第 30 卷 第 6 期 自 动 化 学 报 Vol.30, No.6
2004 年 11月 ACTA AUTOMATICA SINICA Nov., 2004

一类非线性系统的自适应鲁棒输出反馈镇定[1)]

刘粉林 李静波 罗军勇
(解放军信息工程大学信息工程学院 郑州 450002)
(E-mail: liufenlin@vip.sina.com)

摘 要 讨论了一类不确定非线性系统的鲁棒输出反馈镇定问题，其不确定性是部分已知的. 文中所得连续自适应鲁棒输出反馈控制器确保闭环系统终极一致有界. 与已有文献结果相比，关于未知参数估计的自适应律是连续的，而且闭环系统解的存在性在通常情况下能被保证. 进而，由于输出反馈控制器和自适应律的连续性，使得自适应鲁棒输出反馈控制器在实际控制问题中易于实现，且使系统具有良好的品质. 最后，通过数值算例进一步说明该文的设计方案是有效的.

关键词 非线性系统，终极一致有界，自适应，鲁棒镇定，输出反馈
中图分类号 TP273

Continuous Adaptive Robust Output Feedback Stabilization for a Class of Uncertain Nonlinear Systems

LIU Fen-Lin LI Jing-Bo LUO Jun-Yong
(*Information Engineering Institute, Information Engineering University of PLA, Zhengzhou* 450002)
(E-mail: liufenlin@vip.sina.com)

Abstract The problem of robust output feedback stabilization of nonlinear systems with partially known uncertainties is considered. A class of continuous adaptive robust output feedback controllers is proposed, which can guarantee uniform ultimate boundedness of the resulting closed-loop systems in the presence of the uncertainties. In contrast with some results presented in the control literature, the adaptive law for updating the estimate values of the unknown parameters is continuous, and the existence of the solutions to the resulting closed-loop systems in the usual sense can be guaranteed. Moreover, due to the continuity of the output feedback controller and adaptive law, the proposed adaptive robust output feedback controller is easily implemented in practical robust control problems, and no chattering will appear in implementation for control. Finally, an illustrative example is given to demonstrate the utilization of the results.

1) 国家自然科学基金 (60374004) 、河南省杰出青年基金 (0412000200) 和河南省高校杰出科研人才创新工程项目 (2001KYCX008) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60374004), Henan Science Fund for Distinguished Young Scholars (0412000200) and Henan Innovation Project for University Prominet Research Talents (2001KYCX008)
收稿日期 2003-08-27 收修改稿日期 2004-03-19
Received August 27, 2003; in revised form March 19, 2003

Key words　Nonlinear systems, uniform ultimate bounded, adaptive control, robust stabilization, output feedback

1　引言

近几十年来，虽然输出反馈镇定的研究取得了一些成果，但由于输出反馈只能利用系统的部分信息，所以同状态反馈的成果[1~4] 相比，输出反馈镇定所取得的成果要少得多. 已取得的关于输出反馈镇定的结果[5~10] 亦大都是基于不确定性的界已知而得到的. 然而，实际系统的不确定项界的信息很难完全知晓. 因而，以不确定性界已知为条件去设计的控制器就难以满足设计者的要求，有时即便满足设计者的某种要求，但可能由于控制增益过高而使系统的平稳度特性不理想，如文 [1~10]. 到目前为止，针对系统不确定性界未知或部分已知的情况，研究成果也大都是基于系统的状态信息是完全能够获取的情况下得到的，见文 [11~14]; 对于状态信息不能完全获取，即只能借助系统的输出信息来研究系统控制问题的结果则很少.

本文讨论了一类非线性参数不确定系统的鲁棒自适应输出反馈镇定问题. 受控系统的不确定项满足通常的匹配条件，系统的不确定项 (不确定参数) 的界是存在的，但是未知的，甚至此界是可以随意的. 文中所设计的自适应控制器能确保由此所构成的闭环系统终极一致有界.

