第 30 卷 第 5 期
2004 年 9 月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 30, No. 5
Sept., 2004

不确定离散多时滞系统的时滞相关鲁棒镇定[1)]

高会军　　王常虹

（哈尔滨工业大学惯导测试设备研究中心　哈尔滨　150001）

（E-mail: hjgao@hit.edu.cn）

摘　要　研究了多面体不确定离散多重时滞系统的稳定性分析和镇定问题. 通过定义新的 Lyapunov 函数，提出了一个时滞相关稳定判据. 并将 de Oliveira 的参数依赖思想引入该判据，得到了适用于多面体不确定系统的参数依赖型时滞相关稳定条件. 在此基础上，研究了鲁棒镇定状态反馈控制器的设计方法. 采用 El Ghaoui 提出的锥补线性化思想将控制器的设计转化为一个受线性矩阵不等式约束的非线性规划问题.

关键词　多面体不确定性，离散系统，线性矩阵不等式，时滞系统 时滞相关

中图分类号　TP13

Delay-Dependent Robust Stabilization for Uncertain Discrete-Time Systems with Multiple State Delays

GAO Hui-Jun　WANG Chang-Hong

(*Inertial Navigation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin* 150001)

(E-mail: hjgao@hit.edu.cn)

Abstract　This paper is concerned with the problems of stability analysis and stabilization for discrete-time systems with multiple state delays and polytopic parameter uncertainties. A delay-dependent stability is first proposed by defining a new Lyapunov function. This criterion is further improved by introducing de Oliveira's parameter-dependent stability idea, which is less conservative than previous results for polytopic uncertain systems. The problem of state-feedback control is then investigated upon the proposed stability condition, where the complementary linearization idea proposed by El Ghaoui is employed to convert the controller design into a nonlinear programming problem with linear matrix inequality constraints.

Key words　Delay-dependence, discrete-time systems, linear matrix inequality, polytopic uncertainty, time-delay systems

---

1) 国家自学科学基金(69874008)资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China(69874008)
收稿日期　2003-01-08　　收修改稿日期　2003-07-29
Received January 8, 2003; in revised form July 29, 2003

1 引言

近年来国内外学者针对时滞系统做了较多的研究工作[1~5]. 对于同时具有状态滞后和参数不确定性的离散时间系统，目前所取得的研究成果还具有较大的保守性，这主要体现在下述两个方面. 1) 所取得的研究成果多为与时滞无关的[3,4]. 研究与时滞相关的稳定条件和性能准则是较为活跃的研究领域[1,5]，然而所得结果大多集中于连续时间系统，适用于离散时间系统的研究成果鲜为报道. 2) Lyapunov 函数与系统中的不确定参数无关. 近年来，不少学者进行了参数依赖型 Lyapunov 函数的研究，以减小设计的保守性[6]. 但适用于时滞系统的参数依赖型稳定条件的研究成果还不多见.

本文针对以上两个问题，考虑如下具有多重状态滞后的不确定离散时间系统：

$$\boldsymbol{x}(k+1)=A_0\boldsymbol{x}(k)+\sum_{j=1}^{q}A_j\boldsymbol{x}(k-d_j)+B\boldsymbol{u}(k) \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{x}(k)\in R^n$ 为状态变量，$\boldsymbol{u}(k)\in R^m$ 为控制输入，$d_j>0$，$j=1,\cdots,q$ 是已知的常时滞. 假定系统矩阵为不确定性矩阵，但可以表达为某些已知顶点矩阵的凸组合. 即

$$M:=[A_0,A_1,\cdots,A_q,B]\in\Re \tag{2}$$

$$\Re:=\left\{[A_0(\lambda),A_1(\lambda),\cdots,A_q(\lambda),B(\lambda)]=\sum_{i=1}^{s}\lambda_i[A_{0i},A_{1i},\cdots,A_{qi},B_i];\sum_{i=1}^{s}\lambda_i=1,\lambda_i\geqslant 0\right\}$$

构造如下形式的状态反馈控制律

$$\boldsymbol{u}(k)=K_0\boldsymbol{x}(k)+\sum_{j=1}^{q}K_j\boldsymbol{x}(k-d_j) \tag{3}$$

其中 K_0,K_j，$j=1,\cdots,q$ 为待求的反馈增益矩阵. 此时闭环系统状态方程为

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\overline{A}_0\boldsymbol{x}(k)+\sum_{j=1}^{q}\overline{A}_j\boldsymbol{x}(k-d_j) \tag{4}$$

