \quad (15)$$

将执行器  $l$  的故障模型描述为刻度因子和偏差的形式<sup>[1]</sup>

$$u_l(k) = \eta(k) \cdot u_{l,c}(k) + \lambda(k) \quad (16)$$

这里  $u_l(k)$  为执行器  $l$  的实际输入,  $u_{l,c}(k)$  为指令输入; 模型参数  $\eta(k)$  为刻度因子,  $\lambda(k)$  为偏差, 它们决定执行器的故障状态, 正常状态时  $\eta(k), \lambda(k)$  分别为 1 和 0. 本文假设在数据窗内同一个执行器具有相同的故障状态.

由式(9)可知  $\mathbf{v}_{i,l}^T H_{i,d} = 0$ , 即残差  $r_l(k)$  与执行器  $l$  以外的其它执行器输入无关, 所以其它执行器输入的改变对残差没有影响. 因而将所有执行器看作具有相同的模型参数  $\eta(k), \lambda(k)$  不会影响对第  $l$  个执行器敏感的局部残差  $r_l(k)$ . 将式(16)代入式(15)式, 并考虑测量噪声可得

$$r(k) = \boldsymbol{\phi}(k) \boldsymbol{\theta}(k) + n(k) \quad (17)$$

其中

$$\boldsymbol{\theta}(k) = [(\eta(k) - 1), \lambda(k)]^T \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\phi}(k) = \left[ \begin{array}{cc} \frac{\sum_{i=1}^m \beta_i(\mathbf{z}(k)) \cdot \mathbf{v}_{i,l}^T H_{i,c}}{\sum_{i=1}^m \beta_i(\mathbf{z}(k))} U_c(k), & \frac{\sum_{i=1}^m \beta_i(\mathbf{z}(k)) \cdot \mathbf{v}_{i,l}^T H_{i,c}}{\sum_{i=1}^m \beta_i(\mathbf{z}(k))} E \end{array} \right] \quad (19)$$



$E=[1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$  为  $(s+1)p$  维向量,  $\theta$  为参数向量,  $\phi$  为回归向量,  $n(k)$  是均值为零、协方差矩阵为  $R(k)$  的白噪声, 代表测量噪声的影响. 式(18)和(19)的结果与文献[3]不同, 由推导过程和后面的仿真结果可以证明本文的结论是正确的. 考虑参数向量的动态模型为

$$\theta(k+1) = \theta(k) + \varepsilon(k) \quad (20)$$

式中  $\varepsilon(k)$  是均值为零、协方差矩阵为  $Q(k)$  的独立高斯随机向量. 由式(17)和(20)应用卡尔曼滤波方法可估计出参数向量  $\hat{\theta}(k)$ . 计算公式如下<sup>[5]</sup>:

$$K(k) = P(k-1)\phi^T(k)[R(k) + \phi(k)P(k-1)\phi^T(k)]^{-1} \quad (21)$$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)[r(k) - \phi(k)\hat{\theta}(k-1)] \quad (22)$$

$$P(k) = P(k-1) + Q(k-1) - K(k)\phi(k)P(k-1) - K(k)\phi(k)Q(k-1) \quad (23)$$

其中  $K(k)$ ,  $P(k)$  为增益阵和协方差阵. 由  $\hat{\theta}(k)$  可计算出执行器故障模型的参数.

### 3 仿真及结论

用某飞机纵向运动模型<sup>[6]</sup>进行仿真. 为简化仿真过程, 考虑飞机的基准运动为 11000 米高空的无侧斜无侧滑的等速直线运动. 假定飞机质量变化为 6000 公斤至 18000 公斤, 马赫数为 0.5 至 1.7. 系统中执行器为升降舵(执行器 1)和油门(执行器 2). 非线性系统测量噪声假定是均值为零、方差为 0.1 的高斯噪声. 在卡尔曼滤波中, 给定测量方差  $R(k)$  为  $4 \times 10^{-4}$ , 干扰噪声  $\varepsilon(k)$  的协方差矩阵  $Q(k)$  为强度 0.01 的  $2 \times 2$  的对角矩阵.

