

输入非线性广义预测控制系统的 吸引域分析与设计¹⁾

丁宝苍^{1,2} 席裕庚¹

¹(上海交通大学自动化研究所 上海 200030)

²(河北工业大学自动化系 天津 300130)

(E-mail: dingbc@jssmail.hebut.edu.cn; ygxi@sjtu.edu.cn)

摘要 对输入非线性包括输入饱和与 Hammerstein 非线性的系统, 采用两步法广义预测控制 (TSGPC) 策略. 首先不考虑输入非线性, 采用线性 GPC 求解期望的中间变量, 然后采用解方程的方法处理 Hammerstein 非线性并用解饱和方法满足饱和约束. 将 TSGPC 转化为状态空间描述, 研究该控制策略的吸引域问题. 将吸引域的求解化为迭代求解的优化问题, 给出了求解算法和满足给定吸引域要求的控制器的调整方法. 通过仿真验证了理论结果.

关键词 输入非线性, 预测控制, 不变集, 吸引域

中图分类号 TP273

Design and Analysis of the Domain of Attraction for Generalized Predictive Control with Input Nonlinearity

DING Bao-Cang^{1,2} XI Yu-Geng¹

¹(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

²(Department of Automation, Hebei University of Technology, Tianjing 300130)

(E-mail: dingbc@jssmail.hebut.edu.cn; ygxi@sjtu.edu.cn)

Abstract For systems with input nonlinearities, including input saturation and Hammerstein nonlinearity, the Two Step Generalized Predictive Control (TSGPC) scheme is adopted. Firstly, the input nonlinearities are not considered and linear GPC is applied to obtain the desired intermediate variable. Then, the Hammerstein nonlinearity is dealt with by solving equation and the saturation constraint is satisfied by desaturation. This paper transforms TSGPC into state space representation, and studies its domain of attraction. It transforms the solving of the domain of attraction into an iterative optimization problem and gives algorithm for this solution. It also gives the tuning algorithm for achieving desired domain of attraction. The theoretical result is validated by simulation.

Key words Input nonlinearity, predictive control, invariant set, domain of attraction

1 引言

文 [1] 已经研究了“输入静态非线性 + CARIMA”型系统的非线性分离法预测控制器,

1) 国家自然科学基金重点项目 (69934020) 资助

Supported by National Nature Science Foundation of P. R. China (69934020)

收稿日期 2003-03-31 收修改稿日期 2003-08-11

Received March 31, 2003; in revised form August 11, 2003

其中输入静态非线性包括输入饱和环节和 Hammerstein 非线性. 该文采用 TSGPC (Two Step Generalized Predictive Control), 即先用无约束广义预测控制 (Linear Generalized Predictive Control, LGPC)^[2] 求解期望中间变量, 然后求解非线性方程反算控制作用并用解饱和方法满足饱和约束. 这样, 由于方程求解误差、解饱和及模型静态误差等原因, 在 TSGPC 闭环系统中将存在一滞留非线性. 文 [1] 给出了该滞留非线性的界的确定方法, 采用 Popov 稳定性判据给出闭环稳定的充分条件, 并给出了控制器参数的调整方法. 但约束非线性系统的稳定性一般来说是局部的, 即涉及到吸引域问题, 该问题在文 [1] 中没有解决.

文 [1] 的研究和结论都是直接针对输入输出模型的, 而要求解 TSGPC 的吸引域需要采用状态空间模型. 对给定的控制律, 闭环系统的吸引域称为最大输出可行集, 文 [3~5] 等对此作了多方面的研究, 但还不能直接用于求解 TSGPC 的吸引域. 本文首先将系统的输入输出描述转化为状态空间描述, 并进一步考虑中间变量和设定值 (对跟踪问题) 得到扩展状态空间描述, 然后将吸引域求解转化为迭代求解的优化问题, 给出了相应的求解算法.

第 2 节描述 TSGPC 的求解方法并综述文 [1] 的研究结果; 第 3 节将系统转化为状态空间描述, 给出与吸引域有关的稳定性结论; 第 4 节给出吸引域的计算方法和满足给定吸引域要求的控制器的调整方法; 第 5 节通过一个仿真例子来验证稳定性和吸引域的相关结论.

2 TSGPC 及其已有稳定性结果

设模型为一个静态非线性环节加上一个动态线性环节的形式. 静态非线性为 $v(t) = f(u(t))$, 这里 v 为中间变量, u 为系统输入, $f(0) = 0$; 线性部分采用受控自回归积分滑动平均 (CARIMA) 模型

$$\Delta a(z^{-1})y(t) = b(z^{-1})\Delta v(t-1), \quad \Delta = 1 - z^{-1} \quad (1)$$

其中 z^{-1} 为后移差分算子, $\Delta a(z^{-1}) = \Delta(1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na}) = 1 + \bar{a}_1 z^{-1} + \dots + \bar{a}_{na+1} z^{-na-1}$, $b(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb+1}$, $a_{na} \neq 0$, $b_{nb} \neq 0$, a 和 b 不可约. 控制作用受到饱和约束 $|u(t)| \leq U$, 其中 U 为正标量.

