第 30 卷 第 3 期
2004 年 5 月
自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA
Vol. 30, No. 3
May, 2004

一类时滞大系统的分散弹性控制器设计:自适应方法[1)]

关新平　邬晶　龙承念
(燕山大学电气工程学院　秦皇岛　066004)
(E-mail: xpguan@ysu.edu.cn)

摘　要　研究了一类时滞大系统的分散弹性自适应控制器的设计问题.当控制器增益摄动范数有界但上界未知时,采用自适应方法,给出了系统一致有界稳定的条件和控制器的设计方案,且该控制器具有在线调整的功能.并给出了特例情况下,即控制器增益摄动范数有界且上界已知时,闭环系统可镇定的充分条件和相应弹性控制器的设计方案.数值算例说明了设计的可行性和有效性.

关键词　时滞大系统,分散控制,弹性控制器,自适应控制
中图分类号　TP273

Resilient Controller Design for a Class of Large-Scale Delay Systems: Adaptive Approach

GUAN Xin-Ping　WU Jing　LONG Cheng-Nian
(*Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004*)
(E-mail: xpguan@ysu.edu.cn)

Abstract　This paper considers the resilient controller design for a class of large-scale delay systems with adaptive approach. The controller perturbation is norm-bounded. When the upper bound is unknown, a sufficient condition of uniformly ultimately bound for the system is proposed. And by adaptive approach, the controller design can be tuned on-line. Furthermore, as a special case, namely the upper bound is known, a sufficient condition for the stabilization of the system and the controller design are derived. Finally, a numerical example illustrates the effectiveness and the availability for the design.

Key words　Large-scale delay systems, decentralized stabilization, resilient controller, adaptive control

1) 国家自然科学基金项目(60174010)资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60174010)
收稿日期　2003-05-22　　收修改稿日期　2003-11-15
Received May 22, 2003; in revised form November 15, 2003

1 引言

由于关联大系统的分散控制方法具有可靠性强,便于实现实时控制等优点,所以对该问题的研究一直受到人们的广泛重视[1~3]. 如文献[1]研究了一类连续不确定关联系统的分散鲁棒稳定控制器的设计,文献[2]研究了一类离散大系统的鲁棒控制,文献[3]利用了神经网络算法研究了一类时滞大系统的分散镇定问题. 然而,这些现有的文献只考虑了系统模型本身的不确定性,对控制器执行时的不确定性却没有给予重视. 实际上控制器是不一定能精确实现的,至少有两个原因说明这一点:1)由于计算过程中模/数转换存在固有不精确性和字长有限性,控制器的精确实现受到一定的限制,因此,在其设计中需要考虑存在非零的公差范围(尽管可能很小);2)在实际控制中,由于一个标量指数不可能满足控制系统的所有性能要求,所以在控制器的最后实现中需另外调整参数,即在设计标称系统的传递函数系数或其他性能参数时,要保证有足够的稳定裕度和性能界限. 所以,弹性控制器的设计引起了一些学者的注意[4,5]. 但是,现有的结果都是假设在控制器增益摄动结构已知,即加法式或乘法式,这两种情况下得到的. 而在实际的工业生产过程中,由于不确定性存在的随机性,其结构往往是未知的,所以,在这种假设下设计控制器,它的使用范围要大大减小. 因此,本文采用了自适应在线调整的方法来解决这个问题,据作者所知,关于这方面的研究还未有报道.

基于 LMI 和自适应相结合的方法,研究了一类不确定关联时滞大系统的分散镇定问题. 不确定性满足范数有界但上界未知条件时,给出了控制器的设计方案,自适应律方程及系统有界稳定的条件;在上界已知这一特例下,给出了系统可镇定的充分条件和相应控制器的设计方案. 数值算例说明了设计的有效性和可行性.