2　系统描述与预备知识

考虑如下非线性系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t) + G(\boldsymbol{x},t)(\boldsymbol{u} + \xi(\boldsymbol{x},t)), \quad \boldsymbol{y} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},t) \tag{1}$$

上式中 $\boldsymbol{x}(\bullet) \in R^n, \boldsymbol{u} \in R^m, \boldsymbol{y} \in R^m$ 分别表示系统的状态、控制输入和量测输出; $\boldsymbol{f}(\bullet): R^n \times R \to R^n; G(\bullet): R^n \times R \to R^{n\times m}; \boldsymbol{h}(\bullet): R^n \times R \to R^m$ 是已知的; $\boldsymbol{\xi}(\bullet)$ 表示了系统的不确定性，是一个有界函数. 关于系统 (1), 作如下基本假设.

假设 1. 对任意的 $\boldsymbol{x} \in R^n$ 和 $t \geqslant 0$, 存在已知函数 $\boldsymbol{\rho}(\bullet): R^m \times R \to R^p$ 和未知常值向量 $\boldsymbol{\theta}^* \in R^p$, 使得

$$\| \boldsymbol{\xi}(x,t) \| \leqslant \boldsymbol{\rho}(y,t)\boldsymbol{\theta}^* \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{\rho}(\bullet) = [\rho_1(\bullet), \rho_2(\bullet), \cdots, \rho_p(\bullet)]^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\theta}^* = [\theta_1^*, \theta_2^*, \cdots, \theta_p^*]^{\mathrm{T}}$, 对任意的 $\| \boldsymbol{y} \| > 0, \boldsymbol{\rho}_i(y,t) > 0 (i = 1, 2, \cdots, p)$ 是连续函数，且关于时间 t 一致有界，关于输出 $\boldsymbol{y}$ 局部一致有界.

假设 2[14]. 已知函数 $\boldsymbol{f}(\bullet), G(\bullet), \boldsymbol{h}(\bullet)$ 及 $\boldsymbol{\rho}(\bullet)$ 和未知函数 $\boldsymbol{\xi}(\bullet)$ 一样满足 Carathèodory 条件，即对 $(t, \boldsymbol{x}) \in D, D$ 为有界区域，成立

1) 对于几乎所有的 t, 它们关于 $\boldsymbol{x}$ 连续;

2) 对每一个 $\boldsymbol{x}$, 它们关于 t 是 Lebesgue 可测;

3) 存在 Lebesgue 可积函数 $m_i(t) (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 使得

$$\| \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t) \| \leqslant m_1(t), \| G(\boldsymbol{x},t) \| \leqslant m_2(t), \| \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) \| \leqslant m_3(t), \| \boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x},t) \| \leqslant m_4(t), \| \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{y},t) \| \leqslant m_5(t).$$

因此，假如控制输入 $\boldsymbol{u}$ 能被设计成一个输出 $\boldsymbol{y}$ 和时间 t 的 Carathèodory 函数，则就能认为方程 (1) 是一个 Carathèodory 方程. 进而，我们假定这些函数关于第一个变量 $\boldsymbol{x}$(或 $\boldsymbol{y}$) 是局部 Lipshitz 连续的.

假设 3. 存在已知 C^1 函数 $V_0(\bullet): R^n \times R \to R^+$ 和输出反馈 $\boldsymbol{u}_0 = \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{y}, t)$ 是连续的，关于 $(\boldsymbol{x}, t) \in R^n \times R$ 成立

$$c_1(\| \boldsymbol{x} \|) \leqslant V_0(\boldsymbol{x}, t) \leqslant c_2(\| \boldsymbol{x} \|) \tag{3}$$

$$\frac{\partial V_0(\boldsymbol{x}, t)}{\partial t} + \frac{\partial V_0(\boldsymbol{x}, t)}{\partial \boldsymbol{x}}[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t) + G(\boldsymbol{x}, t)\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{y}, t)] \leqslant -c_3(\| \boldsymbol{x} \|) \tag{4}$$

其中标量函数 $c_i(\bullet)(i = 1, 2)$ 是 H_∞ 类函数，$c_3(\bullet)$ 是 H 类函数.

