

一种鲁棒故障检测与反馈控制的最优集成设计方法¹⁾

钟麦英¹ 张承慧¹ Steven X Ding²

¹(山东大学控制科学与工程学院 济南 250061)

²(Gerhard-Mercator-Universität Duisburg, Germany)

(E-mail: myzhong@sdu.edu.cn; s.x.ding@uni-duisburg.de)

摘要 研究线性不确定系统的反馈控制器与鲁棒故障检测滤波器集成设计问题. 基于新提出的性能指标函数, 将鲁棒故障检测滤波器设计问题归结为最优化问题, 通过求解 Riccati 方程可得到鲁棒故障检测滤波器设计问题的最优解. 在共用同一状态观测器的情况下, 将反馈控制器和鲁棒故障检测滤波器的集成设计问题归结为两目标优化问题, 解决了同时满足闭环控制系统设计要求和故障诊断系统鲁棒性能的最优集成设计问题. 简例验证了提出算法的有效性.

关键词 模型不确定性, 故障检测滤波器, 反馈控制, 观测器, 鲁棒性

中图分类号 TP273

An Optimization Approach to Feedback Controller and Robust Fault Detection Filter Integrated Design

ZHONG Mai-Ying¹ ZHANG Cheng-Hui¹ Steven X Ding²

¹(Control Sciences and Engineering School, Shandong University, Jinan 250061)

²(Gerhard-Mercator-Universität Duisburg, Germany)

(E-mail: myzhong@sdu.edu.cn; s.x.ding@uni-duisburg.de)

Abstract The integrated design problem of feedback controller and robust fault detection filter is studied for uncertain linear time invariant system. By introducing a performance index, the fault detection filter design problem can be formulated as an optimization problem and the solution can be obtained in terms of Riccati equation. In the case of feedback controller and fault detection filter sharing a common observer, a two-objective optimization approach to integrated design feedback controller and fault detection filter is proposed such that the closed-loop feedback control system performance and robustness of fault detection filter can achieve their optimal level simultaneously. An illustrative example shows the effectiveness of the proposed methods.

Key words Uncertainty, fault detection filter, feedback control, observer, robustness

1) 国家自然科学基金(60374021)、山东省博士基金(03BS091)和山东省自然科学基金(Y2001G01)资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China(60374021), Doctoral Foundation of Shandong Province(03BS091), and Natural Science Foundation of Shandong Province(Y20001G01)
收稿日期 2002-05-22 收修改稿日期 2002-10-24
Received May 22, 2002; in revised form October 24, 2002

1 引言

近 20 多年来基于观测器的故障诊断(fault diagnosis, FD)理论受到了国内外控制界的高度重视,并取得了大量研究成果^[1~3].但是这些成果大多是关于系统模型准确已知的确定性系统.对于具有模型不确定性的情况,控制器的设计无论如何都对于 FD 系统的鲁棒性能产生影响.尽管有关控制器与 FD 滤波器(FDF)的集成设计问题研究已经引起重视^[4~6],然而目前取得的研究成果表明闭环控制系统与 FD 系统的性能指标相互影响,实现两者最佳均衡的最优集成设计方法还未见诸文献.另外,现有的集成设计方法(频域)求解复杂,无法得到解析解.本文将在文献[3]给出的故障诊断滤波器优化设计方法基础上,提出一种可实现基于状态观测器的鲁棒控制器与鲁棒故障检测滤波器(robust FDF, RFDF)集成设计的优化方法,对于满足闭环控制系统设计要求的控制器,存在稳定的后滤波器使 FD 系统达到其最优鲁棒性能指标,并且在问题可解的条件下可通过求解 Riccati 方程得到控制器和 RFDF 的解析解.简例验证了本文提出方法的有效性.

