

基于 LMI 的 μ 方法及其在电力系统中的应用¹⁾

富饶 黄琳

(北京大学力学与工程科学系 北京 100871)

(E-mail: rao.fu@water.pku.edu.cn)

摘要 提出了一个新的基于 linear matrix inequality(LMI)的混合结构奇异值(μ)分析与综合方法,通过采用 S-过程,将 Robust LMI 形式的判据简化,得到了可验证的基于 LMI 的 μ 分析综合判据.该判据是基于状态空间描述的,从而消除了频率扫描过程和频率响应曲线拟合过程并具有更好的数值性态.将该方法应用于典型电力系统励磁控制的鲁棒稳定性分析和鲁棒控制器的设计中,数值仿真结果同现有 AVR+PSS 控制器的结果所做比较表明该方法的有效性.

关键词 结构奇异值,线性矩阵不等式,电力系统

中图分类号 TP13

μ Analysis and Synthesis with Application in Power System: LMI Approach

FU Rao HUANG Lin

(Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University, Beijing 100871)

(E-mail: rao.fu@water.pku.edu.cn)

Abstract This paper presents a new linear matrix inequality(LMI) approach to the mixed μ (structured singular value) analysis and synthesis problem. By using S-procedure, a new μ upper bound for a dynamic system is derived in terms of LMIs. The proposed approach requires no high order multiplier and no frequency sweep. This approach is applied to a typical power system to solve the controller synthesis problem that guarantees the robust stability for a given variations in operating conditions. Numerical simulation results based on the presented control strategy are compared favorably with that based on classical AVR+PSS control.

Key words Structured singular value, linear matrix inequality, power system

1) 国家自然科学基金(10272001)和国家重点基础研究专项经费(G1998020302)资助

Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China(10272001) and National Key Basic Research Special Funds(G1998020302)

收稿日期 2002-10-28 收修改稿日期 2003-05-03

Received October 28, 2002; in revised form May 3, 2003

1 引言

结构奇异值(μ)理论分别由文献[1,2]提出以后,由于其广泛的适用性及其可以精确地处理具有混合不确定性系统的鲁棒分析与综合问题,一直是鲁棒控制理论研究中的重点^[3,4].但是以上这些研究都是基于频域的方法,因而必不可少地需要有频率扫描过程,这导致了计算量的增加,而且在频率- μ 曲线不连续的情况下很难得到准确的结果,针对这些不足,近来提出了一些极具发展潜力的新的研究方向.文献[5,6]分别提出了基于 NMI(Non-linear Matrix Inequality)和 BMI(Bi-Linear Matrix Inequality)的 μ 方法.但是迄今为止,BMI和 NMI 的数值算法还远未成熟.文献[7]给出了基于 LMI 的 μ 分析方法,该方法是基于状态空间描述的,因而不再需要频率扫描过程,同时该方法还具有良好的数值性态(多项式时间复杂度),而且对控制器结构的各种约束条件(阶次,多目标综合等)也比较容易实现,这使得该方法能够更加有效地处理实际控制工程中的问题.

本文在文献[7]的基础上,采用 S-过程方法将其 Robust LMI(R-LMI)形式判据简化,给出了保守性更小、形式较为简单的基于 LMI 的 μ 分析综合方法,并以文献[8]中的应用框架为基础,将该方法应用于典型电力系统励磁控制的鲁棒稳定性分析和鲁棒控制器的设计中,并将数值仿真结果同现有 AVR+PSS 控制器的结果做了比较.

2 预备知识

在本文中采用 MATLAB 符号 $[X;Y]$ 表示将矩阵 Y 的行向量附加在矩阵 X 的行向量之后所形成的矩阵,其中 X 和 Y 具有相同的列数. S_n, G_n 和 P_n 分别表示 $R^{n \times n}$ 中的对称矩阵、反对称矩阵和正定矩阵子空间. $A \otimes B$ 表示矩阵 A, B 的 Kronecker 积,即 $(A \otimes B)_{ij} = (a_{ij}B)$. $A_{m \times n} (0_{m \times n}, 1_{m \times n})$ 表示 m 行 n 列的实矩阵(0-矩阵,1-矩阵). $I_m (0_m, 1_m)$ 表示 m 行 m 列的单位矩阵(0-矩阵,1-矩阵). N^\perp 表示矩阵 N 的正交补矩阵. He 为 Hermit 算子,即对适当阶数方阵 $G, \text{He}G = G + G^T$. 其他符号定义参见文献[7].

2.1 问题描述

本文所研究 μ 控制问题可描述为对给定不确定量集合 $\hat{\Delta}, \gamma \in R_+$ 及广义标称系统 $G(s) \in RH_\infty$,判断频域条件

$$\sup_{\omega \in R} \mu_{\hat{\Delta}}(G(j\omega)) \leq \gamma \quad (1)$$

是否满足或是构造控制器使之满足.其中 $G(s)$ 有以下状态空间实现

$$G(s) \sim \left[\begin{array}{c|c} A_{l \times l} & B_{l \times m} \\ \hline C_{m \times l} & D_{m \times m} \end{array} \right]$$

不确定量集合 $\hat{\Delta}$ 与结构奇异值 $\mu_{\hat{\Delta}}(G)$ 分别定义如下.

定义 1^[1]. 给定非负整数 l_r, l_u 及非负整数数组 $\{k_1^r, \dots, k_{l_r}^r\}, \{k_1^u, \dots, k_{l_u}^u\}$, 其中 $\sum_{i=1}^{l_r} k_i^r +$

$\sum_{i=1}^{l_u} k_i^u = m$, 不确定量集合 $\hat{\Delta} \subset C^{m \times m}$ 定义为

$$\hat{\Delta} = \left\{ \text{diag} \left(r_1 I_{k_1^r}, \dots, r_{l_r} I_{k_{l_r}^r}, \Delta_1, \dots, \Delta_{l_u} \right) \mid \right. \\ \left. r_i \in R, |r_i| \leq 1, i \in \underline{l_r}; \Delta_j \in C^{k_j^u \times k_j^u}, \sigma(\Delta_j) \leq 1, j \in \underline{l_u} \right\} \quad (2)$$

并记 $\hat{\Delta}_r = \hat{\Delta}|_{\Delta_j=0}$, $\hat{\Delta}_u = \hat{\Delta}|_{k_i^r=0}$.

定义 2^[1]. 对给定常值复矩阵 $G \in C^{m \times m}$ 和不确定量集合 $\hat{\Delta}$, 结构奇异值 $\mu_{\hat{\Delta}}(G)$ 定义为

$$\mu_{\hat{\Delta}}(G) = \{ \inf \gamma \mid \gamma > 0, \det(\gamma I - G\Delta) \neq 0, \forall \Delta \in \hat{\Delta} \}$$

2.2 预备引理

直接根据定义 2 很难判断式(1)是否成立, 本文基于以下等价条件.