2 系统描述及预备知识

考虑下述时滞大系统:

$$S_i:\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)=A_i\boldsymbol{x}_i(t)+B_i\boldsymbol{u}_i(t)+\sum\limits_{j=1}^{N}A_{ij}x_j(t-\tau_{ij})\\ \boldsymbol{x}_i(t)=\Phi_i(t),\quad t\in[t_0-\tau_0,t_0],\quad i=1,2,\cdots,N\end{cases}\tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{x}_i(t)\in R^{n_i}$, $\boldsymbol{u}_i(t)\in R^{m_i}$ 分别是第 i 个子系统的状态和控制输入, A_i, B_i 是第 i 个子系统的具有适当维数的常值矩阵,且假设 $\{A_i, B_i\}$ 是完全可控的. A_{ij} 是第 j 个子系统与第 i 个子系统的关联项, $\phi_i(t)$ 是连续的向量初值函数, τ_{ij} 为关联项中的滞后时间. 则对给定系统(1),设计一分散弹性控制器:

$$\boldsymbol{u}_i(t)=(K_i+\Delta K_i)\boldsymbol{x}_i(t)\tag{2}$$

使得闭环系统

$$\dot{x}_i(t)=[A_i+B_i(K_i+\Delta K_i)]\boldsymbol{x}_i(t)+\sum_{j=1}^{N}A_{ij}x_j(t-\tau_{ij})\tag{3}$$

是有界稳定的. 其中 $K_i\in R^{m_i\times n_i}$ 是局部状态反馈控制器增益, $\Delta K_i\in R^{m_i\times n_i}$ 为局部控制器增益扰动且满足如下两种形式:

1）范数有界但上界未知

$$\|\Delta K_i\| \leqslant \beta_i^*, \ \forall i \tag{4}$$

式中 β_i^* 是未知正常数，$\|\cdot\|$表示 Euclidean 范数，令 $\theta_i^* = (\beta_i^*)^2$，显然 θ_i^* 是未知定常数.

2）范数有界且上界已知

$$\|\Delta K_i\| \leqslant \beta_i, \ \forall i \tag{5}$$

式中$\|\cdot\|$表示 Euclidean 范数.

3 主要结果

Case 1. 范数有界但上界未知

由假设可知，对任何正定对称矩阵 $R_j \in R^{n_i \times n_i}$ 和任意正常数 ε_i, b_i，下述 LMI 不等式

$$\begin{bmatrix} A_i^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i + \sum_{j=1}^{N} R_j & \Xi \\ \Xi^{\mathrm{T}} & \Omega \end{bmatrix} < 0 \tag{6}$$

都存在正定对称解 $P_i \in R^{n_i \times n_i}$. 其中 $\Omega = \mathrm{diag}[-R_1 \ \cdots \ -R_N \ -[(1/2b_i) - (1/\varepsilon_i)]^{-1} I]$，$\Xi = [P_i A_{i1} \ \cdots \ P_i A_{iN} \ P_i B_i]$. 因此，构造系统(3)的控制器增益为

$$K_i = -(1/\varepsilon_i + 0.5\hat{\theta}_i) B_i^{\mathrm{T}} P_i \tag{7}$$

式中 $\hat{\theta}_i$是未知界 θ_i^* 的估计值，且满足如下带 σ 修正的自适应律：

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\lambda_i \mu_i \hat{\theta}_i + \lambda_i \|B_i^{\mathrm{T}} P_i x_i\|^2 \tag{8}$$

式中 $\lambda_i > 0, \mu_i = a_i \|x_i\|^2 - b_i \|B_i^{\mathrm{T}} P_i x_i\|^2 \geqslant 0, a_i \geqslant 0, b_i > 0$.

令$\tilde{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t) - \theta_i^*$，则可以得到如下误差系统：

$$\dot{\tilde{\theta}}_i = -\lambda_i \mu_i (\tilde{\theta}_i + \theta_i^*) + \lambda_i \|B_i^{\mathrm{T}} P_i x_i\|^2 \tag{9}$$

于是有如下定理：

定理 1. 如果闭环系统(3)和误差系统(9)满足假设和式(4)，则闭环系统(3)和误差系统(9)在控制器增益存在摄动时的解$(x_i, \tilde{\theta}_i)(t, t_0, x_i(t_0), \tilde{\theta}_i(t_0))$是一致有界的.