假设 4. 存在 $m \times m$ 阶非奇异矩阵函数 $D(y, t)$ 使得

$$\frac{\partial V_0(\boldsymbol{x}, t)}{\partial \boldsymbol{x}} G(\boldsymbol{x}, t) = [D(\boldsymbol{y}, t)\boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

其中 $V_0(\boldsymbol{x}, t)$ 由假设 3 确定.

3 自适应鲁棒输出反馈控制的设计

关于系统 (1), 我们提出如下输出反馈控制器

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{u}_0(t) + \boldsymbol{u}_1(t) \tag{6}$$

其中

$$\boldsymbol{u}_0 = \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{y}, t) \tag{7}$$

$$\boldsymbol{u}_1 = \frac{(\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}, t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t))^2 D(\boldsymbol{y}, t)\boldsymbol{y}}{\| D(\boldsymbol{y}, t)\boldsymbol{y} \| \boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}, t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) + \varepsilon} \tag{8}$$

其中标量 $\varepsilon > 0$ 是调节参数，向量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) \in R^p$ 是未知向量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}^* \in R^p$ 的估计，$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$ 满足下列自适律

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(t) = -\delta \varGamma \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) + \frac{1}{2} \| D(\boldsymbol{y}, t)\boldsymbol{y} \| \varGamma \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{y}, t) \tag{9}$$

这里 δ 是任意正数；$\varGamma \in R^{p \times p}$ 是任一正定矩阵；$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t_0)$ 是一有限值；$\delta, \varGamma$ 和 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t_0)$ 可看作设计参数. 将式 (7) 和 (8) 代入系统 (1), 可得如下闭环系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t) + G(\boldsymbol{x}, t)(\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{y}, t) + \boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}, t)) \tag{10}$$

另一方面，令

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) - \boldsymbol{\theta}^* \tag{11}$$

则可将式 (9) 改写成下列误差系统

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t) = -\boldsymbol{\delta} \varGamma \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) + \frac{1}{2} \| D(\boldsymbol{y}, t)\boldsymbol{y} \| \varGamma \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{y}, t) - \boldsymbol{\delta} \varGamma \theta^* \tag{12}$$

记 $(\boldsymbol{x}, \tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 是闭环系统 (10) 和误差系统 (12) 的解. 如此，可得如下结论.

定理 1. 考虑闭环系统 (10) 和误差系统 (12) 满足假设 1~4, 则闭环系统 (10) 和误差系统 (12) 的解 $(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{\theta}})(t;t_0,\boldsymbol{x}(t_0),\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t_0))$ 是终极一致有界的.

证明. 关于闭环系统 (10) 和误差系统 (12), 我们构造如下形式的 Lyapunov 泛函

$$V(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{\theta}})=V_0(\boldsymbol{x},t)+\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(t)\Gamma^{-1}\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) \tag{13}$$

其中 $V_0(\boldsymbol{x},t)$ 是关于系统 (1) 的标称系统输出反馈一致渐近稳定的 Lyapunov 函数 (见假设 3),Γ^{-1} 是任一正定矩阵 (见式 (9)). 考虑 Lyapunov 泛函 $V(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 沿闭环系统 (10) 和误差系统 (12) 轨线的全导数

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{dV}(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{\theta}})}{\mathrm{dt}}=&\frac{\partial V_0(\boldsymbol{x},t)}{\partial t}+\frac{\partial V_0(\boldsymbol{x},t)}{\partial \boldsymbol{x}}[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)+G(\boldsymbol{x},t)\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{y},t)]+\\&\frac{\partial V_0(\boldsymbol{x},t)}{\partial \boldsymbol{x}}G(\boldsymbol{x},t)(\boldsymbol{u}_1(t)+\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x},t))+2\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(t)\Gamma^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t)\end{aligned} \tag{14}$$

