第 30 卷 第 5 期
2004 年 9 月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 30, No. 5
Sept., 2004

线性奇异时滞系统的状态与不确定输入估计[1)]

朱淑倩　　程兆林

(山东大学数学与系统科学学院　济南　250100)

(E-mail: sduzsq@mail. sdu. edu. cn)

摘　要　研究了含不确定输入的线性奇异时滞系统的观测器设计. 在一定秩条件下, 通过引入两个广义坐标变换, 先将系统等价变换为不含不确定输入的正常状态空间时滞系统, 再变换为在系统描述中滞后项仅与输入和输出有关的系统. 通过设计等价系统的状态观测器来获得原系统的观测器, 实现对原系统的状态与不确定输入的指数逼近.

关键词　奇异时滞系统, 不确定输入, 观测器设计, 多项式矩阵

中图分类号　TP13

State and Uncertain Input Estimation for Linear Singular Time-Delay System

ZHU Shu-Qian　CHENG Zhao-Lin

(*School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan*　250100)

(E-mail: sduzsq@mail. sdu. edu. cn)

Abstract　The observer design for linear singular time-delay system with uncertain input is studied. Under some rank conditions, two generalized coordinate changes are introduced to transform the singular time-delay system into an equivalent normal system without uncertain input, then into a system with time-delay terms associated with the input and output only in the system description. The observer for the original system is obtained by designing the state observer for the equivalent system to realize the exponential approximation to the state and uncertain input of the original system.

Key words　Singular time-delay system, uncertain input, observer design, polynomial matrix

1　引言

近年来, 关于时滞系统的观测器设计, 已取得不少成果[1~3]. 文献[3]在关于能观性矩阵的秩条件下, 设法寻找一广义坐标变换, 使得在新坐标系下系统的滞后项只出现在输出

1) 国家"973"项目(G1998020300)资助

Supported by the Project "973" of P. R. China (G1998020300)

收稿日期　2003-05-22　　收修改稿日期　2003-11-20

Received May 22, 2003; in revised form November 20, 2003

中，通过设计新坐标系下系统的观测器得到原系统的观测器. 文献[3]的方法，尤其适合于多时滞情形. 但是，关于含未知输入的奇异时滞系统的观测器设计并不多见. 既然很多情况下干扰或输入不可量测，研究此类问题在理论上和工程实践中都是有意义的.

本文用奇异时滞系统的控制输入，输出与观测器状态来估计系统的状态与不确定输入. 在某些秩条件假定下，通过两个广义坐标变换不仅将奇异时滞系统等价变换为正常时滞系统，而且可保证文献[3]给出的关于能观性矩阵的秩条件得以满足. 这使得文献[3]提供的方法得以应用，以实现对未知输入和状态的估计. 文献[4]也曾讨论过无时滞奇异系统的未知输入观测器设计，本文可看作为该文在时滞领域的拓广.

2　系统描述和预备性定义

考虑含未知输入的线性奇异时滞系统：

$$\begin{cases} E\dot{\boldsymbol{x}}(t) = A(d)\boldsymbol{x}(t) + B_1(d)\boldsymbol{u}(t) + B_2(d)\boldsymbol{f}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = C(d)\boldsymbol{x}(t) + D_1(d)\boldsymbol{u}(t) + D_2(d)\boldsymbol{f}(t) \end{cases} \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{x}(t)\in R^n,\boldsymbol{u}(t)\in R^v,\boldsymbol{f}(t)\in R^p,\boldsymbol{y}(t)\in R^m$ 分别为状态，控制输入，不确定输入和量测输出；E 为 n 维常矩阵且 $\mathrm{rank}E=q<n$；$A(d),B_1(d),B_2(d),C(d),D_1(d),D_2(d)$ 为时滞算子 $d=\{d_i\}(i=1,2,\cdots,t)$ 的适维多元多项式矩阵. 对给定的 i，算子 d_i 定义为 $d_i\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{x}(t-\tau_i)$，$\tau_i>0$ 为时滞常数；d 的高阶项仍表示时滞算子，如 $d_i^2d_j$ 相应于算子 $d_i^2d_j\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{x}(t-2\tau_i-\tau_j)$. 假设 $\tau_i\neq\tau_j,i\neq j$，且 $\tau_i,i=1,2,\cdots,t$，不成比例.

本文的目的是设计如下形式的观测器

$$\begin{cases} \boldsymbol{\zeta}(t) = H(d)\boldsymbol{\zeta}(t) + J_1(d)\boldsymbol{u}(t) + J_2(d)\boldsymbol{y}(t) \\ \hat{\boldsymbol{x}}(t) = K(d)\boldsymbol{\zeta}(t) + T_1(d)\boldsymbol{u}(t) + T_2(d)\boldsymbol{y}(t) \\ \hat{\boldsymbol{f}}(t) = G(d)\boldsymbol{\zeta}(t) + P_1(d)\boldsymbol{u}(t) + P_2(d)\boldsymbol{y}(t) \end{cases} \tag{2}$$

实现 $\hat{\boldsymbol{x}}$ 及 $\hat{\boldsymbol{f}}$ 对状态 $\boldsymbol{x}$ 和不确定输入 $\boldsymbol{f}$ 的指数逼近. 其中，$\boldsymbol{\zeta}\in R^q$ 为观测器状态，$\hat{\boldsymbol{x}}\in R^n,\hat{\boldsymbol{f}}\in R^p$ 为观测器输出.

对多元多项式矩阵 $M(r)\in R^{n\times m}[r]$，$r=\{r_i\},r_i\in \mathrm{C}$，$i=1,2,\cdots,t$，给出下述定义.