其中 $\overline{A}_0=A_0+BK_0$，$\overline{A}_j=A_j+BK_j$，$j=1,\cdots,q$. 则闭环系统(4)的矩阵$[\overline{A}_0,\overline{A}_1,\cdots,\overline{A}_q]$亦可由一个凸多面体描述，相应的顶点矩阵为

$$\overline{A}_{0i}=A_{0i}+B_iK_0,\ \overline{A}_{ji}=A_{ji}+B_iK_j,\ j=1,\cdots,q,\ i=1,\cdots,s \tag{5}$$

本文所要研究的问题是针对系统(1)，设计形如(3)式的状态反馈控制器，使相对于所有允许的不确定参数和状态时滞保证闭环系统(4)渐近稳定.

2 时滞相关稳定条件

引理 1[1]. 设 $a\in R^{n_a}$，$b\in R^{n_b}$ 及 $N\in R^{n_a\times n_b}$，则如下不等式成立

$$-2a^{\mathrm{T}}Nb\leqslant\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}\\\boldsymbol{b}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}X & Y-N\\Y^{\mathrm{T}}-N^{\mathrm{T}} & Z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}\\\boldsymbol{b}\end{bmatrix} \tag{6}$$

其中 X，Y，Z 为任意满足$\begin{bmatrix}X & Y\\Y^{\mathrm{T}} & Z\end{bmatrix}\geqslant 0$ 的具有适当维数的矩阵.

为了叙述问题的方便，首先考虑系统(1)$M\in\Re$为任意确定性常值矩阵的情形.

定理 1. 考虑系统(1)，设 $M\in\Re$为任意确定性常值矩阵，则闭环系统(4)渐近稳定的充

分条件为存在 $n\times n$ 矩阵 $P>0,Q_j>0,X_j,Y_j,Z_j>0,j=1,\cdots,q$，满足

$$\begin{bmatrix} -P & P\bar{A}_0 & P\bar{A}_d & 0 \\ * & -P+\sum_{j=1}^{q}(d_jX_j+Y_j^{\mathrm{T}}+Y_j+Q_j) & -Y_d & (\bar{A}_0-I)^{\mathrm{T}}\Pi\Delta \\ * & * & -Q_d & \bar{A}_d^{\mathrm{T}}\Pi\Delta \\ * & * & * & -\Delta \end{bmatrix}<0 \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} X_j & Y_j \\ * & Z_j \end{bmatrix}\geqslant 0,\quad \forall j=1,\cdots,q \tag{8}$$

其中 * 代表对应块的转置，且 $\bar{A}_d:=[\bar{A}_1\ \cdots\ \bar{A}_q]$，$Y_d:=[Y_1\ \cdots\ Y_q]$，$Q_d:=\mathrm{diag}\{Q_1,\cdots,Q_q\}$，$\Pi:=[I\ \cdots\ I]$，$\Delta:=\mathrm{diag}\{d_1Z_1,\cdots,d_qZ_q\}$.

证明. 由(4)可得

$$\boldsymbol{x}(k-d_i)=\boldsymbol{x}(k)-\sum_{m=k-d_i}^{k-1}[\boldsymbol{x}(m+1)-\boldsymbol{x}(m)]=\boldsymbol{x}(k)-\sum_{m=k-d_i}^{k-1}\boldsymbol{\eta}(m) \tag{9}$$

其中 $\boldsymbol{\eta}(m):=(\bar{A}_0-I)\boldsymbol{x}(m)+\sum_{j=1}^{q}\bar{A}_j\boldsymbol{x}(m-d_j)$. 将(9)式代入闭环系统(4)可得

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\bar{A}_0\boldsymbol{x}(k)+\sum_{j=1}^{q}\bar{A}_j\Big[\boldsymbol{x}(k)-\sum_{m=k-d_j}^{k-1}\boldsymbol{\eta}(m)\Big]=\Big(\bar{A}_0+\sum_{i=1}^{q}\bar{A}_i\Big)x(k)-\sum_{j=1}^{q}\sum_{m=k-d_j}^{k-1}\bar{A}_j\boldsymbol{\eta}(m) \tag{10}$$