由式 (4),(5) 和 (12) 知

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{dV}(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{\theta}})}{\mathrm{dt}}\leqslant&-c_3(\|\boldsymbol{x}\|)+(D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_1(t)+(D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x},t)-\\&2\delta\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)+\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(t)\|D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\|\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{y},t)-2\delta\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}^*\end{aligned} \tag{15}$$

将不等式 (2) 代入式 (15) 可得

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{dV}(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{\theta}})}{\mathrm{dt}}\leqslant&-c_3(\|\boldsymbol{x}\|)+(D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_1(t)+\|D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\|\|\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x},t)\|-\\&2\delta\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)+\|D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\|\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y},t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)+2\delta\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|\|\boldsymbol{\theta}^*\|\leqslant-c_3(\|\boldsymbol{x}\|)+\\&(D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_1(t)+\|D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\|\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y},t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)-2\delta\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)+2\delta\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|\|\boldsymbol{\theta}^*\|\end{aligned} \tag{16}$$

由式 (8) 可得

$$\begin{aligned}(D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_1(t)+\|D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\|\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{y},t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)=&-\frac{(D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y})^{\mathrm{T}}(D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y})(\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y},t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t))^2}{\|D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\|\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y},t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)+\varepsilon}+\\\|D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\|\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y},t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)=&\frac{\|D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\|\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y},t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)\varepsilon}{\|D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\|\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y},t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)+\varepsilon}\end{aligned} \tag{17}$$

进而, 由式 (17) 和下列事实

$$0\leqslant\frac{ab}{a+b}\leqslant b,\forall a\geqslant0,b>0 \tag{18}$$

式 (17) 可改写为

$$(D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_1(t)+\|D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\|\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y},t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)\leqslant\varepsilon \tag{19}$$

另一方面有

$$\begin{aligned}-2\delta\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)+2\delta\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|\|\boldsymbol{\theta}^*\|=&-\delta\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)\|^2-(\delta\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)\|^2-\\&2\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)\|\|\boldsymbol{\theta}^*\|)\leqslant-\delta\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)\|^2+\delta\|\boldsymbol{\theta}^*\|^2\end{aligned} \tag{20}$$

如此，将式 (19) 和 (20) 代入式 (16) 得

$$\frac{\mathrm{d}V(\boldsymbol{x},\tilde{\theta})}{\mathrm{d}t} \leqslant -[c_3(\| \boldsymbol{x} \|) + \delta \| \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) \|^2] + \varepsilon + \delta \| \boldsymbol{\theta}^* \|^2 = -\tilde{c}_3(\| \tilde{\boldsymbol{x}} \|) + \tilde{\varepsilon} \tag{21}$$

其中

$$\tilde{\boldsymbol{x}} := [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\ \tilde{\boldsymbol{c}}_3(\| \tilde{\boldsymbol{x}} \|) := c_3(\| \boldsymbol{x} \|) + \delta \| \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) \|^2,\ \tilde{\varepsilon} = \varepsilon + \delta \| \boldsymbol{\theta}^* \|^2 \tag{22}$$

其中 $\tilde{c}_3(\bullet)$ 是 $\mathcal{H}$ 类函数. 进而，由式 (21) 知， Lyapunov 函数 $V(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 将沿着方程 (10) 和 (12) 的解单调减少直至收敛于下列紧集

$$\Omega_f\{(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{\theta}})|c_3(\| \boldsymbol{x}(t) \|) + \delta \| \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) \|^2 \leqslant \tilde{\varepsilon}\} \tag{23}$$

为此，我们能够断定系统 (10) 和误差系统 (12) 的解 $(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{\theta}})(t;t_0,c(t_0),\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t_0))$ 是终极一致有界的，其界由式 (23) 给出.