为方便起见, 工作点及相应模糊集隶属函数确定如图 1(质量)和图 2(马赫数)所示. 设执行器 1 正常, 执行器 2 在 5 秒后刻度因子变化为 0.1、偏差为  $0.1^\circ$ . 图 3 和图 4 分别是在飞机质量为 9000 公斤、马赫数为 0.9 和飞机质量为 13000 公斤、马赫数为 1.6 时的仿真.

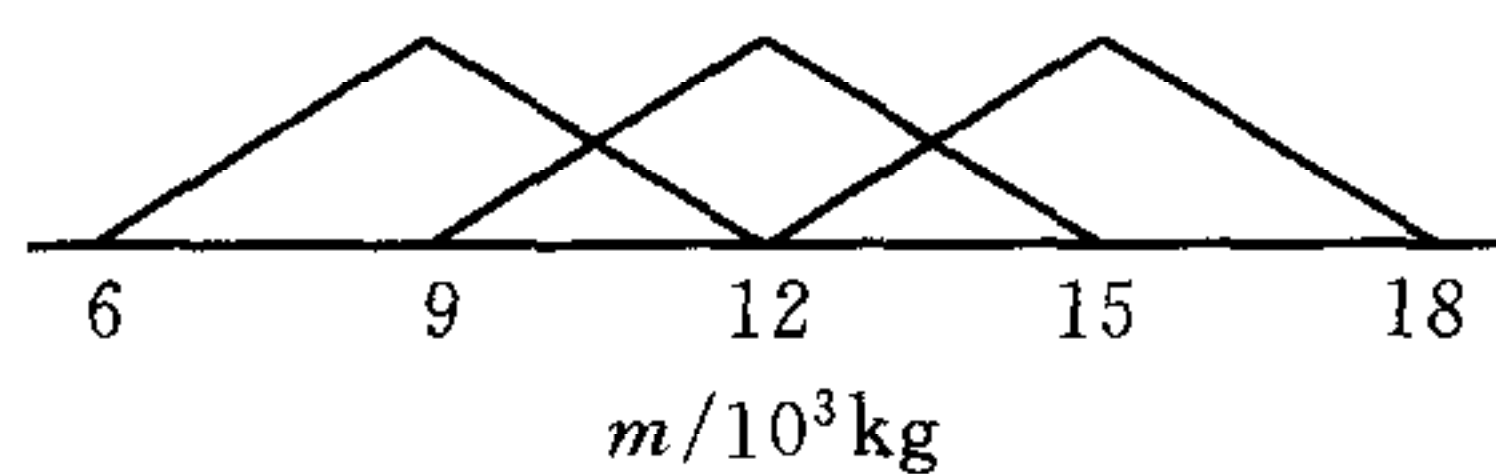


图 1 质量模糊集隶属函数  
Fig. 1 Membership function for mass

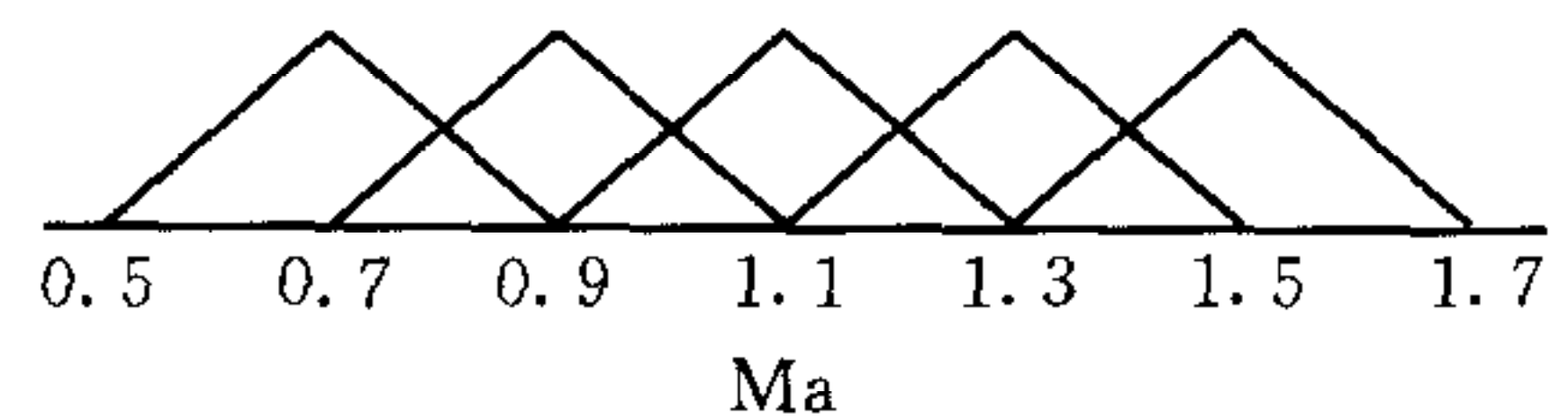


图 2 马赫数模糊集隶属函数  
Fig. 2 Membership function for Mach number

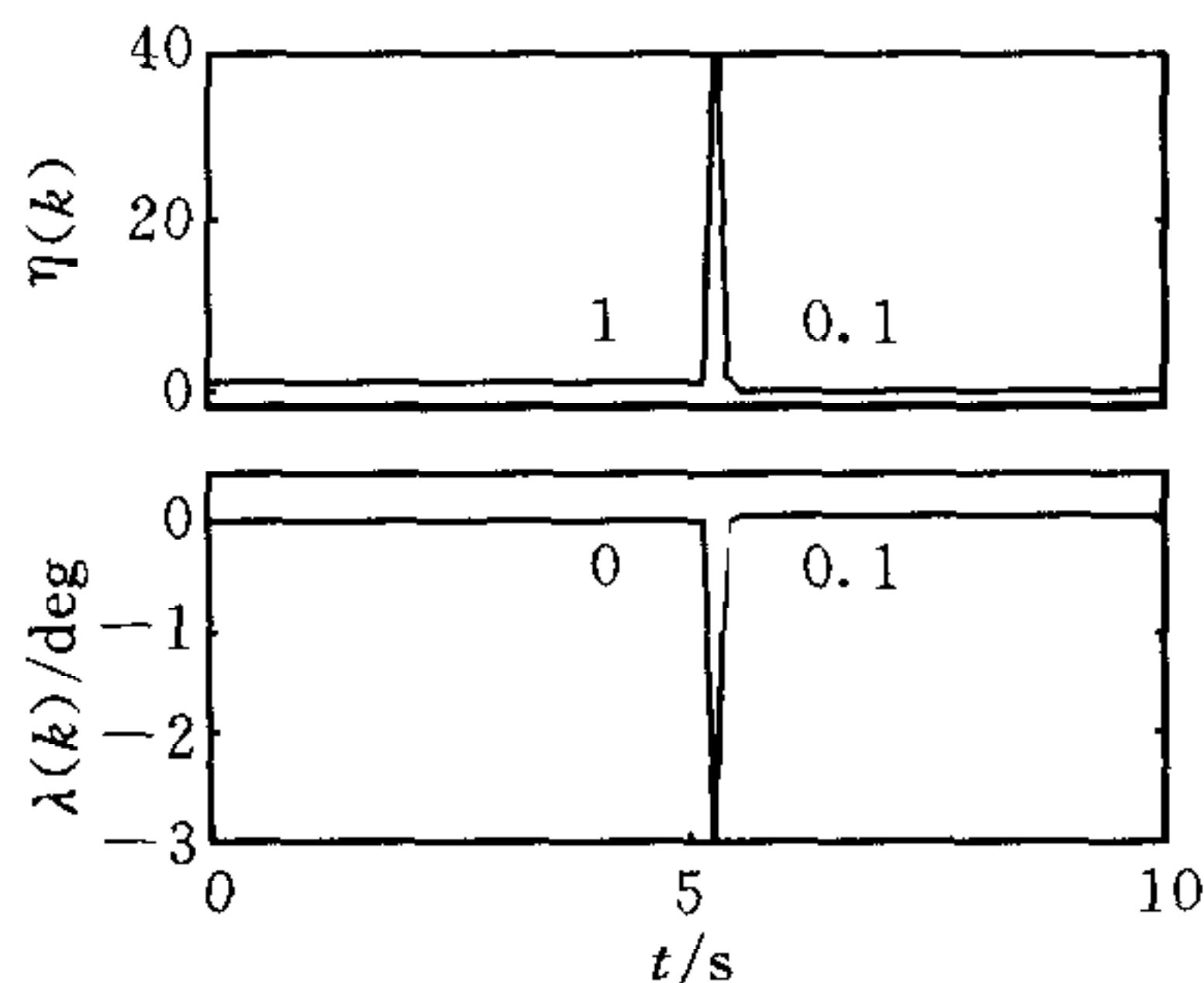


图 3 执行器 2 故障模型的参数估计  
Fig. 3 Estimates for fault model of actuator 2

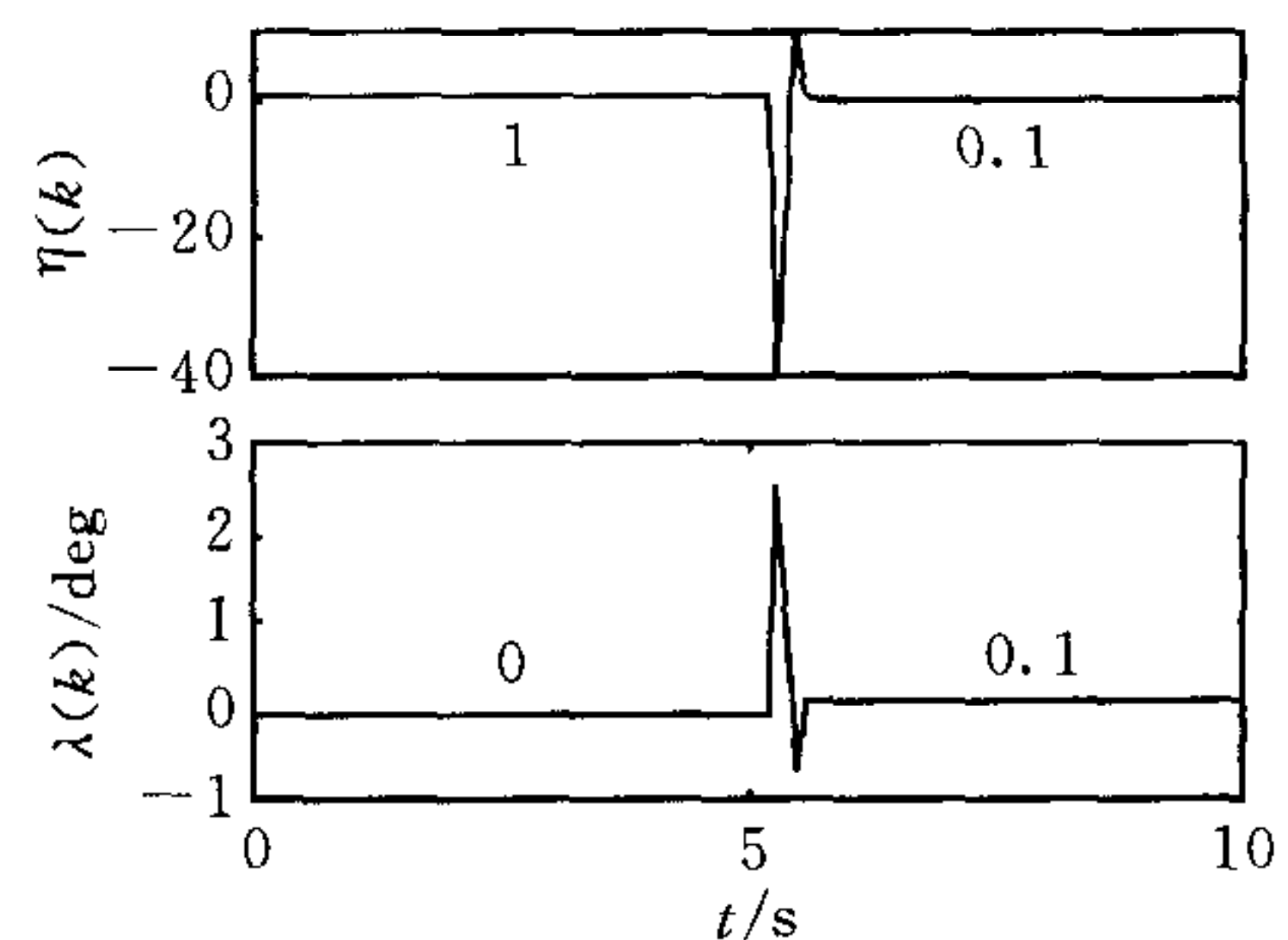


图 4 在不同工作点处执行器 2 故障模型的估计  