TSGPC 的第一步是由式 (1) 利用 LGPC^[2] 求解期望的 $v(t)$, 采用如下目标函数

$$J(t) = \sum_{i=N}^{N_2} [y(t+i) - \omega]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda \Delta v^2(t+j-1) \quad (2)$$

其中 ω 为设定值. 引入两个 Diophantine 方程 $1 = E_j a \Delta + z^{-j} F_j$ 和 $E_j b = \tilde{G}_j + z^{-(j-1)} H_j$, 解见文 [1]. 定义 $\mathbf{H} = [H_{N_1}, H_{N_1+1}, \dots, H_{N_2}]^T$, $\mathbf{F} = [F_{N_1}, F_{N_1+1}, \dots, F_{N_2}]^T$, $\mathbf{M} = [1, 1, \dots, 1]^T$ 和 $\mathbf{d}^T = [1, 0, \dots, 0](\lambda I + G^T G)^{-1} G^T$, 其中 G 的定义也见文 [1]. 则 LGPC 的控制律为 $\Delta v(t) = \mathbf{d}^T (\vec{\omega} - \mathbf{f})$, 其中 $\vec{\omega} = [\omega, \omega, \dots, \omega]^T$, \mathbf{f} 是由过去的中间变量和输出以及当前的输出组合成的向量.

TSGPC 的第二步是由 $v^L(t) = v^L(t-1) + \Delta v(t)$ 计算施加于实际对象的控制作用 $u(t)$, 两种具体方法参考文 [1]. 本文采用对中间变量解饱和的方法, 即首先由 $u(t)$ 的约束确定对 $v(t)$ 的约束, 即 $v_{\min} \leq v(t) \leq v_{\max}$ (由于 $f(0) = 0$, 故 $v_{\min} \leq 0, v_{\max} \geq 0$), 令

$$\tilde{v}(t) = \begin{cases} v_{\min}, & v^L(t) < v_{\min} \\ v^L(t), & v_{\min} \leq v^L(t) \leq v_{\max} \\ v_{\max}, & v^L(t) > v_{\max} \end{cases}$$

0 得到 $u(t)$, 满足输入约束 (文 [1] 说明了求解方法且指出该方程总存在实解). 这个过程形式地记为 $u(t) = \hat{f}^{-1}(v^L(t))$. 记实际非线性为 f_0 , 则显然有 $v(t) = f_0 \hat{f}^{-1}(v^L(t))$.

文 [1] 研究了 TSGPC 的稳定性和参数调整方法, 现简述之. 假设实际系统的非线性项满足

$$k_1^0 \vartheta^2 \leq (f_0 \hat{f}^{-1} - 1)(\vartheta)\vartheta \leq k_2^0 \vartheta^2 \tag{3}$$

其中 $k_1^0 > 0$ 和 $k_2^0 > 0$ 为常数, 则有如下引理.

引理 1. 如果线性部分模型准确, 则满足三个条件时 TSGPC 闭环稳定: ① $f_0 \hat{f}^{-1}$ 满足式 (3); ② $a(1 + d^T H)\Delta + (1 + k_1^0)z^{-1}d^T Fb = 0$ 的根全部位于复平面的单位圆内; ③

$$\frac{1}{k_2^0 - k_1^0} + \operatorname{Re} \left\{ \frac{z^{-1}d^T Fb}{a(1 + d^T H)\Delta + (1 + k_1^0)z^{-1}d^T Fb} \right\} > 0, \forall |z| = 1 \tag{4}$$

若方程求解准确并且存在正标量 $k_{0,1}, k_{0,2}$ 和 $k_{s,1}$, 使得(a) 模型误差满足 $k_{0,1} f(\theta)\theta \leq f_0(\theta)\theta \leq k_{0,2} f(\theta)\theta$, (b) 解饱和的幅度满足 $k_{s,1} \theta^2 \leq \operatorname{sat}(\theta)\theta \leq \theta^2$, 则 $k_1^0 = k_{0,1} k_{s,1} - 1, k_2^0 = k_{0,2} - 1$.

给定 $\{k_1^0, k_2^0\}$ 并假设式 (3) 成立, 还可根据引理 1 设计控制器参数使系统稳定. 虽然文 [1] 给出了相应的算法, 但没有解决 k_1^0 随解饱和幅度即随 $k_{s,1}$ 变化的问题. 该问题直接涉及到下文将要研究的闭环系统的吸引域问题.