作为本节的一个特殊结果，我们考虑如下不确定线性系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + B(\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}(t),t)),\ \boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x} \tag{24}$$

上式中 $\boldsymbol{x} \in R^n, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{y} \in R^m$ 是系统的状态变量、控制输入和量测输出；A, B 和 C 是具有相应维数的常值矩阵. 这里，关于系统 (24) 我们需要如下的假设.

假设 5. 矩阵对 (A,B,C) 是能稳和能检的，传递函数矩阵 $G(s) = C(sI-A)^{-1}B$ 是最小相位的，系统 (24) 的标称系统是非奇异高频增益的，即 $\det(CB) \neq 0$.

引理 1. 考虑系统 (24) 的标称部分满足假设 5, 则存在正定对称矩阵 P 和非奇异矩阵 K 使得

$$(A + \alpha I - \frac{1}{2}\beta BKC)^{\mathrm{T}}P + P(A + \alpha I - \frac{1}{2}\beta BKC) + \gamma I < 0,\ B^{\mathrm{T}}P = KC \tag{25}$$

其中 α, β, γ 是正常数，且系统 (24) 的标称部分与 $\boldsymbol{u} = \frac{1}{2}\beta K\boldsymbol{y}$ 构成的闭环系统是渐近稳定的.

引理 1 是文 [5] 中定理 2.11 与定理 3.3 的直接推论. 如此，关于系统 (24) 可提出如下的自适应鲁棒输出反馈控制器

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{p}_1(\boldsymbol{y}(t),t) + \boldsymbol{p}_2(\boldsymbol{y}(t),t) \tag{26}$$

式中

$$\boldsymbol{p}_1(\boldsymbol{y}(t),t) = \frac{1}{2}\beta K\boldsymbol{y}(t) \tag{27}$$

$$\boldsymbol{p}_2(\boldsymbol{y}(t),t) = -\frac{(\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y};t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t))^2 K\boldsymbol{y}}{\| K\boldsymbol{y} \| \boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y};t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) + \varepsilon} \tag{28}$$

其中矩阵 K 由式 (25) 确定, ε 是大于零的数, $\hat{\boldsymbol{\theta}}(\bullet) \in R^p$ 是未知向量 $\boldsymbol{\theta}^* \in R^P$ 的参数估计，其变化率满足如下自适应律

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(t) = -\delta\Gamma\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) + \| K\boldsymbol{y} \| \Gamma\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{y},t) \tag{29}$$

这里 δ 是大于零的正数，$\Gamma \in R^{p\times p}$ 是对称的正定矩阵，$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t_0)=\hat{\theta}_0$ 是有限的，δ, Γ 和 $\hat{\theta}_0$ 均可看作调节修正参数.

将控制器 (26) 和式 (25) 代入系统 (24) 可得如下闭环系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=[A-\frac{1}{2}\beta BB^{\mathrm{T}}P]\boldsymbol{x}(t)+B[\boldsymbol{p}_2(\boldsymbol{y}(t),t)+\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}(t),t)] \tag{30}$$

另一方面，我们能把自适应律 (29) 改写为下列误差系统

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t)=-\delta\Gamma\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)+\parallel K\boldsymbol{y}\parallel \Gamma\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{y},t)-\delta\Gamma\boldsymbol{\theta}^* \tag{31}$$

其中

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)=\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)-\boldsymbol{\theta}^* \tag{32}$$

如此，由系统 (30) 和误差系统 (31) 构成的闭环系统有如下结论.

推论 1. 考虑闭环系统 (30) 和误差系统 (31) 满足假设 1,2 和 5, 则方程 (30) 和 (31) 的解 $(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{\theta}})(t;t_0,\boldsymbol{x}(t_0),\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t_0))$ 是终极一致有界的.