选取 Lyapunov 函数为 $V(x(k)):=V_1+V_2+V_3$

$$V_1:=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)P\boldsymbol{x}(k),\quad V_2:=\sum_{j=1}^{q}\sum_{i=k-d_j}^{k-1}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(i)Q_j\boldsymbol{x}(i),\quad V_3:=\sum_{j=1}^{q}\sum_{i=-d_j}^{-1}\sum_{m=k+i}^{k-1}\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(m)Z_j\boldsymbol{\eta}(m)$$

定义 $\Delta V:=V(x(k+1))-V(x(k))$，则沿系统(10)有

$$\Delta V_1=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)\Big[(\bar{A}_0+\sum_{i=1}^{q}\bar{A}_i)^{\mathrm{T}}P(\bar{A}_0+\sum_{i=1}^{q}\bar{A}_i)-P\Big]\boldsymbol{x}(k)+$$
$$\Big[\sum_{j=1}^{q}\sum_{m=k-d_j}^{k-1}\bar{A}_j\boldsymbol{\eta}(m)\Big]^{\mathrm{T}}P\Big[\sum_{j=1}^{q}\sum_{m=k-d_j}^{k-1}\bar{A}_j\boldsymbol{\eta}(m)\Big]-2\sum_{j=1}^{q}\sum_{m=k-d_j}^{k-1}\Big[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)(\bar{A}_0+\sum_{i=1}^{q}\bar{A}_i)^{\mathrm{T}}P\bar{A}_j\boldsymbol{\eta}(m)\Big] \tag{11}$$

定义 $a:=\boldsymbol{x}(k)$，$b:=\boldsymbol{\eta}(m)$，$N:=\Big(\bar{A}_0+\sum_{i=1}^{q}\bar{A}_i\Big)^{\mathrm{T}}P\bar{A}_j$，则由引理 1 有

$$-2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)(\bar{A}_0+\sum_{i=1}^{q}\bar{A}_i)^{\mathrm{T}}P\bar{A}_j\boldsymbol{\eta}(m)\leqslant$$
$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)X_j\boldsymbol{x}(k)+2\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(m)\Big[Y_j^{\mathrm{T}}-\bar{A}_j^{\mathrm{T}}P\,(\bar{A}_0+\sum_{i=1}^{q}\bar{A}_i)\Big]\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(m)Z_j\boldsymbol{\eta}(m) \tag{12}$$

其中 $X_j\in R^{n\times n}$，$Y_j\in R^{n\times n}$，$Z_j\in R^{n\times n}$满足(8)式. 此外，

$$\Delta V_2=\sum_{j=1}^{q}[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)Q_j\boldsymbol{x}(k)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k-d_j)Q_j\boldsymbol{x}(k-d_j)] \tag{13}$$

$$\Delta V_3=\sum_{j=1}^{q}d_j\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(k)Z_j\boldsymbol{\eta}(k)-\sum_{j=1}^{q}\sum_{i=k-d_j}^{k-1}\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(i)Z_j\boldsymbol{\eta}(i) \tag{14}$$

则由(11)～(14)可得 $\Delta V=\Delta V_1+\Delta V_2+\Delta V_3\leqslant\xi^{\mathrm{T}}(k)\mu\,\xi(k)$，其中

$$\xi(k) := \begin{bmatrix} x^{\mathrm{T}}(k) & x^{\mathrm{T}}(k-d_1) & \cdots & x^{\mathrm{T}}(k-d_q) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mu := \begin{bmatrix} \mu_1 & -Y_d + \overline{A}_0^{\mathrm{T}} P \overline{A}_d + \sum_{j=1}^{q} d_j (\overline{A}_0 - I)^{\mathrm{T}} Z_j \overline{A}_d \\ * & \overline{A}_d^{\mathrm{T}} P \overline{A}_d - Q_d + \sum_{j=1}^{q} d_j \overline{A}_d^{\mathrm{T}} Z_j \overline{A}_d \end{bmatrix},$$

$$\mu_1 := \overline{A}_0^{\mathrm{T}} P \overline{A}_0 - P + \sum_{j=1}^{q} (d_j X_j + Y_j^{\mathrm{T}} + Y_j + Q_j) + \sum_{j=1}^{q} d_j (\overline{A}_0 - I)^{\mathrm{T}} Z_j (\overline{A}_0 - I)$$

由 Schur 补引理，式(7)保证了$\mu<0$，则可知闭环系统(4)渐近稳定. 证毕.

将定理 1 推广从而得到不确定离散时滞系统的时滞相关鲁棒稳定条件.