引理 1. 给定 $\hat{\Delta}$ 如式(2), $\gamma \in R_+$ 及 $G(s)$, 则有式(1)成立当且仅当对 $\forall \Delta_r \in \hat{\Delta}_r$ 存在 $X \in X_s$ 满足

$$\text{He}(MXN^T) + LL^T > 0 \quad (3)$$

其中

$$X_s = \{ \text{diag}(P, W, W) \mid P \in S_l, W \in Q_s \}$$

$$Q_s = \{ \text{diag}(q_1 I_{k_1^u}, \dots, q_{l_u} I_{k_{l_u}^u}) \mid q_i \in R, i \in \underline{l_u} \}$$

$$M = - \begin{bmatrix} A & BT_c & 0 \\ C & DT_c & 0 \\ 0 & 0 & I_k \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} I & BT_c & 0 \\ 0 & DT_c & 0 \\ 0 & 0 & -I_k \end{bmatrix}$$

$$L = L_r \Delta_r + L_u, \quad L_r = \begin{bmatrix} B \\ D \\ 0 \end{bmatrix}, \quad L_u = \begin{bmatrix} 0 \\ -\gamma I \\ T_c^T \end{bmatrix}$$

$$T_c = \begin{bmatrix} 0_{(m-k) \times k} \\ I_k \end{bmatrix}, \quad k = \sum_{i=1}^{l_u} k_i^u$$

证明. 由文献[7]可知式(1)成立当且仅当对 $\forall \Delta \in \hat{\Delta}$ 存在 $P \in S_l, U \in R^{m \times l}$ 和 $V \in R^{m \times m}$ 满足

$$\text{He}X_r(\Delta) > 0 \quad (4)$$

其中

$$X_r(\Delta) = \begin{bmatrix} B\Delta U - AP & B\Delta V \\ (D\Delta - \gamma I)U - CP & (D\Delta - \gamma I)V \end{bmatrix}$$

易知对 $\forall \Delta \in \hat{\Delta}$ 有

$$\Delta = \Delta_r + T_c \Delta_u T_c^T, \quad \Delta_r \in \hat{\Delta}_r, \quad \Delta_u \in \hat{\Delta}_u$$

即

$$\text{He}X_r(\Delta) = \text{He}X_r(\Delta_r) + \text{He} \left(\begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} T_c \Delta_u T_c^T \begin{bmatrix} U & V \end{bmatrix} \right)$$

采用 S-过程^[9] 易证式(4)成立当且仅当存在 $P \in S_l, U \in R^{m \times l}, V \in R^{m \times m}$ 和 $Q' \in Q_s$ 满足

$$\begin{bmatrix} \text{He}X_r(\Delta_r) - \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} T_c Q' T_c^T \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix}^T & [U \ V]^T T_c \\ T_c^T [U \ V] & Q' \end{bmatrix} =$$

$$\text{He} \left[M \begin{bmatrix} P & & \\ & Q & \\ & & Q \end{bmatrix} N^T + L[U \ V] \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^T \right] > 0 \quad (5)$$

其中 $Q=Q'/2 \in Q_s$, 对上式中 U, V 项应用投影引理^[10], 则由 Finsler 引理^[9]可知式(3)成立. 证毕.

引理 2^[11]. 给定 $\hat{\Delta}$ 如式(2), 对适当维数的给定实矩阵 $T_1 = T_1^T, T_2, T_3, T_4$, 如存在 $S \in D_{\hat{\Delta}}, G \in G_{\hat{\Delta}}$ 满足

$$\begin{bmatrix} T_1 - T_2 S T_2^T & T_3^T - T_2 S T_4^T + T_2 G \\ T_3 - T_4 S T_2^T - G T_2^T & S - G T_4^T + T_4 G - T_4 S T_4^T \end{bmatrix} > 0$$

则对 $\forall \Delta \in \hat{\Delta}$ 有

$$T_1 + \text{He}(T_2 \Delta (I - T_4 \Delta)^{-1} T_3) > 0$$

其中

$$\begin{aligned} D_{\hat{\Delta}} &= \left\{ \text{diag}(S^1, \dots, S^{l_r}, s_1 I_{k_1^u}, \dots, s_{l_u} I_{k_{l_u}^u}) \mid S^i \in P_{k_i^r}, i \in \underline{l_r}; s_j \in R_+, j \in \underline{l_u} \right\} \\ G_{\hat{\Delta}} &= \left\{ \text{diag}(G^1, \dots, G^{l_r}, 0_{k_1^u}, \dots, 0_{k_{l_u}^u}) \mid G^i \in G_{k_i^r}, i \in \underline{l_r} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

3 基于 LMI 的 μ 方法

引理 1 将频域条件(1)转化为依赖于不确定量的 R-LMI 条件, 其中乘子 X 依赖于(参数)不确定量 Δ_r 的选取, 因而 R-LMI 条件(3)难于直接验证, 本文采用 S-过程将其简化. 参考文献[12], 可假定 X 为参数不确定量 Δ_r 的仿射线性函数, 即

$$X(\Delta_r) = X_0 + r_1 X_1 + \dots + r_{l_r} X_{l_r}, \quad X_0, X_i \in X_s, \quad i \in \underline{l_r} \quad (7)$$

由该假定及引理 2 可得式(1)成立的充分条件如下.

定理 1. 给定 $\hat{\Delta}, \gamma$ 和 $G(s)$ 如引理 1, 令 $a=l+m+k$, 如存在 $Y \in Y_s$ 满足

$$\text{He} \left\{ \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & T_2 \\ 0 & \tilde{M} & I & T_4 \end{bmatrix} Y \begin{bmatrix} N & \tilde{N} & 0 & T_2 \\ 0 & 0 & I & T_4 \end{bmatrix}^T \right\} + \begin{bmatrix} L_u L_u^T & Z_{12} \\ Z_{12}^T & 0 \end{bmatrix} > 0 \quad (8)$$

则有式(1)成立, 其中

$$\begin{aligned} Y_s &= \{ \text{diag}(X_0, \dots, X_{l_r}, T) \mid X_0, X_i \in X_s, i \in \underline{l_r}; T \in T_s \} \\ T_s &= \left\{ \begin{bmatrix} S & -G \\ G & -S \end{bmatrix} \mid S \in D_{\hat{\Delta}}, G \in G_{\hat{\Delta}} \right\} \\ \tilde{\Delta} &= \{ \text{diag}(r_1 I_{2a}, r_2 I_{2a}, \dots, r_{l_r} I_{2a}) \mid r_i \in R, |r_i| \leq 1, i \in \underline{l_r} \} \\ \tilde{M} &= I_{l_r} \times [M; 0], \tilde{N} = 1_{1 \times l_r} \times N \\ T_2 &= [T_2^1 \ T_2^2 \ \dots \ T_2^{l_r}], T_2^i = [I \ 0] \\ T_4 &= \text{diag}(T_4^1, T_4^2, \dots, T_4^{l_r}), T_4^i = [0 \ L_i L_i^T / 2; 0 \ 0] \\ Z_{12} &= [-L_u L_1^T \ I \ \dots \ -L_u L_{l_r}^T \ I] \\ L_i &= L_r \Delta_r \mid r_j = \delta_{ij}, \Delta_r \in \Delta_r, i \in \underline{l_r} \end{aligned} \quad (9)$$