4　仿真算例

考虑如下不确定非线性系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},t)(\boldsymbol{u}+\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x},t)),\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}_2 \tag{33}$$

其中 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)=\begin{pmatrix}-x_1-e^{-2t}x_2\\ x_1\\ -x_1-(1+2e^{-2t})x_2-x_3\end{pmatrix}, \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},t)=\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}, \boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x},t)=\theta(1+x_2^2)t\sin t\sin x_1$. θ 是系统 (33) 的未知不确定数. 取 $\boldsymbol{u}_0=\boldsymbol{y}, V_0(\boldsymbol{x},t)=x_1^2+(1+e^{-2t})x_2^2+(x_3-2x_1+x_2)^2$. 则容易验证系统 (33) 满足假设 1~4. 根据式 (6)~(9) 可设计如下形式的自适应输出反馈控制器

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{y}-\frac{(\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{y},t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t))^2D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}}{D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\parallel\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y},t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)+\varepsilon},\quad \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(t)=-\delta\Gamma\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)+\frac{1}{2}\parallel D(\boldsymbol{y},t)\boldsymbol{y}\parallel\Gamma\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{y},t)$$

其中 $D(\boldsymbol{y},t)=-2(1+e^{-2t}),\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{y},t)=(1+y^2)t|\sin t|$. 取不确定参数 $\theta=-1$, 设计参数 $\delta=0.01,\Gamma=0.1,\hat{\boldsymbol{\theta}}(0)=0$ 和调节参数 $\varepsilon=0.1,\boldsymbol{x}(0)=(5,3,-5)$ 进行仿真，结果如图 1 和 2 所示.