3 状态空间描述及其与吸引域有关的稳定性结论

3.1 TSGPC 的状态反馈控制律

将模型 (1) 变换为状态空间模型 $x(t+1) = Ax(t) + B\Delta v(t), y(t) = Cx(t)$, 其中 $x \in R^n, n = \max\{n_a + 1, n_b\}, A = \begin{bmatrix} -\alpha^T & -a_n \\ I_{n-1} & 0 \end{bmatrix}, B = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T, C = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n], I_{n-1}$ 为 $n-1$ 阶单位阵, $\alpha^T = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n-1}]$. 对 $0 < j \leq N_2$ 和 $0 < i \leq N_2$, 取 $q_i = \begin{cases} 1, & N_1 \leq i \leq N_2 \\ 0, & i < N_1 \end{cases}$ 和 $\lambda_j = \begin{cases} \lambda, & 1 \leq j \leq N_u \\ \infty, & j > N_u \end{cases}$, 并取向量 L 使 $CL = 1$, 则 LGPC 目标函数 (2) 可以等价地化为 LQ 问题的目标函数^[6]

$$J = \|x(t+N_2) - L\omega(t+N_2)\|_{C^T q_{N_2} C}^2 + \sum_{i=0}^{N_2-1} \{ \|x(t+i) - L\omega(t+i)\|_{C^T q_i C}^2 + \lambda_{i+1} \Delta v(t+i)^2 \} \tag{5}$$

其中对任意向量 s 和矩阵 $W \geq 0, \|s\|_W^2 = s^T W s$. LQ 问题的控制律为^[7]

$$\Delta v(t) = -(\lambda + B^T P_1 B)^{-1} B^T [P_1 A x(t) + r(t+1)] \tag{6}$$

其中 P_1 可由 Riccati 迭代公式求出, 即 $P_i = q_i C^T C + A^T P_{i+1} A - A^T P_{i+1} B (\lambda_{i+1} + B^T P_{i+1} B)^{-1} B^T P_{i+1} A$ 且 $P_{N_2} = C^T C; r(t+1) = -\sum_{i=N_1}^{N_2} \Psi^T(i, 1) C^T \omega(t+i), \Psi(j, 1) = \prod_{i=1}^{j-1} [A - B(\lambda_{i+1} + B^T P_{i+1} B)^{-1} B^T P_{i+1} A], \forall j > 1$ 且 $\Psi(1, 1) = I$. 记式 (6) 为 $\Delta v(t) = Kx(t) + K_r r(t+1)$. 若 ω

为定值, 则有 $v^L(t) = v^L(t-1) + Kx(t) + K_\omega \omega(t+1)$, 其中 $K_\omega = -K_r \times \sum_{i=N_1}^{N_2} \Psi^T(i, 1)C^T$. 图 1 所示为 TSGPC 的等效方框图.