证明. 已知

$$L = L_r \Delta_r + L_u = \sum_{i=1}^{l_r} (r_i L_i) + L_u$$

注意到

$$L_i L_j^T = 0, \quad i, j \in \underline{l_r}, i \neq j$$

则由式(7),式(3)可表示成

$$\begin{aligned} \text{He}(MXN^T) + LL^T &= \text{He}(MX_0 N^T) + \text{He} \sum_{i=1}^{l_r} (r_i MX_i N^T) + \\ &\left(\sum_{i=1}^{l_r} (r_i L_i) + L_u \right) \left(\sum_{i=1}^{l_r} (r_i L_i) + L_u \right)^T = \\ &\text{He}(MX_0 N^T) + L_u L_u^T + \text{He} \left(\sum_{i=1}^{l_r} r_i (MX_i N^T + L_i L_i^T) \right) + \\ &\text{He} \left(\sum_{i=1}^{l_r} r_i^2 L_i L_i^T / 2 \right) = T_1 + \text{He}(T_2 \Delta (I - T_4 \Delta)^{-1} T_3) > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} T_1 &= \text{He}(MX_0 N^T) + L_u L_u^T \\ T_3 &= [T_3^1; T_3^2; \cdots; T_3^{l_r}], T_3^i = [MX_i N^T + L_i L_i^T; I] \\ \Delta &= \text{diag}(r_1 I_{2a}, r_2 I_{2a}, \cdots, r_{l_r} I_{2a}) \end{aligned} \quad (11)$$

注意到 Δ 的结构,则由引理 2 可知,如存在 $S \in D_{\bar{\Delta}}, G \in G_{\bar{\Delta}}$ 满足

$$\begin{bmatrix} T_1 - T_2 S T_2^T & T_3^T - T_2 S T_4^T + T_2 G \\ T_3 - T_4 S T_2^T - G T_2^T & S - G T_4^T + T_4 G - T_4 S T_4^T \end{bmatrix} > 0 \quad (12)$$

则式(10)(即式(3))成立,将式(9)和(11)代入式(12)即可得式(8).

证毕.

虽然数值结果表明定理 1 同文献[7]中结果相比具有更小的保守性,但判据式(8)的结构依然比较复杂.考虑到 Δ 结构,如果令定理 1 中 $S \in D'_{\bar{\Delta}} \subset D_{\bar{\Delta}}, G \in G'_{\bar{\Delta}} \subset G_{\bar{\Delta}}, D'_{\bar{\Delta}}, G'_{\bar{\Delta}}$ 分别为 $D_{\bar{\Delta}}, G_{\bar{\Delta}}$ 的子集

$$\begin{aligned} D'_{\bar{\Delta}} &= \left\{ \text{diag}(S^1, S^2, \cdots, S^{l_r}) \mid S^i = [S_i \ S_{12i}; S_{12i}^T \ S_{22i}], \right. \\ &\quad \left. S_i, S_{22i} \in P_a, S_{12i} \in R^{a \times a}, i \in \underline{l_r} \right\} \\ G'_{\bar{\Delta}} &= \left\{ \text{diag}(G^1, G^2, \cdots, G^{l_r}) \mid G^i = [G_{11i} \ G_{12i}; -G_{12i}^T \ G_{22i}], \right. \\ &\quad \left. G_{11i}, G_{22i} \in G_a, G_{12i} \in R^{a \times a}, i \in \underline{l_r} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

且满足

$$\begin{aligned} G_{12i} &= -I_a \\ D_i G_{22i} &= -S_{12i} \\ D_i &= L_i L_i^T / 2, i \in \underline{l_r} \end{aligned} \quad (14)$$

则定理 1 有以下简化形式(而不引入过多保守性).

推论 1. 给定 $\hat{\Delta}, \gamma$ 和 $G(s)$ 如引理 1,如存在 $Y \in Y_s$ 满足

$$\text{He}(\tilde{M}Y\tilde{N}^T) + \tilde{L}\tilde{L}^T > 0 \quad (15)$$

则有式(1)成立,其中

$$\begin{aligned}
 Y_S &= \left\{ \text{diag}(X_0, X_1, \dots, X_{l_r}, Y_1, \dots, Y_{l_r}) \mid \right. \\
 &\quad \left. X_i \in X_S, i \in \underline{l_r}; Y_j \in R^{a \times a}, \text{He}Y_j > 0, j \in \underline{l_r} \right\} \\
 \tilde{M} &= [\tilde{M}_1 \quad \tilde{M}_2] \\
 \tilde{N} &= [\tilde{N}_1 \quad \tilde{N}_2] \\
 \tilde{M}_1 &= \text{diag}(M, I_{l_r} \otimes M) \\
 \tilde{N}_1 &= [1; 0_{l_r \times 1}] \otimes (1_{1 \times (l_r+1)} \otimes N) \\
 \tilde{M}_2 &= [-1_{1 \times l_r} \otimes I_a; I_{a l_r}] \\
 \tilde{N}_2 &= [1_{1 \times l_r} \otimes I_a; I_{a l_r}] \\
 \tilde{L} &= [L_u; L_1; L_2; \dots; L_{l_r}]
 \end{aligned} \tag{16}$$

注 1. 约束条件(14)会导致一定的保守性,但数值结果表明推论 1 的保守性同文献[7]相近.而同文献[7]相比,判据(15)具有更好的数值性态.

推论 1 将不确定量集合 Δ 上的 μ 分析问题转化为 LMI 可行解问题(15),但是对于 μ (线性状态反馈)综合问题,直接采用推论 1 的方法通常只能得到 BMI 形式的检验判据.不引入过多保守性,可采用对 $X(\Delta_r)$ 的展开式进行首项截断的方法,即假定 $P_i \equiv 0 (i \neq 0)$,可得到以下 μ 综合 LMI 判据.

推论 2. 给定 $\hat{\Delta}, \gamma, G(s)$ 如引理 1 及适当维数的反馈矩阵 B_1 和 B_2 ,如存在 $Y \in Y_S, R \in R^{n \times l}$ 满足

$$\text{He}(\tilde{M}Y\tilde{N}^T + \hat{M}R\hat{N}^T) + \tilde{L}\tilde{L}^T > 0 \tag{17}$$

则可构造线性状态反馈控制器 $K = RP_0^{-1}$,使闭环系统 $G_{cl}(s)$ 满足

$$\mu_{\hat{\Delta}}(G_{cl}(j\omega)) < \gamma, \quad \forall \omega \in R$$

其中

$$\begin{aligned}
 G_{cl}(s) &\sim \left[\begin{array}{c|c} A + B_1K & B \\ \hline C + B_2K & D \end{array} \right] \\
 \tilde{M}_1 &= \text{diag}(M, I_{l_r} \otimes M') \\
 M' &= - \begin{bmatrix} 0_{l_r} & BT_C & 0 \\ 0 & DT_C & 0 \\ 0 & 0 & I_k \end{bmatrix} \\
 \hat{M} &= - [1; 0_{l_r \times 1}] \otimes [B_1; B_2; 0] \\
 \hat{N} &= [1; 0_{l_r \times 1}] \otimes [I; 0; 0]
 \end{aligned} \tag{18}$$

4 μ 方法在电力系统中应用

4.1 系统模型

电力系统作为典型的非线性系统,其数学模型通常可在稳态平衡点的邻域内近似为以

下参数化线性系统^[13]

$$\dot{x} = A(v_0)x + Bu \quad (19)$$

其中 x 为系统状态向量, u 为输入控制向量, 状态矩阵 A 通常为系统运行参数 v_0 的非线性函数. 当系统运行参数 v_0 依照系统实际运行状况在给定范围内变化时, 线性化模型(19)也在变化, 在给定的运行条件变化范围内, 式(19)对应于一族线性系统. 由于在任一确定时刻, 实际运行中的系统可近似为该系统族中的某一个线性系统, 所以一个设计良好的控制器必须能够对线性化模型族中的每一个(线性)系统都具有良好的控制效果, 即需要对不确定的系统运行参数 v_0 具有鲁棒性.