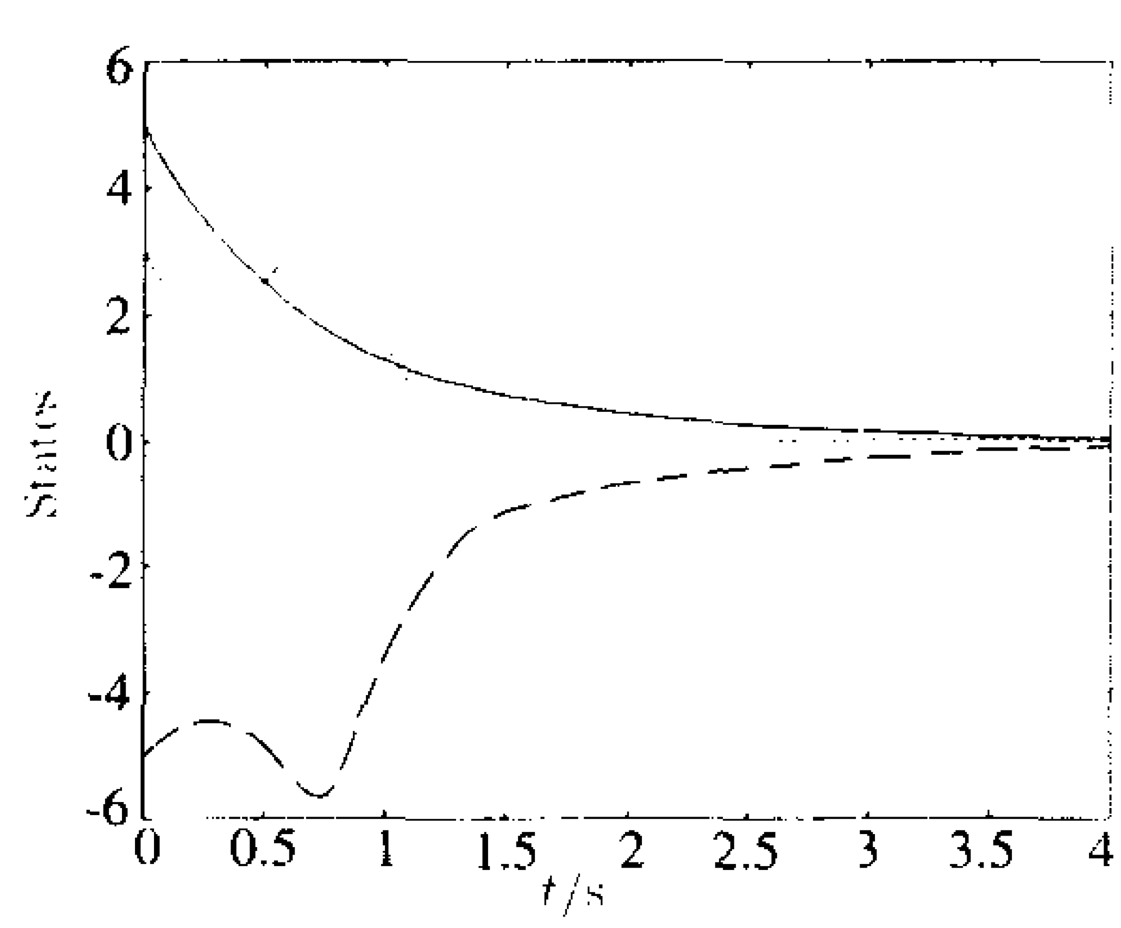

图 1　系统 (33) 的状态响应

Fig. 1　The state response of system (33)