证明. 构造 Lyapunov 函数：

$$V(x_i(t), \tilde{\theta}_i) = \sum_{i=1}^{N} \left(x_i^{\mathrm{T}} P_i x_i + \sum_{j=1}^{N} \int_{t-\tau_{ij}}^{t} x_j^{\mathrm{T}}(s) R_j x_j(s) \mathrm{d}s + \tilde{\theta}_i^2 / (2\lambda_i) \right)$$

式中 $P_i > 0$ 是 LMI 不等式(6)的解. 若用$(x_i, \tilde{\theta}_i)(t)$表示闭环系统(3)和误差系统(9)在 $t \geqslant t_0$时的解，则对 Lyapunov 函数求导得

$$\dot{V}(x_i, \tilde{\theta}_i) \leqslant -\sum_{i=1}^{N} \lambda_{\min}(\Pi) \|U\|^2 + \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i}{2} \|\theta_i^* + \varepsilon_i / a_i\|^2 \|x_i\|^2 \tag{10}$$

式中 $\boldsymbol{U} = [x_i \quad x_1(t-\tau_{i1}) \quad \cdots \quad x_N(t-\tau_{iN})]^{\mathrm{T}}$

$$\Pi = -\begin{bmatrix} A_i^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i + \sum_{j=1}^{N} R_j + (1/2b_i - 1/\varepsilon_i) P_i B_i B_i^{\mathrm{T}} P_i & \Xi_1 \\ \Xi_1^{\mathrm{T}} & \Omega_1 \end{bmatrix} > 0$$

$$\Omega_1=\mathrm{diag}[-R_1 \quad \cdots \quad -R_N],\ \Xi_1=[P_iA_{i1} \quad \cdots \quad P_iA_{iN}]$$

则由 Schur 补引理、Lyapunov 稳定定理和式(6)(10)可知,在控制器增益存在摄动时,对任意 $t\geqslant t_0$,系统的解 $(x_i,\tilde{\theta}_i)(t,t_0,x_i(t_0),\tilde{\theta}_i(t_0))$ 都是一致有界的. 证毕.

注 1. 由式(10)可以看出,适当选择参数 λ_i, a_i,ε_i, b_i,可使稳定状态 $x_i(t)$ 和误差 $\tilde{\theta}_i(t)$ 达到所期望值,且设计者可以通过适当选择参数 a_i,ε_i 使 $\sum_{i=1}^{N}0.5a_i\|\theta_i^*+\varepsilon_i/a_i\|^2\|x_i\|^2$ 尽可能小,从而使得系统是有界稳定的.

Case 2. 范数有界且上界已知

若 β_i^* 为一已知定常数,则范数有界且上界已知可以看做是范数有界但上界未知的一个特例,此时,$\tilde{\theta}_i=0,\hat{\theta}_i=\theta_i^*=(\beta_i^*)^2=\beta_i^2$. 于是有如下推论:

推论 1. 如果存在正定对称矩阵 X_i,矩阵 Y_i 和正常数 ε_i,使得下式成立:

$$\begin{bmatrix} X_iA_i^{\mathrm{T}}+A_iX_i-(\beta_i^2+1/\varepsilon_i)B_iB_i^{\mathrm{T}} & \Psi \\ \Psi^{\mathrm{T}} & \Gamma \end{bmatrix}<0 \tag{11}$$

其中 $\Gamma=\mathrm{diag}[\Omega_1 \quad -V \quad -(1/\varepsilon_i\beta_i^2)I]$, $\Psi=[A_{i1} \quad \cdots \quad A_{iN} \quad W_i \quad X_i]$,$X_i=P_i^{-1}$, $V=\mathrm{diag}[R_1^{-1} \quad \cdots \quad R_N^{-1}]$, $W_i=\underbrace{[X_i \quad \cdots \quad X_i]}_{N}$,则闭环系统(3)是分散可镇定的.

证明. 由定理 1 的证明过程显见推论 1,略.