推论 1. 考虑系统(1)，设 $M\in\Re$代表不确定性系统矩阵，则闭环系统(4)鲁棒稳定的充分条件为存在 $n\times n$ 矩阵 $P>0,Q_j>0,X_j,Y_j,Z_j>0,j=1,\cdots,q$，满足(8)和

$$\begin{bmatrix} -P & P\overline{A}_{0i} & P\overline{A}_{di} & 0 \\ * & -P+\sum_{j=1}^{q}(d_j X_j + Y_j^{\mathrm{T}} + Y_j + Q_j) & -Y_d & (\overline{A}_{0i} - I)^{\mathrm{T}} \Pi \Delta \\ * & * & -Q_d & \overline{A}_{di}^{\mathrm{T}} \Pi \Delta \\ * & * & * & -\Delta \end{bmatrix} < 0, \quad \forall i = 1,\cdots,s \tag{15}$$

其中 $\overline{A}_{di} := [\overline{A}_{1i} \quad \cdots \quad \overline{A}_{qi}]$.

注 1. 推论 1 为基于二次稳定概念的鲁棒稳定条件. 下面引入文献[7]的参数依赖型 Lyapunov 稳定思想，可得如下推论.

推论 2. 考虑系统(1)，设 $M\in\Re$代表不确定系统矩阵，则闭环系统(4)鲁棒稳定的充分条件为 $n\times n$ 矩阵 $G,P_i>0,Q_{ji}>0,F_j,X_{ji},Y_{ji},Z_{ji}>0,j=1,\cdots,q,i=1,\cdots,s$，满足

$$\begin{bmatrix} P_i - G - G^{\mathrm{T}} & G^{\mathrm{T}}\overline{A}_{0i} & G^{\mathrm{T}}\overline{A}_{di} & 0 \\ * & -P_i+\sum_{j=1}^{q}(d_j X_{ji} + Y_{ji}^{\mathrm{T}} + Y_{ji} + Q_{ji}) & -Y_{di} & (\overline{A}_{0i} - I)^{\mathrm{T}} \Pi F \\ * & * & -Q_{di} & \overline{A}_{di}^{\mathrm{T}} \Pi F \\ * & * & * & \Delta_i - F - F^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} < 0,$$
$$\forall i = 1,\cdots,s \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} X_{ji} & Y_{ji} \\ * & Z_{ji} \end{bmatrix} \geqslant 0, \quad \forall j = 1,\cdots,q, \ \forall i = 1,\cdots,s \tag{17}$$

其中 $F := \mathrm{diag}\{F_1,\cdots,F_q\}$，$Y_{di} := [Y_{1i} \quad \cdots \quad Y_{qi}]$，$Q_{di} := \mathrm{diag}\{Q_{1i},\cdots,Q_{qi}\}$，$\Delta_i := \mathrm{diag}\{d_1 Z_{1i},\cdots,d_q Z_{qi}\}$.

3 鲁棒控制器设计

3.1 二次稳定控制器设计

由推论 1 可知，为保证闭环系统(4)稳定需满足由(8)和(15)组成的线性矩阵不等式组. 用 $J_1 := \mathrm{diag}\{P^{-1},I,I,\Delta^{-1}\}$对(15)式进行全等变换并考虑(5)式可得

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & A_{0i}+B_iK_0 & A_{di}+B_iK_d & 0 \\ * & -P+\sum_{j=1}^{q}(d_jX_j+Y_j^{\mathrm T}+Y_j+Q_j) & -Y_d & (A_{0i}^{\mathrm T}+K_0^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T}-I)\Pi \\ * & * & -Q_d & (A_{di}^{\mathrm T}+K_d^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T})\Pi \\ * & * & * & -\Delta^{-1} \end{bmatrix}<0,$$

$$\forall i=1,\cdots,s \tag{18}$$

其中 $K_d:=[K_1\ \ \cdots\ \ K_q]$. 则有如下定理.

定理 2. 考虑系统(1)，设 $M\in\Re$代表不确定系统矩阵，则系统(1)的鲁棒镇定状态反馈控制器存在的充分条件为存在 $n\times n$ 矩阵 $P>0$，$Q_j>0,X_j,Y_j,Z_j>0$，和 $m\times n$ 矩阵 K_0，$K_j,j=1,\cdots,q$，满足(8)和(18).

定理 2 的控制器存在的充分条件不再是线性矩阵不等式组，因此无法采用通常的方法直接求解该控制器. 下面推导求解该矩阵不等式组的算法.