2 问题形成

考虑如下状态方程描述的线性不确定被控系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u + B_f f + B_d d \\ y &= (C_1 + \Delta C_1)x + (D_1 + \Delta D_1)u + D_{1f} f + D_{1d} d \\ z &= (C_2 + \Delta C_2)x + (D_2 + \Delta D_2)u + D_{2f} f + D_{2d} d \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $x \in R^n$, $u \in R^p$, $y \in R^q$ 和 $z \in R^z$ 分别为状态、控制输入、测量输出和控制输出向量, $f \in R^l$ 为故障信号向量, $d \in R^m$ 为不确定未知输入信号,且不失一般性设 d 和 f 为 L_2 范数有界信号.模型不确定性 $\Delta A, \Delta B, \Delta C_1, \Delta C_2, \Delta D_1, \Delta D_2$ 描述如下:

$$\begin{bmatrix} \Delta A & \Delta B \\ \Delta C_1 & \Delta D_1 \\ \Delta C_2 & \Delta D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a & E_b \\ E_{c1} & E_{d1} \\ E_{c2} & E_{d2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & F_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$A, B, C_1, D_1, C_2, D_2, B_f, B_d, D_{1f}, D_{1d}, D_{2f}, D_{2d}, E_a, E_b, E_{c1}, E_{d1}, E_{c2}, E_{d2}, F_1, F_2$ 是具有适当维数的已知矩阵或向量,且 $\Sigma_1^T \Sigma_1 \leq I, \Sigma_2^T \Sigma_2 \leq I$.另外还假设:

A₁) (A, B) 可控, (A, C_1) 可检测

A₂) $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_d \\ C_1 & D_{1d} \end{bmatrix}$ 行满秩, $\omega \in [0, \infty)$

本文考虑如下形式的基于状态观测器的反馈控制器和 FDF:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + H(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= C_1 \hat{x} + D_1 u, \quad u = K\hat{x} \\ \varepsilon &= y(t) - \hat{y}(t), \quad r(s) = R(s)\varepsilon(s) \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\hat{x}, \hat{y}, K, \varepsilon$ 分别表示状态估计、输出估计、控制器矩阵和输出估计误差, $R(s) \in RH_\infty$ 又称后滤波器(post-filter), r 为残差信号.本文研究的集成设计问题涉及 H_∞ 控制器和 RFDF

设计两方面. 控制器的设计目标包括闭环系统的渐近稳定性和如下的 L_2 增益约束:

$$\|T_{zd}(s, \Delta)\|_\infty =: \sup_{d \neq 0} \frac{\|z\|_2}{\|d\|_2} < \gamma \quad (\gamma > 0) \quad \text{或者} \quad \|T_{zd}(s, \Delta)\|_\infty \rightarrow \min \quad (4)$$

而 RFDF 的设计应确保残差系统的渐近稳定性、残差 r 对于故障信号的灵敏度、对于未知输入和模型不确定性的鲁棒性. 引入 $e = x - \hat{x}$, 由式(1), (3)得

$$\begin{aligned} \dot{e} &= (A - HC_1)e + \Delta Ax + \Delta Bu + (B_f - HD_{1f})f + (B_d - HD_{1d})d \\ \varepsilon &= C_1 e + \Delta C_1 x + \Delta D_1 u + D_{1f} f + D_{1d} d \\ r &= R(s)\varepsilon \end{aligned} \quad (5)$$

或者

$$\begin{aligned} r(s) &= R(s)[T_{\varepsilon f}(s)f(s) + T_{\varepsilon d}(s)d(s) + \Delta\varepsilon_f(s) + \Delta\varepsilon_d(s) + \Delta\varepsilon_u(s)] = \\ &R(s)[T_{\varepsilon \hat{d}}(s)\hat{d}(s) + T_{\varepsilon \hat{f}}(s)\hat{f}(s)] \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} T_{\varepsilon f}(s) &= C_1(sI - A + HC_1)^{-1}(B_f - HD_{1f}) + D_{1f} \\ T_{\varepsilon d}(s) &= C_1(sI - A + HC_1)^{-1}(B_d - HD_{1d}) + D_{1d} \\ T_{\varepsilon \hat{f}}(s) &= C_1(sI - A + HC_1)^{-1}(\hat{B}_f - H\hat{D}_{1f}) + \hat{D}_{1f} \\ T_{\varepsilon \hat{d}}(s) &= C_1(sI - A + HC_1)^{-1}(\hat{B}_d - H\hat{D}_{1d}) + \hat{D}_{1d} \\ d_2 &= \Sigma_1(t)F_1 x|_{f=0}, \quad f_2 = \Sigma_1(t)F_1 x|_{d=0}, \quad d_u = \Sigma_2(t)F_2 u \\ \hat{d} &= [d^T \quad d_2^T \quad d_u^T]^T, \quad \hat{f} = [f^T \quad f_2^T]^T, \quad \hat{B}_d = [B_d \quad E_a \quad E_b], \\ \hat{D}_{1d} &= [D_{1d} \quad E_{c1} \quad E_{d1}], \quad \hat{B}_f = [B_f \quad E_a], \quad \hat{D}_{1f} = [D_{1f} \quad E_{c1}] \\ \Delta\varepsilon_d(s) &= [C_1(sI - A + HC_1)^{-1}E_a + E_{c1}]d_2(s) \\ \Delta\varepsilon_f(s) &= [C_1(sI - A + HC_1)^{-1}E_a + E_{c1}]f_2(s) \\ \Delta\varepsilon_u(s) &= [C_1(sI - A + HC_1)^{-1}E_b + E_{d1}]d_u(s) \end{aligned}$$