不失一般性, 可假定系统运行参数 v_0 具有两个分量 v_{01} 和 $v_{02} \in [-1, 1]$, 且 $A(v_0)$ 具有以下二阶多项式逼近形式(对于多变量高阶逼近形式方法类似, 可参考文献[14]).

$$A(v_0) = A_0 + v_{01}A_1 + v_{02}A_2 + v_{01}^2A_{11} + v_{02}^2A_{22} + v_{01}v_{02}A_{12} \quad (20)$$

考虑上述不确定线性系统(19)和(20)对于不确定参数 v_0 的鲁棒稳定性问题及鲁棒综合问题, 即判断系统对 $\forall v_{0i} \in [-1, 1] (i=1, 2)$ 是否鲁棒稳定以及如何构造鲁棒控制器 $u = Kx$, 使之鲁棒稳定. 易证^[8] 该问题等价于 μ 问题(1), 其中 $\gamma=1$, $G(s)$ 和 $\hat{\Delta}$ 有如下形式

$$G(s) \sim \left[\begin{array}{c|cccccc} A_0 & A_1 & A_{11} & A_2 & A_{22} & A_{12} \\ \hline I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (21)$$

$$\hat{\Delta} = \left\{ \text{diag}(r_1 I, r_1 I, r_2 I, r_2 I, r_2 I) \mid |r_i| \leq 1, i = 1, 2 \right\}$$

则由第 3 节中方法(推论 1, 推论 2)该问题即可求解.

4.2 数值仿真

考虑一典型 4 机 SMIB 电力系统, 系统参数见文献[13]. 系统近似化后为三阶线性模型, 状态变量为转子角速度 ω_r 、功角 δ 和励磁绕组磁通量 ψ_{fd} , 控制输入为励磁电压 E_{fd} . 在系统的实际运行中, 为了保证发电质量, 通常机端电压、无穷大母线电压和传输线路阻抗的波动很小, 可近似看作恒定不变, 而有功功率及无功功率则随着用电需求的变化做周期性和季节性的波动. 考虑到以上系统实际运行工况, 可设机端电压 E_i 、无穷大母线电压 E_B 及传输线阻抗 X_E 恒定; 而作为不确定的系统参数, 有功功率 P_i 及无功功率 Q_i 在以下范围内变动: $P_i \in [0.5, 1]$, $Q_i \in [0.2, 0.4]$, 即式(19)有以下形式

$$\dot{x} = A(P_i, Q_i)x + BE_{fd} \quad (22)$$

其中

$$x = (\omega_r \quad \delta \quad \psi_{fd})^T$$

采用变量代换将 P_i, Q_i 归一化后, 多项式逼近式(20)的系数矩阵可用最小二乘法由系统参数生成:

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \begin{bmatrix} 0 & -0.0910 & -0.1009 \\ 376.99 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1694 & -0.3860 \end{bmatrix}, & A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & -0.0726 & -0.0564 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1112 & -0.0817 \end{bmatrix} \\
 A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0.0462 & 0.0225 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0582 & 0.0268 \end{bmatrix}, & A_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & 0.0033 & -0.0015 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0258 & -0.0013 \end{bmatrix} \\
 A_{22} &= \begin{bmatrix} 0 & -0.0024 & -0.0071 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0185 & -0.0154 \end{bmatrix}, & A_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & 0.0043 & 0.0131 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0271 & 0.0206 \end{bmatrix} \\
 B &= [0 \quad 0 \quad 0.1371]^T
 \end{aligned} \tag{23}$$

将式(23)代入式(21),即可由推论 1 分析该系统对不确定系统参数 P_t, Q_t 的鲁棒稳定性,并由推论 2 解得状态反馈励磁控制器 K :

$$K = [7.3109 \times 10^5 \quad 3.2084 \times 10^3 \quad -5.1130 \times 10^3]$$

考虑到现有同步电机励磁控制中最常采用的为 AVR+PSS(自动电压调节器+电力系统稳定器)控制方式,为了同现有的 AVR+PSS 控制方式相比较,对以上系统采用三阶 AVR+PSS 控制器^[13]进行数值仿真对比。

首先分析以上两种励磁控制器对系统极点分布的影响.由图 1 可知开环系统存在不稳定模态($\max_{P_t, Q_t} \text{Re} \lambda(A) = 3.4330$),虽然 AVR+PSS 控制器可以显著地改善系统的鲁棒稳定性(图 2),并增强了系统对稳定振荡模态的阻尼作用,但仍不能保证系统在整个 P_t, Q_t 变化区间上稳定,而且在某些 P_t, Q_t 参数下,AVR+PSS 控制器使得系统稳定性变得更差($\max_{P_t, Q_t} \text{Re} \lambda(A) = 3.6326$).而由推论 2 所解得 μ 鲁棒控制器在整个 P_t, Q_t 变化区间上都能达到稳定的控制效果($\max_{P_t, Q_t} \text{Re} \lambda(A) = -0.0012$),并且对所有的振荡模态都具有恰当的系统阻尼作用(图 3)。