首先引入矩阵变量 S，R_j，$j=1,\cdots,q$，则(18)式可表示为

$$\begin{bmatrix} -S & A_{0i}+B_iK_0 & A_{di}+B_iK_d & 0 \\ * & -P+\sum_{j=1}^{q}(d_jX_j+Y_j^{\mathrm T}+Y_j+Q_j) & -Y_d & (A_{0i}^{\mathrm T}+K_0^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T}-I)\Pi \\ * & * & -Q_d & (A_{di}^{\mathrm T}+K_d^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T})\Pi \\ * & * & * & -\Omega \end{bmatrix}<0,$$

$$\forall i=1,\cdots,s \tag{19}$$

其中 $\Omega:=\mathrm{diag}\{d_1^{-1}R_1,\cdots,d_q^{-1}R_q\}$，$S=P^{-1}$，$R_j=Z_j^{-1}$，$j=1,\cdots,q$.

由此，可以将定理 3 的非凸可行性问题转化为一个非线性规划的求解问题[7]：

$$\mathrm{Min\ Tr}\Big(PS+\sum_{j=1}^{q}Z_jR_j\Big)\ \text{Subject to (8), (19) and (20).}$$

$$\begin{bmatrix} P & I \\ I & S\end{bmatrix}\geqslant 0,\quad \begin{bmatrix} Z_j & I \\ I & R_j\end{bmatrix}\geqslant 0,\quad \forall j=1,\cdots,q \tag{20}$$

如果上述问题的解是$(q+1)n$，则定理 2 中的充分条件成立. 此外，对于上述非线性规划问题，可采用文献[6]提出的线性化思想进行迭代求解. 限于篇幅，具体算法在此省略，可参考文献[5].

3.2 参数依赖型稳定控制器设计

由推论 2 可知，闭环系统(4)稳定的一个充分条件为(16)和(17)式成立. 用 $J_2:=\mathrm{diag}\{G^{-1},I,I,F^{-1}\}$对(16)式进行全等变换，应用 Schur 补引理并定义 $W:=G^{-1},V_j:=F_j^{-1}$可得

$$\begin{bmatrix} -P_i^{-1} & W & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & -W^{\mathrm T}-W & A_{0i}+B_iK_0 & A_{di}+B_iK_d & 0 & 0 \\ * & * & -P_i+\sum_{j=1}^{q}(d_jX_{ji}+Y_{ji}^{\mathrm T}+Y_{ji}+Q_{ji}) & -Y_{di} & (A_{0i}^{\mathrm T}+K_0^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T}-I)\Pi & 0 \\ * & * & * & -Q_{di} & (A_{di}^{\mathrm T}+K_d^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T})\Pi & 0 \\ * & * & * & * & -V-V^{\mathrm T} & V^{\mathrm T} \\ * & * & * & * & * & -\Delta_i^{-1} \end{bmatrix}<0,$$

$$\forall i=1,\cdots,s \tag{21}$$

其中 $V := \mathrm{diag}\{V_1, \cdots, V_q\}$. 则有如下定理.

定理 3. 考虑系统(1)，设 $M \in \Re$ 代表不确定系统矩阵，则系统(1)的鲁棒镇定状态反馈控制器存在的充分条件为存在 $n \times n$ 矩阵 $W, V_j, P_i > 0, Q_{ji} > 0, X_{ji}, Y_{ji}, Z_{ji} > 0$ 和 $m \times n$ 矩阵 K_0, K_j, $j = 1, \cdots, q$, $i = 1, \cdots, s$, 满足(17)和(21).

与定理 2 类似，可将定理 3 的非凸可行性问题转化为如下非线性规划问题：

$$\mathrm{Min}\ \mathrm{Tr}\Big(\sum_{i=1}^{s} P_i S_i + \sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{q} Z_{ji} R_{ji}\Big) \text{ Subject to (17), (22) and (23).}$$

$$\begin{bmatrix} P_i & I \\ I & S_i \end{bmatrix} \geqslant 0, \quad \begin{bmatrix} Z_{ji} & I \\ I & R_{ji} \end{bmatrix} \geqslant 0, \quad \forall j = 1, \cdots, q, \ \forall i = 1, \cdots, s \tag{22}$$