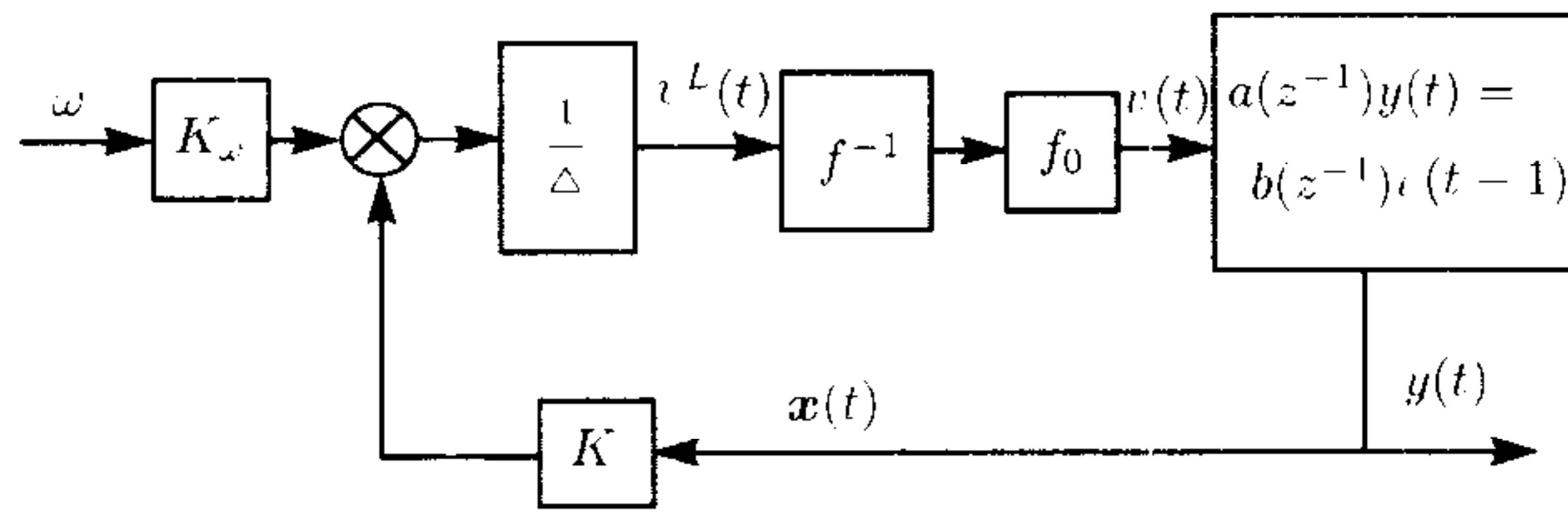


图 1 TSGPC 的等效方框图

Fig. 1 Equivalent block diagram of TSGPC

3.2 稳定性结论

当式 (3) 满足时, 令 $\delta \in C_o\{\delta_1, \delta_2\} = C_o[k_1^0 + 1, k_2^0 + 1]$, 即 $\delta = \xi\delta_1 + (1 - \xi)\delta_2$, ξ 为满足 $0 \leq \xi \leq 1$ 的任意值. 若由 δ 代替 $f_0 \hat{f}^{-1}$, 则因为 δ 是标量, 故可以在方框图中移动一个位置, 图 1 变为图 2.

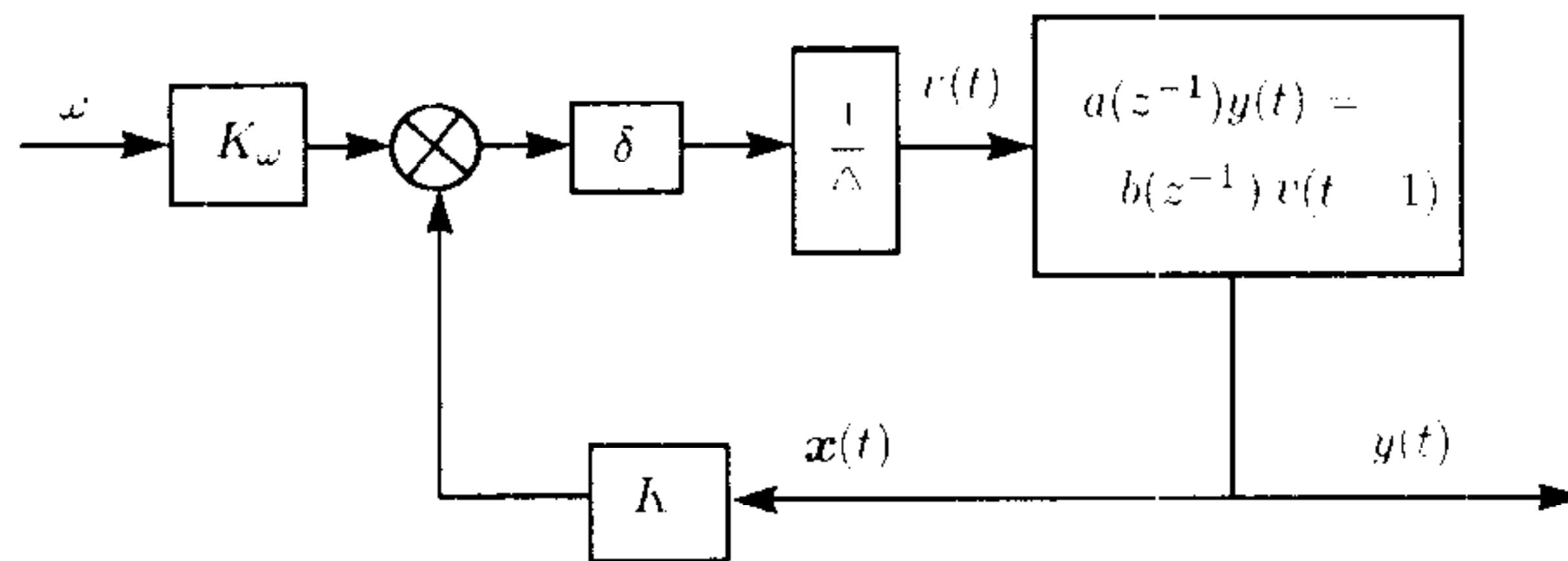


图 2 TSGPC 的鲁棒系统表示

Fig. 2 Robust system representation of TSGPC

易知, 若图 2 所示不确定系统鲁棒稳定, 则原 TSGPC 闭环稳定. 为得稳定性结论需图 2 系统的扩展状态空间表示. 由于 $v(t) = v(t-1) + \delta Kx(t) + \delta K_\omega \omega(t+1) = [1 \ \delta K \ \delta K_\omega][v(t-1) \ x(t) \ \omega(t+1)]^T$, $\omega(t+2) = \omega(t+1)$ 和 $x(t+1) = (A + \delta BK)x(t) + \delta BK_\omega \omega(t+1)$, 故有

$$\begin{bmatrix} v(t) \\ x(t+1) \\ \omega(t+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \delta K & \delta K_\omega \\ 0 & A + \delta BK & \delta BK_\omega \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t-1) \\ x(t) \\ \omega(t+1) \end{bmatrix} \quad (7)$$

记式 (7) 为 $\tilde{x}(t+1) = \Phi \tilde{x}(t)$, 并称 $\tilde{x} \in R^{n+2}$ 为扩展状态.