注意到 d_2 与故障 f 无关, 而 f_2 与未知输入 d 无关, 并且从故障检测滤波器设计的角度来讲, 控制输入 u 是在线已知的. 定义算子 $T_{rf}(s, \Delta)$ 如下:

$$T_{rf}(s, \Delta): T_{rf}(s, \Delta)f(s) = r_f(s) = T_{r\hat{f}}(s)\hat{f}(s), \quad \|T_{rf}(s, \Delta)\|_\infty =: \sup_{f \neq 0} \frac{\|r_f\|_2}{\|f\|_2} \quad (7)$$

本文在文献[3]的基础上提出了如下的 RFDF 设计性能指标:

$$\min_{H, R(s)} J = \min_{R(s) \in RH_\infty, H} \frac{\|T_{r\hat{d}}(s)\|_\infty}{\|T_{r\hat{f}}(s, \Delta)\|_\infty} \quad (8)$$

其中 $T_{r\hat{d}}(s) = R(s)T_{\varepsilon\hat{d}}(s)$. 从而, 本文将要研究的最优集成设计问题可归结为求 K, H 和稳定的后滤波器 $R(s)$, 使闭环系统和残差产生系统(5)渐近稳定, 并且同时满足 RFDF 设计鲁棒性能指标(8)和控制器设计目标(4).

3 主要结论

本文研究的鲁棒 H_∞ 控制器和 RFDF 集成设计问题可基于如下步骤完成: i) 设计满足闭环控制系统要求的鲁棒 H_∞ 控制器, 即求 K 和 H_u ; ii) 求稳定的 $R_h(s)$ 并证明 $(R_h(s), H_u)$ 是最优化问题(8)的解. 考虑到有关 LTI 系统鲁棒 H_∞ 控制问题的研究已相当成熟, 本文将不再讨论. 下面重点研究鲁棒 H_∞ 控制器 K 和 H_u 为已知的情况下, 如何求 $R_h(s)$ 并证明 $(R_h(s),$

H_u)是最优化问题(8)的解.

引理 1^[3]. 对于不存在模型不确定性的系统(1), 如果假设条件 A1)和~A2)满足, 则

$$H = (B_d D_{1d}^T + Y C_1^T) Q^{-1}, R = Q^{-1/2}, Q = D_{1d} D_{1d}^T$$

满足最优化问题

$$\min_{H, R(s)} J = \min_{R(s) \in RH_\infty, H} \frac{\|T_{rd}(s)\|_\infty}{\sigma_i(T_{rf}(j\omega))}$$

且 $T_{rd}(s)$ 为共轭内矩阵. 其中, $T_{rf}(s) = R(s) T_{\epsilon_f}(s)$ 和 $T_{rd}(s) = R(s) T_{\epsilon_d}(s)$ 分别为从 d 和 f 到 r 的传递函数阵, $\sigma_i(\cdot)$ 表示非零奇异值, $Y \geq 0$ 满足 Riccati 方程:

$$Y(A - B_d D_{1d}^T C_1)^T + (A - B_d D_{1d}^T C_1)Y + Y C_1^T Q^{-1} C_1 Y - B_d (I - D_d^T Q^{-1} D_d) B_d^T = 0$$