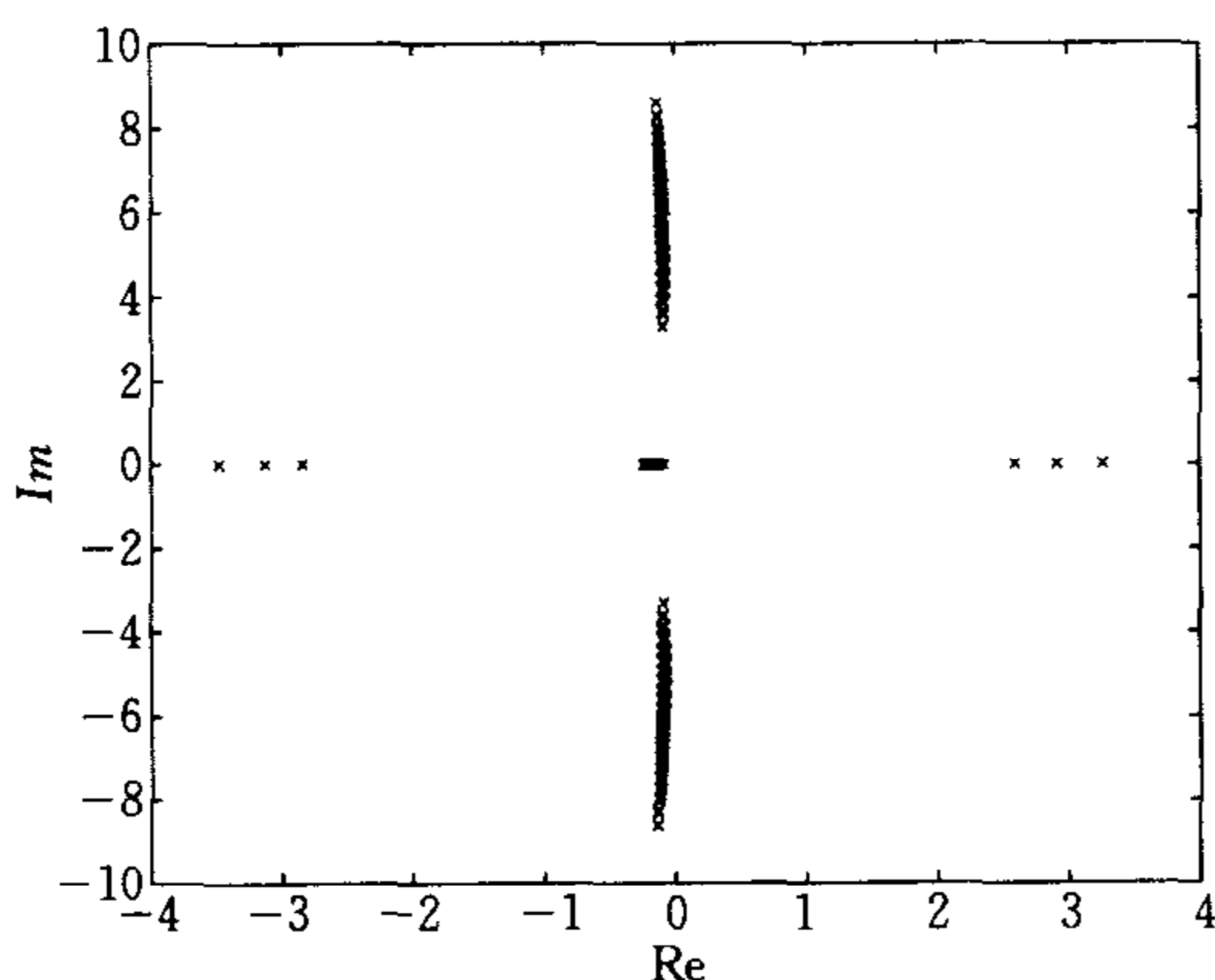


图 1 开环系统极点($\max_{P_t, Q_t} \text{Re} \lambda(A) = 3.4330, \mu = 1.3174$)

Fig. 1 Open Loop Poles($\max_{P_t, Q_t} \text{Re} \lambda(A) = 3.4330, \mu = 1.3174$)

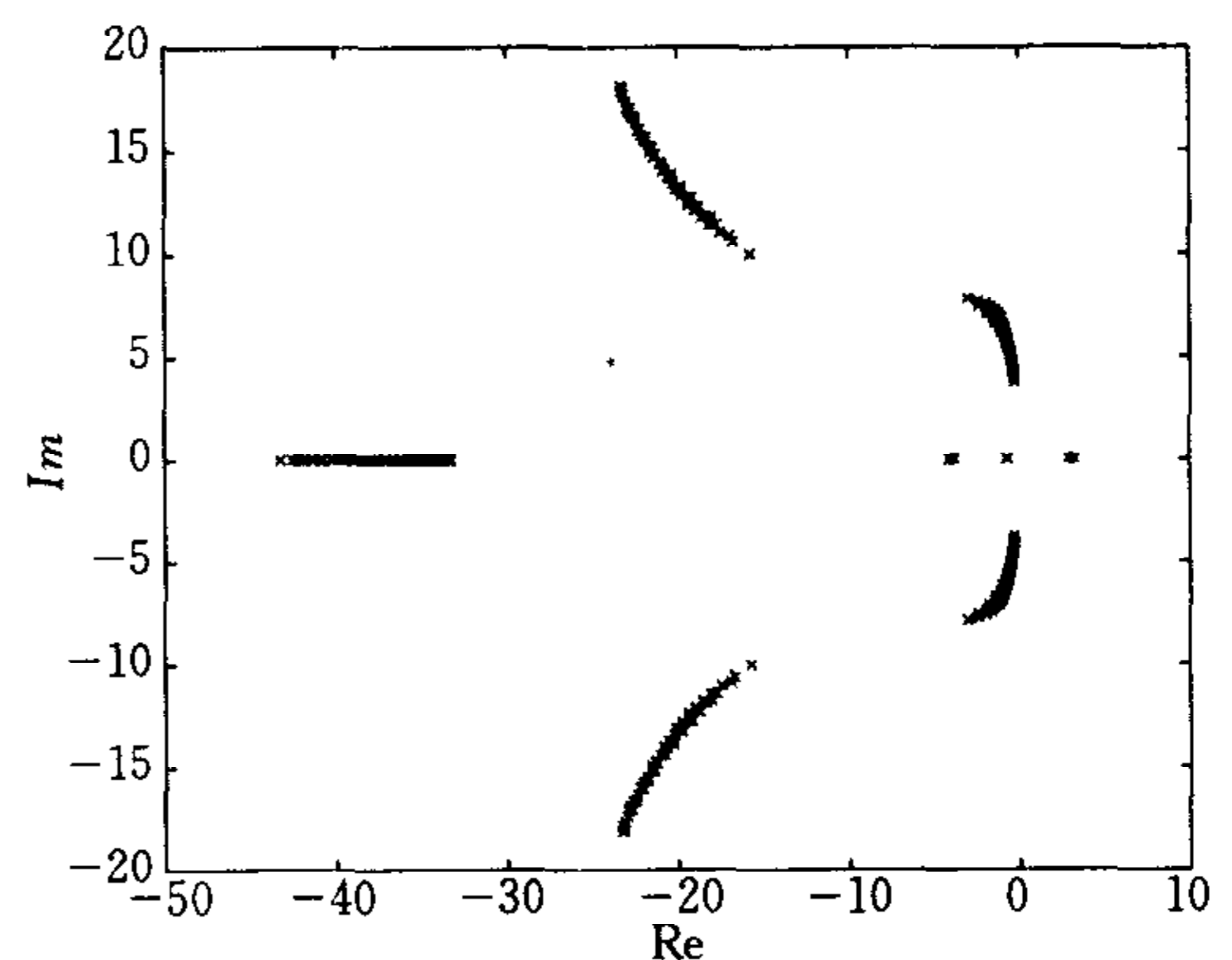


图 2 闭环系统极点(AVR+PSS, $\max_{P_t, Q_t} \text{Re} \lambda(A) = 3.6326, \mu = 1.2998$)

Fig. 2 Close Loop Poles(AVR+PSS, $\max_{P_t, Q_t} \text{Re} \lambda(A) = 3.6326, \mu = 1.2998$)

以上结论也可以由对系统 μ 值的分析得到.开环系统的 $\bar{\mu}$ 值大于 1($\bar{\mu} = 1.3174$),说明开环系统在给定的 P_t, Q_t 变化区间上不是鲁棒稳定的. P_t, Q_t 变化区间范围至少缩减到 $1/\bar{\mu} =$

