

# 航材消耗广义加权函数比例 平均组合预测模型

万玉成<sup>1,2</sup> 何亚群<sup>2</sup> 盛昭瀚<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(东南大学经济管理学院 南京 210096)

<sup>2</sup>(空军后勤学院三系 徐州 221002)

<sup>3</sup>(南京大学管理科学与工程研究院 南京 210093)

(E-mail: zhsheng@nju.edu.cn)

**摘要** 提出一种新的组合预测模型——广义加权函数比例平均组合预测模型,并利用二次规划算法给出其加权系数的参数估计方法.同时,针对航材消耗的季节性与波动性特点,建立了航材消耗预测的灰色系统模型与神经网络模型,最后建立了基于灰色系统与神经网络的航材消耗广义加权函数比例平均组合预测模型并以实例说明了其预测效果.

**关键词** 组合预测,函数比例平均,航材消耗,灰色系统,神经网络

**中图分类号** O221;F224

## Generalized Weighted Functional Proportional Mean Combining Forecasting Model of Air Material Consumption

WAN Yu-Cheng<sup>1,2</sup> HE Ya-Qun<sup>2</sup> SHENG Zhao-Han<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 210096)

<sup>2</sup>(No. 3 Department, Air Force Logistics College, Xuzhou 221002)

<sup>3</sup>(Graduate School of Management Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093)

(E-mail: zhsheng@nju.edu.cn)

**Abstract** A new kind of combining forecasting model based on the generalized weighted functional proportional mean is presented. And the parameter estimation method of its weighting coefficients is given by using the algorithm of quadratic programming. Meanwhile, the grey system forecasting model and the neural network forecasting model of air material consumption are proposed for its seasonal and fluctuating characteristics. Finally, the generalized weighted functional proportional mean combining forecasting model of air material consumption based on grey system and neural network is proposed and its efficiency is demonstrated by an example.

**Key words** Combining forecasting, functional proportional mean, air material consumption, grey system, neural network

## 1 引言

航材消耗预测一直是空军航材管理工作中最棘手、最迫切需要解决的问题之一,在经费紧缺、航材供需矛盾日趋严峻的今天,航材消耗预测的准确性更显得尤为重要.针对航材消耗所具有的季节波动性与随机波动性特点,本文建立了航材消耗预测的季节灰色模型 Grey Model(1,1)(GM(1,1))与神经网络模型.组合预测能够提高预测效果<sup>[1]</sup>,但不同组合预测模型的预测效果是不同的.为了达到最佳的预测效果,本文提出了一种新的组合预测模型——广义加权函数比例平均组合预测模型,并给出了其加权系数的参数估计方法.该模型具有广泛的代表性,它不仅包含了许多已知的比例平均组合预测模型,并且还可以给出一些新的组合预测模型.最后,应用本文模型建立了基于灰色系统与神经网络的航材消耗广义加权函数比例平均组合预测模型,并以实例说明了其预测效果.

## 2 广义加权函数比例平均组合预测模型及其参数估计方法

假设某一预测问题在某一时段的实际值为  $y(t) (t=1, 2, \dots, n)$ , 对此预测问题有  $m$  种预测模型, 其预测值分别为  $\hat{y}_j(t) (t=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m)$ . 又设这  $m$  种预测模型的加权系数为  $w = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$ , 并满足归一化约束条件  $e^T w = 1$  和非负约束条件  $w \geq 0$ , 其中  $e = (1, 1, \dots, 1)^T$ . 记组合预测值为  $\hat{y}(t) (t=1, 2, \dots, n)$ , 显然, 希望  $\hat{y}(t)$  对群组预测值  $\hat{y}_j(t) (j=1, 2, \dots, m)$  的逼近程度愈小愈好. 因此, 设性能指标为

$$\min J(t) = \sum_{j=1}^m w_j [1 - (g(\hat{y}_j(t))/f(\hat{y}(t)))^p]^2, \quad t = 1, 2, \dots, n; p \neq 0 \quad (1)$$

其中  $f, g$  均为连续可微函数, 一般应取相同的函数形式,  $p$  为非零参数,  $f(\hat{y}(t)) \neq 0$  且  $f$  可逆. 令  $\partial J(t)/\partial \hat{y}(t) = 0$ , 且  $\partial f(\hat{y}(t))/\partial \hat{y}(t) \neq 0$ , 整理后得到

$$\hat{y}(t) = f^{-1} \left( \frac{\sum_{j=1}^m w_j (g(\hat{y}_j(t)))^{2p}}{\sum_{j=1}^m w_j (g(\hat{y}_j(t)))^p} \right)^{1/p}, \quad t = 1, 2, \dots, n; p \neq 0 \quad (2)$$