引理 2^[3]. 给定

$$\hat{M}_1(s) = V_1 - V_1 C(sI - A + H_1 C) H_1$$

$$\hat{M}_2(s) = V_2 - V_2 C(sI - A + H_2 C) H_2$$

其中, $A - H_1 C$ 和 $A - H_2 C$ 稳定且 V_1 和 V_2 是可逆矩阵. 那么一定存在 $Q(s) \in RH_\infty$ 使方程 $Q(s) \hat{M}_1(s) = \hat{M}_2(s)$ 成立且

$$Q(s) = V_2 (I + C(sI - A + H_2 C)^{-1} (H_1 - H_2)) V_1^{-1}$$

如下定理 1 和定理 2 给出了本文的主要结论.

定理 1. 对于给定不确定 LTI 系统(1), 如果满足假设条件 A1)和 A2), 则存在

$$\begin{aligned} H^* &= (\hat{B}_d \hat{D}_{1d}^T + Y C_1^T) \hat{Q}^{-1} \\ R^* &= \hat{Q}^{-1/2}, \hat{Q} = \hat{D}_{1d} \hat{D}_{1d}^T \end{aligned} \quad (9)$$

满足最优化问题(8). 其中 $Y \geq 0$ 为如下 Riccati 方程的解:

$$Y(A - \hat{B}_d \hat{D}_{1d}^T C_1)^T + (A - \hat{B}_d \hat{D}_{1d}^T C_1)Y + Y C_1^T \hat{Q}^{-1} C_1 Y - \hat{B}_d (I - \hat{D}_{1d}^T \hat{Q}^{-1} \hat{D}_{1d}) \hat{B}_d^T = 0 \quad (10)$$

证明. (1)由引理 1 知 $(R^*(s), H^*)$ 是最优化问题(11)的解, $T_{rd}(s)$ 是共轭内矩阵.

$$\min_{H, R(s)} \hat{J} = \min_{H, R(s)} \frac{\|T_{rd}(s)\|_\infty}{\sigma_i(T_{rf}(j\omega))} \quad (11)$$

(2)对于任意满足 $A - HC$ 稳定的 H 和稳定的 $R(s)$, 根据有关传递函数矩阵左、右互质分解的定义^[7], 应用引理 2 可知存在 $\Gamma(s)$ 满足

$$\begin{aligned} \Gamma(s) &= (I + C_1(sI - A + H C_1))^{-1} (H^* - H) \hat{Q}^{1/2} \\ T_{\epsilon_d}(s) &= \Gamma(s) R^*(s) T_{\epsilon_d}^*(s), T_{\epsilon_f}(s) = \Gamma(s) R^*(s) T_{\epsilon_f}^*(s) \end{aligned}$$

其中 $T_{\epsilon_d}^*(s)$ 和 $T_{\epsilon_f}^*(s)$ 分别为相应于 $(R^*(s), H^*)$ 的 $T_{\epsilon_d}(s)$ 和 $T_{\epsilon_f}(s)$.

从而,

$$\begin{aligned} \|T_{rf}(s, \Delta)\|_\infty &= \|R(s) \Gamma(s) R^*(s) T_{\epsilon_f}^*(s, \Delta)\|_\infty \leq \|R(s) \Gamma(s)\|_\infty \|R^*(s) T_{\epsilon_f}^*(s, \Delta)\|_\infty \\ \frac{\|T_{rd}(s)\|_\infty}{\|T_{rf}(s, \Delta)\|_\infty} &= \frac{\|R(s) \Gamma(s) R^*(s) T_{\epsilon_d}^*(s)\|_\infty}{\|R(s) \Gamma(s) T_{\epsilon_f}^*(s, \Delta)\|_\infty} \geq \frac{\|R(s) \Gamma(s)\|_\infty}{\|R(s) \Gamma(s)\|_\infty \|T_{\epsilon_f}^*(s, \Delta)\|_\infty} = \frac{1}{\|T_{\epsilon_f}^*(s, \Delta)\|_\infty} \end{aligned}$$

因此, $(R^*(s), H^*)$ 是最优化问题(8)的解.

证毕.

定理 2. 假设反馈控制器设计所得观测器增益矩阵是 H_u , 那么一定存在如下的稳定后滤波器

$$R_h(s) = Q^{-1/2} (I + C_1(sI - A + H^* C_1))^{-1} (H_u - H^*) \quad (12)$$

且 $(R_h(s), H_u)$ 也是 RFDF 最优设计问题(8)的解, 其中 Q, H^* 由(9)确定.