$$\begin{bmatrix} -S_i & W & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & -W^{\mathrm{T}} - W & A_{0i} + B_i K_0 & A_{di} + B_i K_d & 0 & 0 \\ * & * & -P_i + \sum_{j=1}^{q} (d_j X_{ji} + Y_{ji}^{\mathrm{T}} + Y_{ji} + Q_{ji}) & -Y_{di} & (A_{0i}^{\mathrm{T}} + K_0^{\mathrm{T}} B_i^{\mathrm{T}} - I)\Pi & 0 \\ * & * & * & -Q_{di} & (A_{di}^{\mathrm{T}} + K_d^{\mathrm{T}} B_i^{\mathrm{T}})\Pi & 0 \\ * & * & * & * & -V - V^{\mathrm{T}} & V^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & * & * & -\Omega_i \end{bmatrix} < 0,$$

$$\forall i = 1, \cdots, s \tag{23}$$

其中 $\Omega_i := \mathrm{diag}\{d_1^{-1} R_{1i}, \cdots, d_q^{-1} R_{qi}\}$.

如果上述问题的解是 $s(q+1)n$，则定理 4 中的充分条件成立.

4 数值算例

例 1. 考虑如下具有二重状态时滞的不确定离散时间系统：

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 \\ -0.2 & \delta \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & \beta \end{bmatrix} x(k-1) + \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0 & 0.1 + \beta \end{bmatrix} x(k-2)$$

其中 δ 和 β 为不确定参数，已知 $|\beta| \leqslant 0.1$，$|\delta| \leqslant \delta_1$，本例的目的是确定此系统的鲁棒稳定范围. 由时滞无关稳定条件[8]可知该系统稳定的 δ_1 的最大值为 0.6178. 由本文推论 1 可知系统稳定的 δ_1 的最大值为 0.6281. 由推论 2 可知系统稳定的 δ_1 的最大值为 0.7146. 可见本文的参数依赖时滞相关稳定条件具有较小保守性.

例 2. 考虑如下具有状态时滞的不确定离散时间系统：

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.78 \\ 0.76 & 0.87 + \delta \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0.12 & 0.09 \\ 0.11 & 0.07 \end{bmatrix} x(k-1) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0.25 \end{bmatrix} u(k)$$

其中 δ 为不确定参数. 由定理 2 可得系统鲁棒镇定状态反馈控制器存在的最大 δ_1 值约为 0.81，而由定理 3 可得最大 δ_1 值约为 0.875，由此可见基于参数依赖稳定条件的定理 3 可比基于二次稳定条件的定理 2 获得具有较低保守性的设计结果.

References

1 Moon Y S, Park P, Kwon W H, Lee Y S. Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems. *International Journal of Control*, 2001, **74**(11): 1447～1455

2 Zheng L, Liu X, Zhang Q. Robust H_∞ control for linear delay systems with time-varying uncertainties. *Acta Auto-*

matica Sinica, 2001, **27**(3): 377～380 (in Chinese)

3 Guan X, Lin Z, Duan G. Robust guaranteed cost control for discrete-time uncertain systems with delay. *IEE Proceedings-Control Theory and Application*, 1999, **6**(4): 598～602

4 Yu L, Feng H. Guaranteed cost control of discrete-time uncertain time-delay systems. *Acta Automatica Sinica*, 2001, **27**(3): 392～396(in Chinese)

5 Gao H, Wang C. Comments and further results on "A descriptor system approach to H_∞ control of linear time-delay systems". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(3): 520～525

6 El Ghaoui L, Oustry F, AitRami M. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, **42**(8): 1171～1176

7 De Oliveira M C, Bernussou J, Geromel J C. A new discrete-time robust stability condition. *Systems and Control Letters*, 1999, **37**(3): 261～265

8 Mahmoud M S. Robust Control and Filtering for Time-Delay Systems New York: Marcek-Dekker, 2000. 49～52

高会军　哈尔滨工业大学控制科学与工程系博士研究生. 感兴趣的研究领域为鲁棒控制和滤波、时滞系统、2D 系统等.

(**GAO Hui-Jun**　Ph. D. candidate in the Department of Control Science and Engineering at Harbin Institute of Technology. His research interests include robust control/filter, time-delay systems, and 2-D systems.)

王常虹　哈尔滨工业大学控制科学与工程系教授，博士生导师. 主要研究方向为神经网络控制、远程控制、智能控制与智能系统等.

(**WANG Chang-Hong**　Professor in the Department of Control Science and Engineering at Harbin Institute of Technology. His research interests include neural network control, remote control, intelligent control, and intelligent systems.)