此模型即为本文提出的广义加权函数比例平均组合预测模型. 它包含了许多组合预测模型:

1) 在式(2)中取  $f(\hat{y}(t)) = \hat{y}(t)$ ,  $g(\hat{y}_j(t)) = \hat{y}_j(t)$ , 即得广义加权算术比例平均组合预测模型<sup>[2]</sup>, 其中  $p=1$  时为简单加权算术比例平均组合预测模型,  $p=1/2$  时为简单加权平方根比例平均组合预测模型,  $p=-1$  时为简单加权调和比例平均组合预测模型;

2) 在式(2)中取  $f(\hat{y}(t)) = \ln \hat{y}(t)$ ,  $g(\hat{y}_j(t)) = \ln \hat{y}_j(t)$ , 即得广义加权对数比例平均组合预测模型<sup>[2]</sup>;

3) 在式(2)中取  $f(\hat{y}(t)) = \exp \hat{y}(t)$ ,  $g(\hat{y}_j(t)) = \exp \hat{y}_j(t)$ , 则得到一种新的组合预测模型——广义加权指数比例平均组合预测模型.

此外, 若对  $f$  和  $g$  取其他函数形式, 还可得到一些新的组合模型. 下面给出其参数估计方法.

将式(2)两端取  $f$  函数并转化整理后可得到  $\sum_{j=1}^m w_j (g(\hat{y}_j(t)))^p [(f(\hat{y}(t)))^p - (g(\hat{y}_j(t)))^p] =$

0. 如果不考虑预测误差, 则有  $\sum_{j=1}^m w_j (g(\hat{y}_j(t)))^p [(f(y(t)))^p - (g(\hat{y}_j(t)))^p] = 0$  成立, 但一般

情况下,上式不成立.因此,引入误差项  $\epsilon_p(t) = \sum_{j=1}^m w_j (g(\hat{y}_j(t)))^p [(f(y(t)))^p - (g(\hat{y}_j(t)))^p]$ . 记  $e_p = (\epsilon_p(1), \epsilon_p(2), \dots, \epsilon_p(n))^T$ ,  $Y_p = ((g(\hat{y}_j(t)))^p [(f(y(t)))^p - (g(\hat{y}_j(t)))^p])_{n \times m}$ , 误差项可表示为  $e_p = Y_p w$ . 考虑到归一化约束条件和非负约束条件,为使组合预测模型最优,应有

$$\begin{aligned} \min J_p &= \sum_{t=1}^n \epsilon_p^2(t) = e_p^T e_p = w^T (Y_p^T Y_p) w \\ \text{s. t. } &e^T w = 1 \\ &w \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

此模型为一个二次规划问题.根据二次规划理论,该模型在  $Y_p^T Y_p$  为正定矩阵的情况下一定有唯一最优解,但它没有一般的求解方法.在权向量非负的情况下,可利用 Lagrange 乘子法求得解为

$$w = (Y_p^T Y_p)^{-1} e (e^T (Y_p^T Y_p)^{-1} e)^{-1} \quad (4)$$

但这种解法在一般情况下可能有最优加权向量出现负分量的情况,无实际意义.因此,必须要求权向量满足非负约束条件,此时模型(3)的解法有线性规划<sup>[3]</sup>、非线性规划<sup>[4]</sup>、动态规划<sup>[5]</sup>及神经网络<sup>[6]</sup>等方法,但均较繁琐.本文利用二次规划算法求解如下.模型(3)的 Kuhn-Tucker 条件可表示为

$$\begin{cases} (Y_p^T Y_p) w - \lambda e - u = 0 \\ e^T w = 1 \\ u_i w_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ w, u \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中  $\lambda$  为与  $e^T w = 1$  相对应的 Lagrange 乘子,  $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$  为与权向量  $w$  相对应的 Kuhn-Tucker 乘子.由于  $\lambda$  无非负约束,故可令  $\lambda = \lambda' - \lambda''$ ,且满足  $\lambda', \lambda'' \geq 0$  与  $\lambda' \cdot \lambda'' = 0$ .构造如下辅助线性规划模型

$$\begin{aligned} \min J &= v \\ \text{s. t. } &(Y_p^T Y_p) w - \lambda' e + \lambda'' e - u = 0 \\ &e^T w + v = 1 \\ &w, u \geq 0, \lambda', \lambda'', v \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $\lambda'$  与  $\lambda''$  及  $u_i$  与  $w_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) 不能同时为基变量.解线性规划模型(6),即可得到最优组合加权向量  $w^*$ .对于不同的模型参数  $p$ ,最优组合加权向量  $w^*$  一般也不同,但其中存在一个能使组合预测效果最佳的参数  $p^*$ ,此参数可通过试探或寻优的方法获得.