TSGPC 的平衡点 (u_e, y_e) 的吸引域 Ω 定义为满足如下条件的初始扩展状态 $\tilde{x}(0)$ 的集合

$$\forall \tilde{x}(0) \in \Omega \subset R^{n+2}, \lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = u_e, \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_e \quad (8a)$$

对给定的 $v(-1)$ 和 ω , TSGPC 的平衡点 (u_e, y_e) 的吸引域 Ω_x 定义为满足如下条件的初始状态 $x(0)$ 的集合

$$\forall x(0) \in \Omega_x \subset R^n, \lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = u_e, \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_e \quad (8b)$$

根据以上描述和引理 1 容易得到如下结论.

定理 1. 假设 TSGPC 线性部分模型准确, 并且 (a) 对 $\forall \tilde{x}(0) \in \Omega, \forall t \geq 0$, 解饱和幅度 $k_{s,1}$ 使非线性项 $f_0 \hat{f}^{-1}$ 满足式 (3), (b) 满足引理 1 条件②, (c) 满足引理 1 条件③, 则 TSGPC 的平衡点 (u_e, y_e) 稳定, 吸引域为 Ω .

注 1. 定理 1 与引理 1 的主要区别在于引入了吸引域. 定理 1 能解决的问题包括:

(A) 给定满足引理 1 三个条件的 $\{k_1^0, k_2^0, \lambda, N_1, N_2, N_u\}$, 确定闭环系统的吸引域 Ω ;

(B) 给定 $\{k_{0,1}, k_{0,2}\}$ 和要求的吸引域 Ω , 搜索满足引理 1 三个条件的 $\{\lambda, N_1, N_2, N_u\}$.

采用适当的控制器参数可满足定理 1 条件②和③, 这时只要解饱和幅度足够小, 则条件①也可能满足. 只有当 $\tilde{x}(0)$ 属于某一特定集合时条件①才能始终满足, 这个特定的集合就是 TSGPC 闭环系统的吸引域. 下一节将给出吸引域的计算方法, 即解决上述问题 (A), 并进一步给出问题 (B) 的解决算法.

4 TSGPC 的吸引域计算与控制器设计

4.1 吸引域计算

记 $\Phi_1 = [1 \quad K \quad K_\omega]$. 在式 (7) 中

$$\Phi \in C_o\{\Phi^{(1)}, \Phi^{(2)}\} = C_o\left\{\begin{bmatrix} 1 & \delta_1 K & \delta_1 K_\omega \\ 0 & A + \delta_1 BK & \delta_1 BK_\omega \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & \delta_2 K & \delta_2 K_\omega \\ 0 & A + \delta_2 BK & \delta_2 BK_\omega \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right\} \quad (9)$$

假设引理 1 的三个条件满足, 可采用如下方法计算吸引域, 方法的理论基础见 [3~5].

算法 1. 吸引域的理论求解算法:

Step 1. 取 $k_{s,1} = (k_1^0 + 1)/k_{0,1}$, 令

$$S_0 = \{\tilde{x} \in R^{n+2} \mid \Phi_1 \tilde{x} \leq v_{\max}/k_{s,1}, \Phi_1 \tilde{x} \geq v_{\min}/k_{s,1}\} = \{\tilde{x} \in R^{n+2} \mid F^{(0)} \tilde{x} \leq g^{(0)}\} \quad (10a)$$

其中 $g^{(0)} = \begin{bmatrix} v_{\max}/k_{s,1} \\ -v_{\min}/k_{s,1} \end{bmatrix}$, $F^{(0)} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ -\Phi_1 \end{bmatrix}$; 令 $j = 1$, 在该步中, 若已知 v^L 的最值 v_{\min}^L 和 v_{\max}^L , 也可令

$$S_0 = \{\tilde{x} \in R^{n+2} \mid \Phi_1 \tilde{x} \leq v_{\max}^L, \Phi_1 \tilde{x} \geq v_{\min}^L\} = \{\tilde{x} \in R^{n+2} \mid F^{(0)} \tilde{x} \leq g^{(0)}\} \quad (10b)$$

Step 2. 令

$$N_j = \{\tilde{x} \in R^{n+2} \mid F^{(j-1)} \Phi^{(l)} \tilde{x} \leq g^{(j-1)}, l = 1, 2\} \quad (11)$$

并令

$$S_j = S_{j-1} \cap N_j = \{\tilde{x} \in R^{n+2} \mid F^{(j)} \tilde{x} \leq g^{(j)}\} \quad (12)$$

Step 3. 若 $S_j = S_{j-1}$, 则令 $S = S_{j-1}$ 并结束整个算法; 否则, 令 $j = j + 1$ 并转 Step 2.