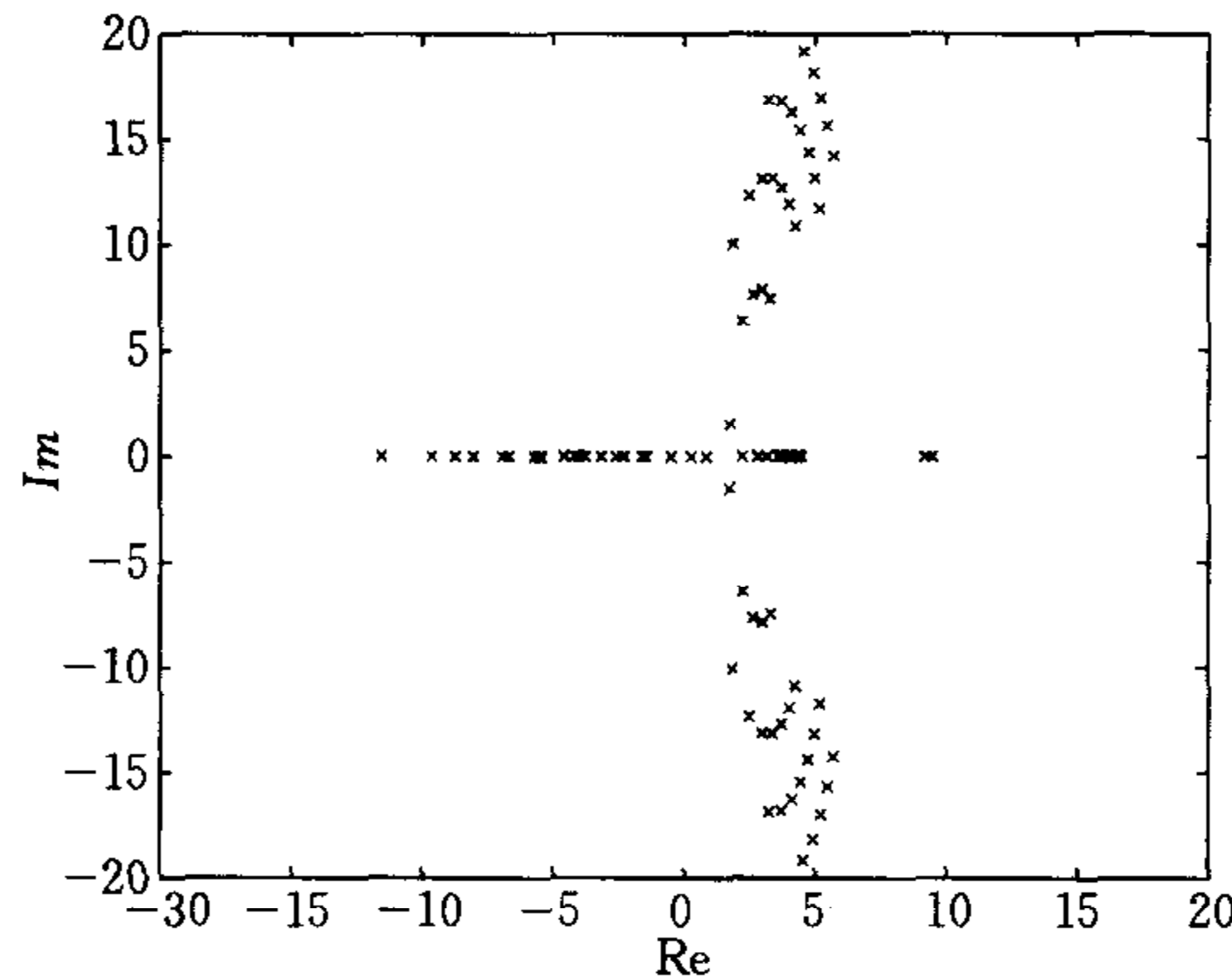


图 3 闭环系统极点(μ 控制器, $\max_{P_i, Q_i} \text{Re } \lambda(A) = -0.0012, \mu = 0.9834$)

Fig. 3 Close Loop Poles(μ Controller, $\max_{P_i, Q_i} \text{Re } \lambda(A) = -0.0012, \mu = 0.9834$)

0.7591 以后才能保证系统鲁棒稳定,而 AVR+PSS 控制器的控制效果并不比手动控制(开环系统)效果更好($\bar{\mu} = 1.2998$). μ 控制器能显著降低系统的 μ 值($\bar{\mu} = 0.9834$),即增强系统的鲁棒性,使上述系统在整个 P_i, Q_i 变化区间上都能达到稳定.

为了检验本文所提出控制方法在实际应用中的效果,根据以上参数对上述 SMIB 系统进行仿真(MATLAB Simulink and Power System Blockset, 隐极式同步机,电气部分采用六阶模型),稳定平衡点 $P_i = 0.9, Q_i = 0.3$. AVR+PSS 根据文献[13]用 MATLAB 实现,有如下扰动方案.

- 1) 扰动方案 1: 传输线三相短路,持续 0.1s 后切除,仿真结果见图 4.
- 2) 扰动方案 2: 切除 20%机械输入功率,0.4s 后恢复,仿真结果见图 5.
- 3) 扰动方案 3: 励磁参考电压 25%波动,持续 0.2s,仿真结果见图 6.