### 3 航材消耗预测实例

现有某场站从 1986 年到 2001 年间每个季度某种航材的消耗数量共 64 个历史数据按时间顺序排列如下:35,30,29,18,34,30,30,22,33,31,30,23,38,32,33,21,36,30,31,28,34,34,30,29,40,32,37,26,30,32,33,35,39,33,32,32,42,39,37,21,43,38,39,27,40,32,35,36,40,36,39,27,43,38,44,26,40,34,41,37,40,31,44,40.在这 64 个数据中,我们取前 48 个数据作为已知数据,后 16 个数据作为检验样本,用来与预测结果作比较.

### 3.1 航材消耗的灰色系统 GM(1,1) 预测模型

灰色系统 GM(1,1) 预测模型是一种常用的灰色模型,用于单个时间序列的预测.其具体过程见文献[7].从上面的数据可以看出,器材的消耗量按季度变化,因此我们按季度进行预测.从 1986 年到 2001 年间第一季度的消耗量共 16 个数据依次为 35,34,33,38,36,34,40,30,39,42,43,40,40,43,40,40.首先利用前 12 个数据预测 1998 年第一季度的消耗量,经计算可得其预测值为 42.033858.进而,将 1998 年第一季度的实际消耗量加入到原数列中,去掉 1986 年第一季度的数据,建立新的预测模型来预测 1999 年第一季度的消耗量.同样方法,依次预测 2000 和 2001 年第一季度的消耗量.采用上述方法,对第二、三、四季度的消耗量进行预测,具体的预测结果见表 1.

表 1 器材的实际消耗量与各模型的预测值  
Table 1 The actual consumption and the forecasting values of each model

时 间	实际消耗量	灰色系统预测值	神经网络预测值	广义加权算术比例平均组合预测值( $p^* = 1.91$ ) $w_1 = 0.246018$ $w_2 = 0.753982$	广义加权对数比例平均组合预测值( $p^* = 7.17$ ) $w_1 = 0.237671$ $w_2 = 0.762329$	广义加权指数比例平均组合预测值( $p^* = 0.065$ ) $w_1 = 0.249374$ $w_2 = 0.750626$
1998 年第一季度	40	42.033858	43.454597	43.125356	43.135630	43.135801
1998 年第二季度	36	36.543172	32.102776	33.467176	33.429130	33.607926
1998 年第三季度	39	37.814527	40.359271	39.802938	39.820616	39.835133
1998 年第四季度	27	32.980934	28.651169	30.006157	29.980987	30.108335
1999 年第一季度	43	42.227388	40.677450	41.084777	41.070032	41.109502
1999 年第二季度	38	36.910111	38.972442	38.512577	38.527794	38.531666
1999 年第三季度	44	39.126645	43.562924	42.666332	42.690311	42.774760
1999 年第四季度	26	31.386879	26.904936	28.338241	28.321053	28.428255
2000 年第一季度	40	43.058982	40.624061	41.287501	41.262512	41.345962
2000 年第二季度	34	37.965233	36.486567	36.876748	36.863485	36.896684
2000 年第三季度	41	41.986176	39.370221	40.090536	40.063829	40.155491
2000 年第四季度	37	29.580084	36.191773	35.075544	35.130227	35.205570
2001 年第一季度	40	43.294273	44.365915	44.113591	44.121566	44.119061
2001 年第二季度	31	37.271360	24.279783	30.426938	30.485004	31.301632
2001 年第三季度	44	43.385190	42.602298	42.801228	42.794184	42.808937
2001 年第四季度	40	31.342709	38.245283	37.073853	37.122407	37.239824