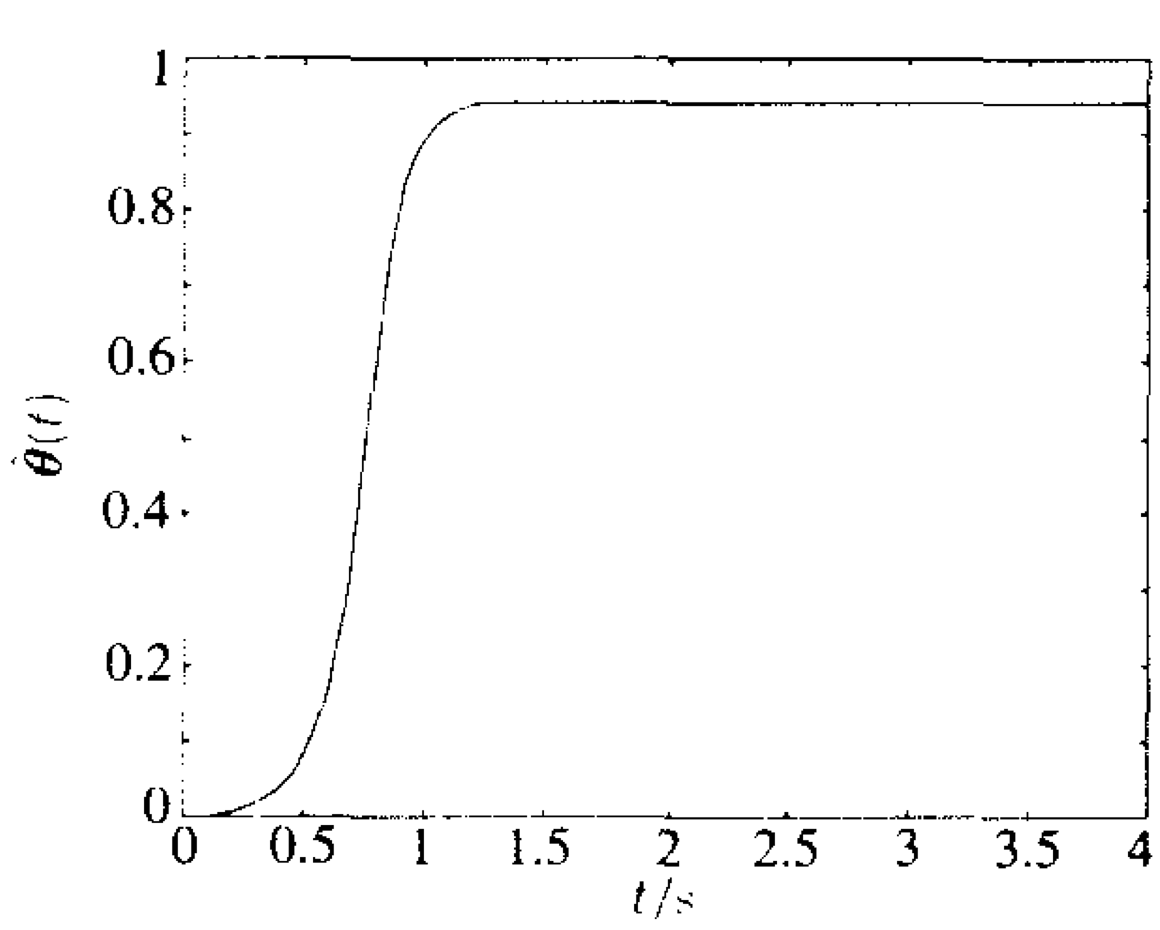

图 2　自适应参量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$ 的响应

Fig. 2　The response of the adaptive parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$

References

1 Chen Y H, Leitmann G, Kai X Z. Robust control design for interconnected systems with time-varying uncertainties. *International Journal Control*, 1991, **54**(5): 1119~1142

2 Chen Y H. Decentralized robust control for large-scale uncertain systems: A design based on the bound of uncertainty. *Journal Dynamic system Measure Control*, 1992, **114**(1): 1~9

3 Gong Z. Decentralized robust control of uncertain interconnected system with prescribed degree of exponential convergence. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **40**(4): 704~707

4 Ni Maolin, Wu Hongxin. Design of robust controller for linear systems with uncertainties. *Acta Automatica Sinica*, 1992, **18**(5): 585~589 (in Chinese)

5 Gu G X. Stability condition of multivariable uncertain systems via output feedback control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, **35**(8): 925~927

6 Gavel D T, Siljak D D. Robust decentralized control using output feedback. IEE Proceedings, 1982, **129-d**(6): 310~314

7 Steinberg A, Corless M. Output feedback stabilization of uncertain dynamical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1985, **30**(10): 1025~1027

8 Steinberg A. A sufficient condition for output feedback stabilization of uncertain dynamical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, **33**(7): 676~677

9 Zeheb E. A sufficient condition for output feedback stabilization of uncertain dynamical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1986, **31**(11): 1055~1057

10 Sabrei A, Khalil H. Decentralized stabilization of interconnected systems using output feedback. *International Journal Control*, 1985, **41**(6): 1461~1475

11 Gong Z, Wen C, Mital D P. Decentralized robust controller design for a class of interconnected uncertain systems: with unknown bound of uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(5): 850~854

12 Shi L, Signh S K. Decentralized control for interconnected uncertain systems: extensions to higher-order uncertainties. *International Journal Control*, 1993, **57**(6): 1453~1468

13 Wu H S, Shigemaru S. Linear adaptive robust controller for a class of uncertain dynamical systems with unknown bounds of uncertainties. In: Preprints of 14th IFAC World Congress, Volume G. Beijing: 1999. 419~424

14 Wu Hansheng. Continuous adaptive robust controllers guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain nonlinear systems. *International Journal Control*, 1999, **72**(2): 115~122

刘粉林 博士，解放军信息工程大学教授，研究方向为复杂控制系统的结构分析.

(**LIU Fen-Lin** Ph.D, professor of the information engineering university of PLA. His current research interest include the structural analysis of the complex control system.)

李静波 硕士，解放军信息工程大学讲师，研究方向为应用数学.

(**LI Jing-Bo** Master, instructor of the information engineering university of PLA. His current research interest include the applied mathematics.)

罗军勇 硕士，解放军信息工程大学副教授，研究方向为网络安全.

(**LUO Jun-Yong** Master,associate professor of the information engineering university of PLA. His current research include security of networks.)