4 数值仿真

考虑如下时滞不确定大系统:

$$A_1=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ -4 & -5\end{bmatrix},\ B_1=\begin{bmatrix}-1\\ 3\end{bmatrix},\ A_{11}=\begin{bmatrix}0.5 & 0.1\\ 0.4 & 0.3\end{bmatrix},\ A_{12}=\begin{bmatrix}0.2 & 0.2\\ 0.1 & 0.4\end{bmatrix},\quad R_1=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$A_2=\begin{bmatrix}-3 & 2\\ -1 & -3\end{bmatrix},\ B_2=\begin{bmatrix}0.1\\ 1\end{bmatrix},\ A_{21}=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},\ A_{22}=\begin{bmatrix}0.2 & 0.4\\ -0.1 & 0.3\end{bmatrix},\ R_2=\begin{bmatrix}0.5 & 0\\ 0 & 0.5\end{bmatrix}$$

若取 $\lambda_1=0.092$, $\lambda_2=0.53$, $a_1=a_2=0.001$, $b_1=1$, $b_2=0.5$,则控制器增益和自适应律分别为

$$\boldsymbol{K}_1=-\left[0.6003+\frac{1}{2}\hat{\theta}_1\right][2.5576 \quad 29.0284],\ \boldsymbol{K}_2=-\left[1.3651+\frac{1}{2}\hat{\theta}_2\right][0.1368 \quad 5.3256]$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\theta}}_1=&-0.092[0.001(x_{11}^2+x_{12}^2)-\|2.5576x_{11}+29.0284x_{12}\|^2]\hat{\theta}_1+\\ &0.092\|2.5576x_{11}+29.0284x_{12}\|^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\theta}}_2=&-0.53[0.001(x_{21}^2+x_{22}^2)-0.5\|0.1368x_{21}+5.3256x_{22}\|^2]\hat{\theta}_2+\\ &0.53\|0.1368x_{21}+5.3256x_{22}\|^2\end{aligned}$$

设初始值为 $[x \quad \hat{\theta}]^{\mathrm{T}}=[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0.5 \quad 0.5]$,且控制器增益摄动取幅值为 1 和 2 的有界随机扰动,则此时的状态曲线图和自适应律变化曲线如图 1 所示.