### 3.2 航材消耗的神经网络预测模型

前向三层 BP 神经网络是最适用于模拟输入、输出近似关系的神经网络,它是神经网络中算法最成熟、应用最广泛的一种<sup>[8]</sup>.本文采用改进的 BP 算法,将上述要预测数据的前 10 个数据作为输入值,而将该时刻的实际数据作为期望输出值,构成一个有 11 个相邻数据的训练样本.因而,由前 48 个数据可得到 38 个训练样本,并确定输入层为 10 个单元,输出层为 1 个单元,隐含层为 10 单元.输入值与输出值的归一化方法为  $x_i = \sqrt{d_i}/10$ ,其中  $x_i$  为输入网络的样本值, $d_i$  为实际样本值.使用等维新息一步预测法,即预测  $x_{n+1}$  时,把实际的时序数据  $x_{n-m}, x_{n-m+1}, \dots, x_n$  输入网络,输出下一时刻的预测值  $\hat{x}_{n+1}$ ,当继续预测  $x_{n+2}$  时,并不用  $\hat{x}_{n+1}$ ,而是用实际值  $x_{n+1}$ .最后的预测结果见表 1.

### 3.3 航材消耗基于灰色系统与神经网络的广义加权函数比例平均组合预测模型

利用上面两个模型的预测值及本文方法,经计算可以得到各组合预测模型的最优参数、组合加权系数及预测值如表 1 所示.为了检验组合预测模型的效果,本文采用文献[2]中的如下评价指标作为参考:1)平方和误差(SSE);2)平均绝对误差(MAE);3)均方误差

(MSE); 4) 平均绝对百分比误差 (MAPE); 5) 均方百分比误差 (MSPE). 具体的预测效果评价结果见表 2.

表 2 预测效果评价表  
Table 2 Evaluation results of forecasting effects

预测效果评价指标	SSE	MAE	MSE	MAPE	MSPE
灰色系统预测模型	302.778383	3.508388	1.087533	0.1009498	0.0321214
神经网络预测模型	118.183410	2.174153	0.679451	0.0604290	0.0196160
广义加权算术比例平均组合预测模型	78.755003	1.961045	0.554650	0.0544629	0.0157435
广义加权对数比例平均组合预测模型	78.260173	1.953032	0.552905	0.0542006	0.0156779
广义加权指数比例平均组合预测模型	77.399166	1.925032	0.549855	0.0535811	0.0157197

## 4 结论

本文提出的广义加权函数比例平均组合预测是一种新的群组集结方法, 通过选择合适的模型组合形式及最佳的模型参数, 能够有效地提高预测精度. 本文建立的航材消耗灰色系统预测模型与神经网络预测模型, 通过对实际的航材消耗历史数据进行建模与求解, 证实了灰色系统预测模型与神经网络预测模型能较好地解决航材消耗的季节波动性与随机波动性问题. 而基于灰色系统预测模型与神经网络预测模型的航材消耗广义加权函数比例平均组合预测模型完全可以用于航材消耗预测并可得到更可靠、更精确的预测值, 它在航材消耗预测领域有着广阔的应用前景.

## References

- 1 Bates J M, Granger C W J. Combination of forecasts. *Operations Research Quarterly*, 1969, **20**(4): 451~468
- 2 Wang Ying-Ming, Fu Guo-Wai. Research on the aggregative methods of group forecasting. *Forecasting*, 1993, **12**(3): 42~45 (in Chinese)
- 3 Zeng Yong, Tang Xiao-Wo. A study on the computing method of optimum combined prediction of non-negative weight. *Statistical Research*, 1994, **3**(1): 70~74 (in Chinese)
- 4 Li Xue-Quan. Research on nonnegative weighting coefficient calculating method of optimal combining predictor. *Forecasting*, 1995, **14**(4): 49~50, 60 (in Chinese)
- 5 Yang Gui-Yuan, Tang Xiao-Wo. Integration forecasting model with non-negative weights. *Quantitative & Technical Economics*, 1998, **3**(1): 56~60 (in Chinese)
- 6 Zhang Qing. Application research on an optimal mix forecasting method based on ANN. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2001, **21**(9): 90~93 (in Chinese)
- 7 Liu Si-Feng, Guo Tian-Bang, Dang Yao-Guo *et al.* Grey System Theory and Its Application (Second Edition). Beijing: Science Press, 1999
- 8 Andersn J A. An Introduction to Neural Networks. London: MIT Press, 1995

万玉成 博士研究生. 主要研究领域为最优化、预测和决策.

(WAN Yu-Cheng Ph. D. candidate. His research interests include optimization, forecast and decision.)

何亚群 教授, 博士研究生. 主要研究领域为智能控制理论.

(HE Ya-Qun Professor, Ph. D. candidate. Her research interests include intelligent control theory.)

盛昭瀚 院长, 教授, 博士生导师. 主要研究领域为复杂系统理论.

(SHENG Zhao-Han Dean, professor. His research interests include complex systems theory.)