在以上算法中涉及到如下概念.

定义 1. 若存在 $d > 0$ 使得 $S_d = S_{d+1}$, 则称 S 是有限可确定的. 此时 $S = S_d$, 称 $d^* = \min\{d \mid S_d = S_{d+1}\}$ 为确定性指数.

因 $S_j = S_{j-1}$ 的判断可以转化为优化问题, 算法 1 可以转化为如下算法.

算法 2. 吸引域的迭代优化求解:

Step 1. 按照式 (10) 计算 S_0 , 取 $j = 1$;

Step 2. 求解下列优化问题

$$\max J_{i,l}(\tilde{x}) = (F^{(j-1)} \Phi^{(l)} \tilde{x} - g^{(j-1)})_i, \quad i = 1, 2, \dots, I_j; \quad l = 1, 2 \quad (13)$$

满足约束 $F^{(j-1)} \tilde{x} - g^{(j-1)} \leq 0$, 其中 I_j 为 $F^{(j-1)}$ 的行数, $(\cdot)_i$ 表示取第 i 行. 令 $J_{i,l}^*$ 为 $J_{i,l}(\tilde{x})$ 的最优值. 如果 $\forall l = 1, 2, \forall i = 1, 2, \dots, I_j, j_{ii}^* \leq 0$, 则停止并取 $d^* = j - 1$, 否则继续;

Step 3. 由式 (11) 求 N_j 并由式 (12) 求 S_j , 令 $j = j + 1$, 转 Step 2.

注 2. 由式 (11) 和 (12) 求得的表示中可能含有冗余的不等式, 这些冗余的不等式也可以采用类似的优化方法剔除.

实际应用中不一定能够找到有限个不等式来准确地表达吸引域 S , 即 d^* 不是一个有限值. 也有可能 d^* 虽然有限但是很大, 致使算法的收敛速度很慢. 为了加快收敛速度, 或者在算法 1 和算法 2 不收敛时近似系统的吸引域, 可以引入 $\varepsilon > 0$. 记 $\vec{1} = [1, 1, \dots, 1]^T$, 在式 (11) 中, 令

$$N_j = \{\tilde{x} \in R^{n+2} | F^{j-1} \Phi^{(l)} \tilde{x} \leq g^{(j-1)} - \varepsilon \vec{1}, l = 1, 2\} \quad (14)$$

算法 3. 吸引域的 ε - 算法除 N_j 由式 (14) 计算外, 其它与算法 2 相同.

4.2 满足给定吸引域要求的控制器的设计方法

算法 4. 给定 $\{k_{0,1}, k_{0,2}\}$ 和要求的吸引域 Ω_0 , 搜索 $\{\lambda, N_1, N_2, N_u\}$ 使 $\Omega \supseteq \Omega_0$

Step 0. 初选 $\Omega \subset \Omega_0$;

Step 1. 以一定方式选择或改变 $\{\lambda, N_1, N_2, N_u\}$, 令 $\tau = 1$;

Step 2. 确定 Φ_1 , 令 $v_{\min}^L = \min_{\tilde{x} \in \Omega} \Phi_1 \tilde{x}$ 和 $v_{\max}^L = \max_{\tilde{x} \in \Omega} \Phi_1 \tilde{x}$. 若 $v_{\min}^L < v_{\min}$, 则 $k_{s,1}^{\min} = v_{\min} / v_{\min}^L$, 否则记 $k_{s,1}^{\min} = 1$; 若 $v_{\max}^L > v_{\max}$, 则 $k_{s,1}^{\max} = v_{\max} / v_{\max}^L$, 否则记 $k_{s,1}^{\max} = 1$; 令 $k_{s,1} = \min\{k_{s,1}^{\min}, k_{s,1}^{\max}\}$;

Step 3. 根据 $\{k_{0,1}, k_{0,2}\}$ 和 $k_{s,1}$ 计算 $\{k_1^0, k_2^0\}$;

Step 4. 根据 $\{k_1^0, k_2^0, \lambda, N_1, N_2, N_u\}$ 计算 Ω (算法 2);

Step 5. 判断是否 $\Omega \supseteq \Omega_0$, 是则继续; 否则转 Step 1;

Step 6. 判断 $\{k_1^0, k_2^0, \lambda, N_1, N_2, N_u\}$ 是否满足引理 1 条件②和③, 是则继续; 否则转 Step 1;

Step 7. 若 $\tau \geq \tau_{\max}$, 则停止, 否则令 $\tau = \tau + 1$ 并转 Step 2.