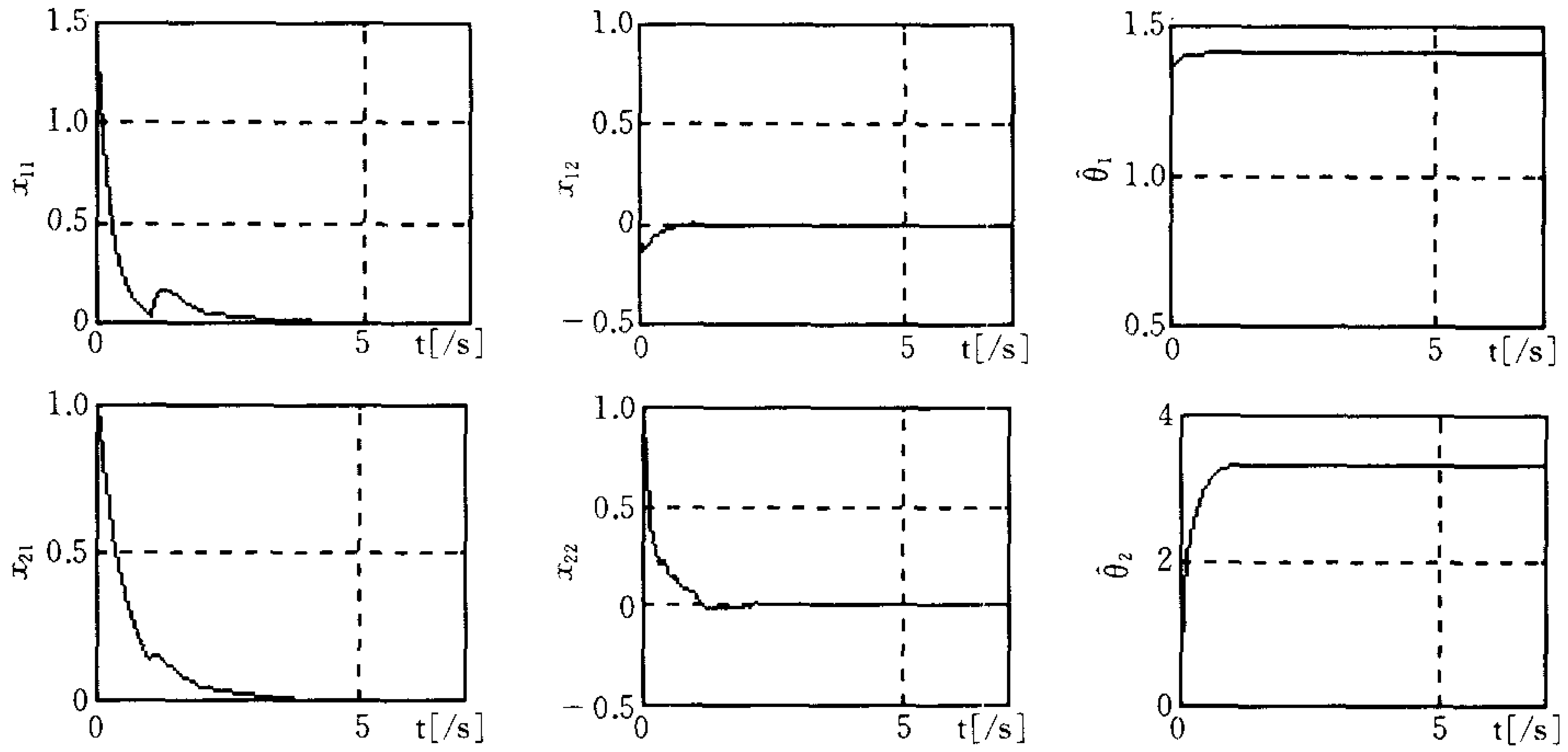

图 1　子系统的状态曲线图和自适应律的变化曲线

Fig. 1　State response of subsystem and adaptive law trace

5　结论

针对不确定性上界已知和未知两种情况，分别研究了一类连续时滞大系统的分散弹性自适应控制器的设计问题，得到了使系统镇定和有界稳定的充分条件. 控制器的存在性依赖于相应 LMI 的解.

References

1　Xie Yong-Fang, Gui Wei-Hua, Liu Xiao-Ying, Wu Min. Decentralized robust stabilizing control design for interconnected time-varying uncertain systems. *Control Theory and Application*, 1999, **16**(6): 903～906

2　Yu Li. Decentralized stabilization of a class of large-scale linear discrete time-delay systems. *Control Theory and Application*, 2000, **17**(1): 125～127

3　Zhang Jian, Liu Yong-Qing, Shen Jian-Jing. Intelligent decentralized stabilization for large scale interconnected systems with time delays. *Acta Automatica Sinica*, 1998, **24**(1): 102～107

4　Keel L H, Bhattacharyya S P. Robust fragile or optimal? *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, **42**(8): 1098～1105

5　Yang G H, Wang J L. Non-fragile H_∞ control for linear systems with multiplicative controller gain variations. *Automatica*, 2001, **37**(5): 727～737

6　Wu H S. Adaptive stabilizing state feedback controllers of uncertain dynamical systems with multiple time delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(9): 1697～1701

关新平　1999 年毕业于哈尔滨工业大学控制工程系，并获博士学位. 现为燕山大学自动化系教授，博士生导师. 研究兴趣为鲁棒控制、混沌控制以及 ATM 网络拥塞控制等.

(**GUAN Xin-Ping**　Received his Ph. D. degree from Harbin Institute of Technology. His research interests include robust control, chaotic control, and congestion control for ATM network.)

邬　晶　2002 年于燕山大学控制理论与控制工程专业获硕士学位. 现为加拿大阿尔伯达大学博士研究生. 研究方向为时滞系统的鲁棒控制和网络控制系统.

(**WU Jing**　Received her master degree from Yanshan University in 2002. She is a Ph. D. Candidate in Electrical and Computer Engineering at University Alberta, Canada, since 2003. Her research interests include robust control for time-delay system and networked control system.)

龙承念　2001 年于燕山大学控制理论与控制工程专业获硕士学位，同年攻读燕山大学控制理论与控制工程专业博士生. 研究方向为鲁棒控制、通信网络拥塞控制.

(**LONG Cheng-Nian**　Received his master degree from Yanshan University in 2001 and then became a Ph. D. Candidate. His research interests include robust control and internet congestion control.)