证明. 根据引理 2 和定理 1, 应用证明定理 1 的方法, 可完成定理 2 的证明. 略.

4 算例

考虑动态系统(1),假设相应的参数矩阵如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2.4708 & -0.8573 & 0.0007 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4.7582 & 2.3309 & -0.0185 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.25 \\ 0 \\ -0.46 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.25 \\ 0 \\ -0.46 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.01 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D_{1d} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, E_a = E_b = [0 \quad 0.1 \quad 0 \quad 0.1]^T$$

$$F_1 = [0.2 \quad 0.1 \quad 0.1 \quad 0.1], F_2 = 0.1, E_{c1} = E_{d1} = 0, E_{c2} = E_{d2} = 0$$

应用本文给出的集成设计最优方法求得如下结果:

$$K = [8.3661 \quad 69.3427 \quad 47.5297 \quad 47.4205], \gamma_{\min} \approx 2.0$$

$$H_u = \begin{bmatrix} 47.1 & 161.1 \\ 27.2 & 93 \\ 161.1 & 563.7 \\ 448.8 & 1561.9 \end{bmatrix}, H^* = \begin{bmatrix} 1.8722 & 2.2174 \\ 4.211 & 4.7896 \\ 2.2174 & 6.8540 \\ 14.5598 & 25.9469 \end{bmatrix}, R^*(s) = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

而 $R_h(s)$ 可由式(12)给出. 假设未知输入信号和故障信号分别如图 1(a), (b) 所示, 图 1(c) 和 (d) 给出了产生的残差输出信号 $r = [r_1; r_2]$. 从 SIMULINK 仿真结果易见, 该集成设计对于出现的故障信号具有高的灵敏度.