Fig. 4 Estimates for fault model of actuator 2 in case of varied working point

仿真表明,应用模糊奇偶方程产生的残差仅对一个执行器故障敏感,而与系统状态、其他执行器输入和扰动输入完全解耦. 在非线性系统的不同工作点处,本文方法能够估计出执行器的故障模型参数. 对每个执行器都建立一个模糊奇偶方程,可以得到一个残差系列,从而可以估计出系统的所有执行器的故障模型参数. 本文方法可以解决非线性系统执行器故障的检测、隔离和识别问题.

### References

- 1 Wen Xin, Zhang Hong-Yue, Zhou Lu. Fault diagnosis and Fault Tolernat Control for Control System. Beijing: Machine Industry Press, 1998, 22~144(in Chinese)
- 2 Jin Hong, Zhang Hong-Yue. FDI of slow-grown faults of dynamic system. *Aerospace Control*, 2000, **18**(72): 65~70 (in Chinese)
- 3 Sai M Gopisetty, Robert F Stengel. A fuzzy logic-parity space approach to actuator failure detection and identification. In: Proceedings of the 36th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV: AIAA 98-1014, 1998. 1~11
- 4 Wang L X. Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design Stability Analysis. Englewood, NJ: PTR Prentice-Hall, 1994. 1~10
- 5 Gelb A. Applied Optimal Estimation. Massachusetts: The J. I. T. Press, 1979. 102~155
- 6 Zhang Ming-Lian. Control System of Flight. Beijing: Aviation Industry Press, 1994. 7~98(in Chinese)

**宋 华** 北京航空航天大学自动化学院测控系博士研究生. 研究领域为故障诊断、测控技术、人工智能等.

(**SONG Hua** Received his Ph. D. degree from Beijing University of Aeronautics and Astronautics in 2002. His research interests include fault diagnosis and artificial intelligence.)

**张洪钺** 北京航空航天大学自动化学院测控系教授、博士生导师. 研究领域为故障诊断与容错技术、人工智能、导航、制导与控制系统等.

(**ZHANG Hong-Yue** Professor at Beijing University of Aeronautics and Astronautics. His research interests include fault diagnosis, artificial intelligence, and navigation.)