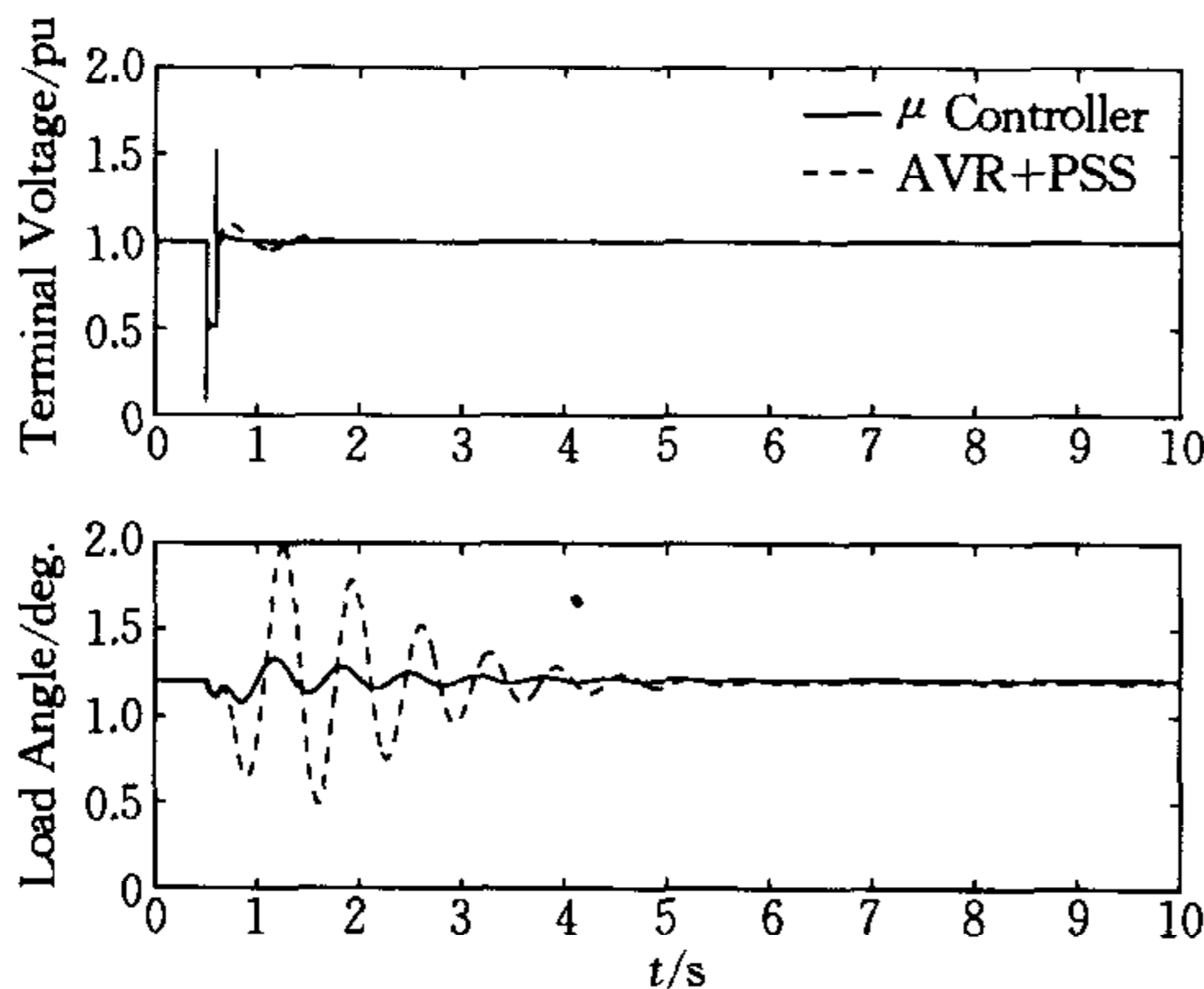


图 4 扰动方案 1
Fig. 4 Disturbance 1

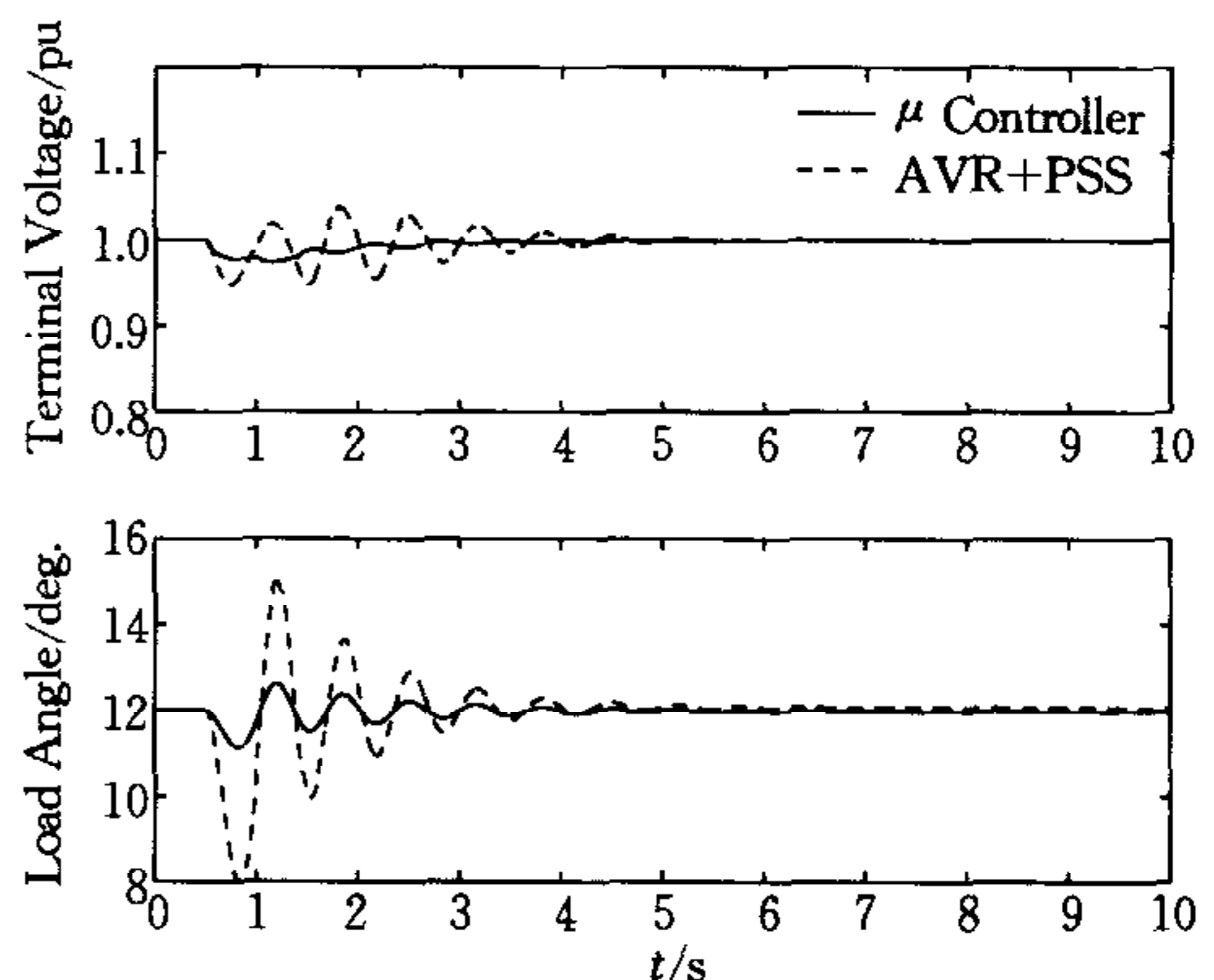


图 5 扰动方案 2
Fig. 5 Disturbance 2

由数值仿真结果可知,同 AVR+PSS 控制器相比, μ 控制器具有更好的动态特性,对机端转角的漂移和转子角速度的波动都有很强的抑制作用;对机组的各种外部扰动 μ 控制器的控制效果都优于 AVR+PSS 控制器,而且 μ 控制器对大范围的不确定量的变化(有功功率和无功功率)有更强的鲁棒性,即使 AVR+PSS 控制器无法镇定系统时, μ 控制器仍然具有满意的控制效果.此外,虽然本文所采用的控制策略是在电力系统的某一组特定的平衡点的线性化的基础上设计的,但仿真结果表明,这种控制方案对电力系统在较大的范围内偏离