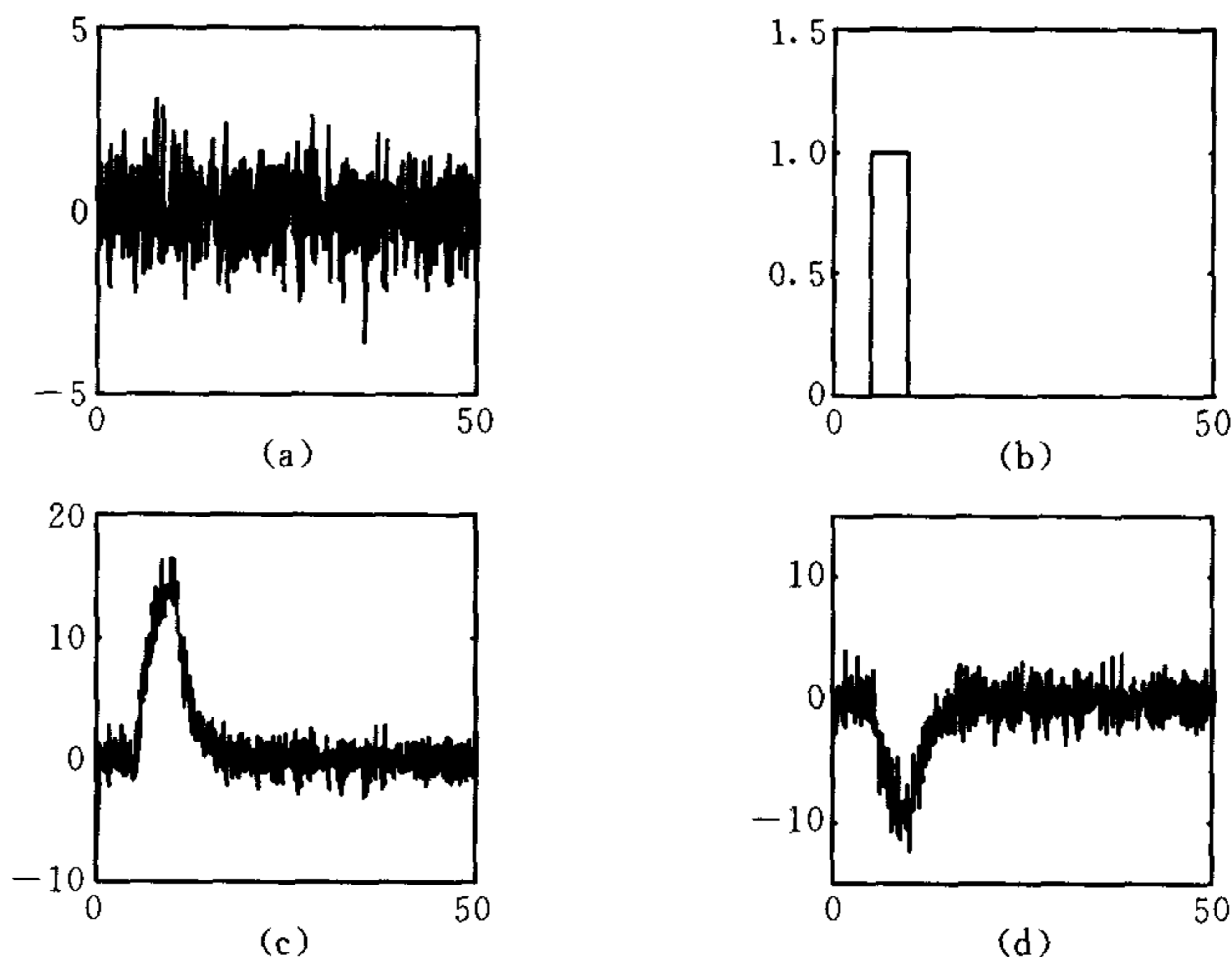


图 1 SIMULINK 仿真结果
Fig. 1 SIMULINK results

5 结束语

系统存在不确定性建模误差的情况下,反馈控制器与 RFDF 无论如何不可能实现完全的独立设计,闭环控制系统的性能指标与 FDF 的鲁棒性能指标往往相互影响.本文提出的基于状态观测器的反馈控制器与 RFDF 集成设计最优化方法,可通过适当选取后滤波器达到控制器和 RFDF 独立设计时所实现的性能指标,解决了最优集成设计问题.

References

- 1 Frank P M, Ding S X, Koppen Seliger B. Current developments in the theory of FDI. In: Andras Edelmayer, SAFEPROCESS'2000, 2. Budapest: Hungary, 2000. 16~27
- 2 Chen J, Patton R J. Robust Model-based Fault Diagnosis for Dynamic Systems. Boston: Kluwer Academic, 1999. 10~60
- 3 Ding S X, Frank P M, Ding E L, Jeinsch T. A unified approach to the optimization of fault detection systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2000, **14**(7): 725~745
- 4 Murad G A, Postlethwaite I, Gu D W. A robust design approach to integrated controls and diagnostics. In: Gertler J J, the 13th IFAC World Congress, San Francisco: Elsevier Science, 1996. 199~204
- 5 Niemann H, Stoustrup J. Integration of control and fault detection; Nominal and robust design. In: Patton R J, SAFEPROCESS'1997, Hull; UK, 1997. 341~346
- 6 Stoustrup J, Grimble M J. Integrating control and fault diagnosis; a separation result. In: Patton R J, SAFEPROCESS'1997, Hull; UK, 1997. 323~328
- 7 Zhou K, Doyle J C. Essentials of Robust Control. New Jersey: Prentice Hall, 1998. 235~238

钟麦英 1999年9月东北大学控制科学与控制工程专业获博士学位;山东大学教授.主要研究兴趣为鲁棒控制、故障诊断与容错控制.

(**ZHONG Mai-Ying** Received her Ph. D. degree from Northeastern University in 1999. Now she is a professor at Shandong University. Her research interests include robust control theory, FDI and FTC.)

张承慧 2001年12月从山东大学控制理论与运筹学专业获博士学位;山东大学教授.博士生导师.主要研究兴趣为自适应控制与最优化技术.

(**ZHANG Cheng-Hui** Received his Ph. D. degree from Shandong University. Now he is a professor at Shandong University. His research interests include adaptive control and optimization.)

Steven X Ding 德国 Duisburg 大学教授.主要研究兴趣为故障诊断与容错控制.

(**Steven X Ding** Professor at Duisburg University, Germany. His research interests include FDI and FTC.)