注 3. 在算法 4 的 Step 5 中, 出现 $\Omega \supseteq \Omega_0$ 尚不能说明已满足定理 1 的条件①; 若连续重复运行 Step 2~Step 6 达 τ_{\max} 次 (连续 τ_{\max} 次出现 $\Omega \supseteq \Omega_0$), 则认为已经找到合适的 $\{\lambda, N_1, N_2, N_u\}$.

5 仿真验证

给出仿真实例来验证吸引域的结论. 取系统线性部分为 $y(t) - 2y(t-1) = v(t-1)$; Hammerstein 非线性为 $f_0(\theta) = 2.3f(\theta) + 0.5 \sin f(\theta)$ 和 $f(\theta) = \text{sign}\{\theta\} \theta \sin(\frac{\pi}{4}\theta)$; 输入约束为 $|u| \leq 2$. 令方程求解完全准确, 由 f 的表示可知 $|\tilde{v}| \leq 2$. 令解饱和幅度满足 $k_{s,1} = 3/4$, 则由前面的叙述可知 $1.35\theta^2 \leq f_0 \hat{f}^{-1}(\theta)\theta \leq 2.8\theta^2$, 即 $k_1^0 = 0.35, k_2^0 = 1.8$. 取 $N_1 = 1, N_2 = N_u = 2, \lambda = 10$.

在上述参数选择下, 系统可在一定的初始扩展状态范围内稳定已在文 [1] 中得到验证.

取两个系统状态为 $x_1(t) = y(t)$ 和 $x_2(t) = y(t-1)$. 图 3 中虚线所包围区域为 $v(-1) = 0$ 和 $\omega = 1$ 时的吸引域 Ω_x , 是根据算法 2 得到的. 取三组仿真初值分别为① $y(-1) = 2, y(0) = 2$ 和 $v(-1) = 0$; ② $y(-1) = -1.3, y(0) = -0.3$ 和 $v(-1) = 0$; ③ $y(-1) = 0, y(0) = -0.5$ 和 $v(-1) = 0$. 设定值取为 $\omega = 1$. 由定理 1 知这时系统应是稳定的, 图 3 中实线所示系统状态轨迹变化验证了这一点. 注意, Ω_x 只是 Ω 的一个截面在 $x_1 - x_2$ 平面上的投影, 不是不变集; Ω 在 $x_1 - x_2$ 上的全投影要比 Ω_x 大得多.