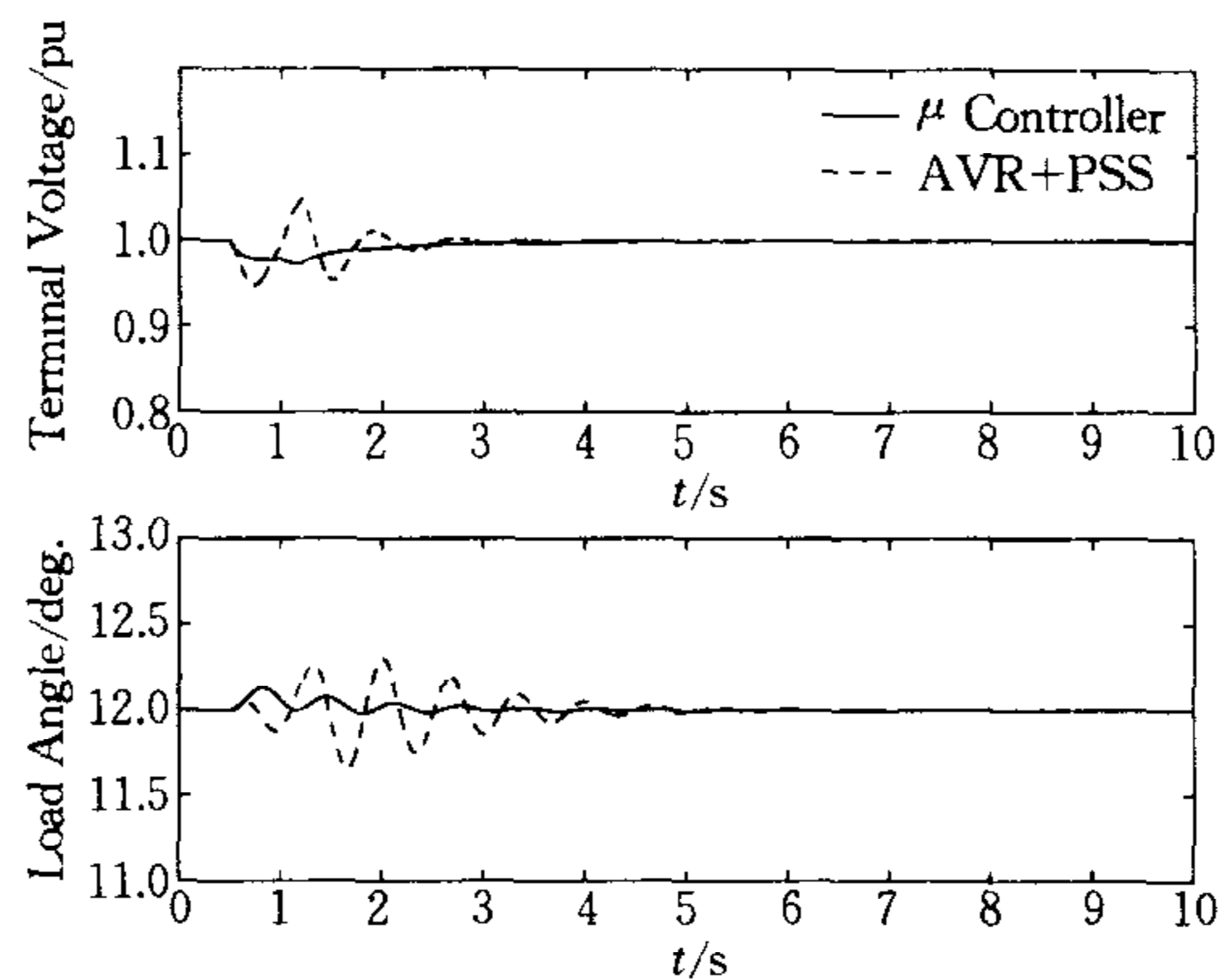


图 6 扰动方案 3

Fig. 6 Disturbance 3

稳态平衡点的情况也有很好的控制作用。

注 2. 同现有其它励磁控制方式(如线性最优励磁)相比, μ 控制方式的优势在于对不确定量的处理上, μ 控制方式可以统一处理混合参数不确定性与未建模动态不确定性的系统,而对于控制器的各种指标要求(增益限制等),也比较容易通过 LMI 的方式实现。 μ 控制方式的局限在于其需要状态反馈信息,当状态信息不易获得时,需要附加状态观测器。

5 结论

本文提出了一个新的基于 LMI 的混合 μ 分析与综合方法,通过采用 S-过程,将 Robust LMI 形式的判据简化,得到了可验证的基于 LMI 的 μ 分析综合判据. 本文将该方法应用于典型电力系统励磁控制的鲁棒稳定性分析和鲁棒控制器的设计中,并将数值仿真结果同 AVR+PSS 控制器的结果做了比较,数值结果表明该控制方案较传统 AVR+PSS 方式具有更好的鲁棒性及动态特性,同时也具有更好的数值性态。

References

- 1 Doyle J C. Analysis of feedback systems with structured uncertainties. *Proceedings of IEE, Part D*, 1982, **129**(1): 240~250
- 2 Safonov M G. Stability margins of diagonally perturbed multivariable feedback systems. *Proceedings of IEE, Part D*, 1982, **129**(1): 251~256
- 3 Fan M K H, Tits A L, Doyle J C. Robustness in the presence of mixed parametric uncertainty and unmodeled dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, **36**(1): 25~38
- 4 Gary J Balas, John C Doyle, Keith Glover, Andy Packard, Roy Smith. μ Analysis and Synthesis Toolbox. Minneapolis, MN: The MUSYN Inc. and The MathWorks Inc., 1998
- 5 Collins E G, Sadhukhan D, Watson L T. Robust controller synthesis via non-linear matrix inequalities. *International Journal of Control*, 1999, **72**(11): 971~980
- 6 Safonov M G, Goh K C, Ly J H. Control system synthesis via bilinear matrix inequalities. In: *Proceedings of the American Control Conference*. New York, USA: 1994. 45~49
- 7 Chen G, Sugie T. μ -Analysis and synthesis of state feedback systems based on multipliers and LMI's. In: *Proceedings of the American Control Conference*. New York, USA: 1998. **17**: 537~541
- 8 Miodrag Djukanovic, Mustafa Khammash, Vijay Vittal. Application of the structured singular value theory for ro-

- bust stability and control analysis in multimachine power systems, Part I: Framework development. *IEEE Transactions on Power System*, 1998, **13**(4): 1311~1316
- 9 Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, Balakrishnan V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM, Philadelphia, PA; 1994
- 10 Iwasaki T, Skelton R E. All controllers for the general H_∞ control problem; LMI existence conditions and state space formulas. *Automatica*, 1994, **30**(8): 1307~1317
- 11 Laurent El Ghaoui, Hervé Le Bret. Robust solutions to least-squares problems with uncertain data. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 1997, **18**(4): 1035~1064
- 12 Pascal Gahinet, Pierre Apkarian, Mahmoud Chilali. Affine parameter-dependent Lyapunov function and real parameter uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(3): 436~442
- 13 Kundur P. *Power System Stability and Control*. New York, USA; McGraw-Hill Inc. , 1994
- 14 George E Boukarim, Joe H Chow. Modeling of nonlinear system uncertainties using a linear fractional transformation approach. In: *Proceedings of the American Control Conference*. New York, USA; 1998. **5**: 2973~2979

富 饶 博士研究生, 1996 年获上海交通大学硕士学位, 研究方向为 μ 分析与综合理论、控制理论中的数值方法、大规模 SDP 算法。

(**FU Rao** Recieved his Master's degree from Shanghai Jiaotong University in 1996. Now he is Ph. D. candidate in Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University. His research interests include μ analysis and synthesis, numerical method in control theory and large-scale semi-definite programming algorithm.)

黄 琳 见本刊第 29 卷第 1 期。

(**HUANG Lin** Professor of the Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University. His research interests include robust control, stability of complex systems and control of mechanics systems.)