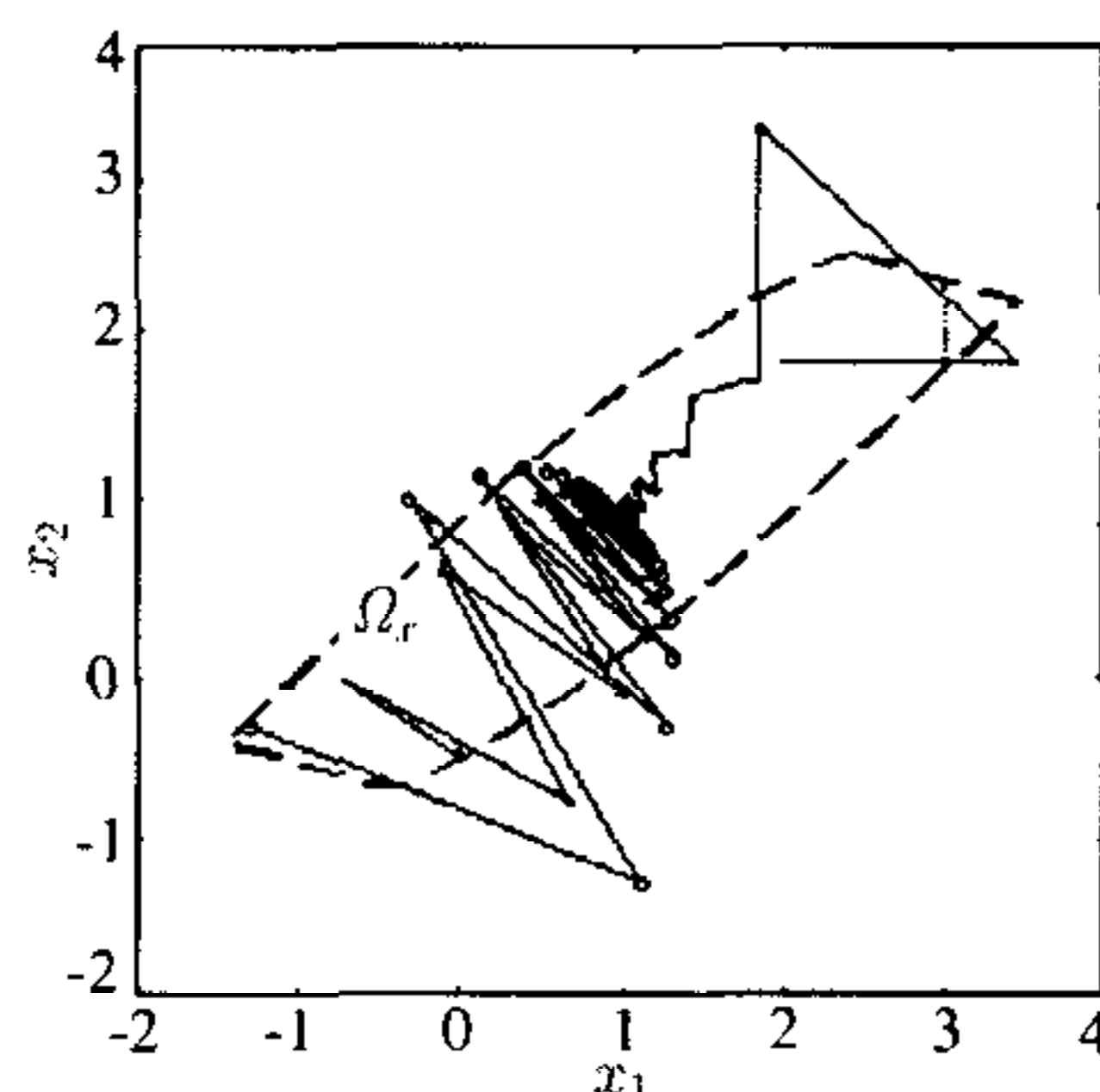


图 3 TSGPC 的吸引域和状态变化轨迹图

Fig. 3 The domain of attraction and state trajectories of TSGPC

6 结论

研究了输入非线性系统的 TSGPC 的吸引域分析与计算问题, 给出了吸引域的计算方法以及满足给定吸引域要求的控制器参数的调整方法, 并用仿真验证了吸引域的结论. 关于跟踪问题预测控制吸引域的进一步研究包括存在干扰和/或动态不确定性情况下系统的跟踪特性. 另外, 并非对任意给定的系统和任意给定的 $\{k_{0,1}, k_{0,2}, \Omega_0\}$ 由算法 4 都可以找到合适的控制器参数使得 $\Omega \supseteq \Omega_0$, 该问题需进一步引入半全局稳定性等概念进行研究. 本文的研究可能作为后续研究的基础.

References

- 1 Ding B C, Li S Y, Xi Y G. Stability analysis of generalized predictive control with input nonlinearity based-on Popov's theorem. *Acta Automatica Sinica*, 2003, **29**(4): 582~588
- 2 Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control. *Automatica*, 1987, **23**(2): 137~160
- 3 Gilbert E G, Tan K T. Linear systems with state and control constraints: the theory and application of maximal output admissible sets. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, **36**(9): 1008~1020
- 4 Blanchini F. Ultimate boundedness control for uncertain discrete time systems via set-induced Lyapunov functions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, **39**(2): 428~433
- 5 Kolmanovski I V, Gilbert E G. Maximal output admissible sets for discrete-time systems with disturbance inputs. In: *Proceedings of American Control Conference*. Seattle: 1995. 1995~1999
- 6 Kwon W H, Choi H, Byun D G, Noh S. Recursive solution of generalized predictive control and its equivalence to receding horizon tracking control. *Automatica*, 1992, **28**(6): 1235~1238
- 7 Kwon W H, Byun D G. Receding horizon tracking control as a predictive control and its stability properties. *International Journal of Control*, 1989, **50**(5): 1807~1824

丁宝苍 2003 年 7 月在上海交通大学获博士学位, 现在河北工业大学自动化研究所工作. 研究兴趣为过程控制、自适应控制和预测控制.

(**DING Bao-Cang** Received his Ph. D. degree from Shanghai Jiaotong University in July, 2003. Now he works in the Institute of Automation, Hebei University of Technology. His research interests include process control, adaptive control and predictive control.)

席裕庚 1984 年在慕尼黑工业大学获博士学位. 现为上海交通大学教授、博士生导师. 研究兴趣包括预测控制、大系统理论、智能机器人系统与技术等.

(**XI Yu-Geng** Received his Ph.D. degree from Technical University of Munich in 1984. Now he is a professor and Ph.D. director in Shanghai Jiaotong University. His research interests include predictive control, control of large scale and complex system, system and technology of intelligent robot and so on.)