定义 1[5,6]. 称 $M(r)$ 列单模，若 $\mathrm{rank}M(r)=m,\forall r=\{r_i\},r_i\in\mathrm{C}$，$i=1,2,\cdots,t$.

定义 2[5,6]. 称 $M(r)$ 行单模，若 $\mathrm{rank}M(r)=n,\forall r=\{r_i\},r_i\in\mathrm{C}$，$i=1,2,\cdots,t$.

定义 3[5,6]. 称 $M(r)$ 单模，若 $\mathrm{rank}M(r)=m=n,\forall r=\{r_i\},r_i\in\mathrm{C}$，$i=1,2,\cdots,t$.

易证[5,6]，对单模阵 $M(r)$，其行列式为非零常数. 其逆 $M^{-1}(r)$ 亦为单模阵，满足 $M^{-1}(r)M(r)=I_n$. 对列(行)单模阵 $M(r)$，其左(右)逆 $M^L(r)(M^R(r))$ 存在且为行(列)单模阵，满足 $M^L(r)M(r)=I_m(M(r)M^R(r)=I_n)$.

为以下讨论需要，对系统(1)作如下假定：

A$_1$) $\mathrm{rank}\begin{bmatrix} 0 & E & 0 \\ E & A(r) & B_2(r) \end{bmatrix}=n+q,\ \forall r=\{r_i\},r_i\in\mathrm{C},i=1,2,\cdots,t$

A$_2$) $\mathrm{rank}\begin{bmatrix} 0 & E & 0 \\ E & A(r) & B_2(r) \\ 0 & C(r) & D_2(r) \end{bmatrix}=n+p+q,\ \forall r=\{r_i\},r_i\in\mathrm{C},i=1,2,\cdots,t$

A$_3$) $\mathrm{rank}\begin{bmatrix} A(r)-sE & B_2(r) \\ C(r) & D_2(r) \end{bmatrix}=n+p,\ \forall s\in \mathrm{C}, \forall r=\{r_i\}, r_i\in \mathrm{C}, i=1,2,\cdots,t.$

注 1. 假定 A$_1$)是下节对系统实施广义坐标变换(5)的充要条件(引理 1)，假定 A$_1$)下，假定 A$_2$)是保证不确定输入得以用系统状态，输入及输出表示的充要条件(引理 2). 假定 A$_1$)与 A$_2$)下，假定 A$_3$)则是[3]建议的坐标变换得以实施的充要条件(引理 3).

3 系统的等价变换

由 $\mathrm{rank}E=q<n$ 知存在满秩矩阵 $M,N\in R^{n\times n}$ 使得 $MEN=\begin{bmatrix} I_q & 0 \\ 0 & 0\end{bmatrix}$，记 $\boldsymbol{x}=N\hat{\boldsymbol{x}}=N\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_1\\ \boldsymbol{x}_2\end{bmatrix}$, $MA(r)N=\begin{bmatrix} A_{11}(r) & A_{12}(r) \\ A_{21}(r) & A_{22}(r)\end{bmatrix}$, $MB_1(r)=\begin{bmatrix} B_{11}(r) \\ B_{12}(r)\end{bmatrix}$, $MB_2(r)=\begin{bmatrix} B_{21}(r) \\ B_{22}(r)\end{bmatrix}$, $C(r)N=[C_1(r)\quad C_2(r)]$,其中 $\boldsymbol{x}_1\in R^q, \boldsymbol{x}_2\in R^{n-q}$. 则系统(1)受限系统等价(r. s. e.)于

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_1(t)=A_{11}(d)\boldsymbol{x}_1(t)+A_{12}(d)\boldsymbol{x}_2(t)+B_{11}(d)\boldsymbol{u}(t)+B_{21}(d)\boldsymbol{f}(t)\\ 0=A_{21}(d)\boldsymbol{x}_1(t)+A_{22}(d)\boldsymbol{x}_2(t)+B_{12}(d)\boldsymbol{u}(t)+B_{22}(d)\boldsymbol{f}(t)\\ \boldsymbol{y}(t)=C_1(d)\boldsymbol{x}_1(t)+C_2(d)\boldsymbol{x}_2(t)+D_1(d)\boldsymbol{u}(t)+D_2(d)\boldsymbol{f}(t)\end{cases}\tag{3}$$

引理 1. 假定 A$_1$)$\Leftrightarrow[A_{22}(r)\quad B_{22}(r)]$行单模.

故在假定 A$_1$)下，可找到单模阵 $P(r)$，使得 $[A_{22}(r)\quad B_{22}(r)]P(r)=[I_{n-q}\quad 0]$. 记 $P(r)=\begin{bmatrix} P_{11}(r) & P_{12}(r) \\ P_{21}(r) & P_{22}(r)\end{bmatrix}$，其中，$P_{11}(r)\in R^{(n-q)\times(n-q)}[r]$. 令

$$\begin{bmatrix} A_{12}(r) & B_{11}(r) & B_{21}(r) \\ A_{22}(r) & B_{12}(r) & B_{22}(r) \\ C_2(r) & D_1(r) & D_2(r)\end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_{11}(r) & 0 & P_{12}(r) \\ 0 & I_v & 0 \\ P_{21}(r) & 0 & P_{22}(r)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \bar{A}_{12}(r) & B_{11}(r) & \bar{B}_{21}(r) \\ I_{n-q} & B_{12}(r) & 0 \\ \bar{C}_2(r) & D_1(r) & \bar{D}_2(r)\end{bmatrix}\tag{4}$$

则在广义坐标变换

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_1\\ \boldsymbol{x}_2\\ \boldsymbol{u}\\ \boldsymbol{f}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} I_q & 0 & 0 & 0\\ 0 & P_{11}(d) & 0 & P_{12}(d)\\ 0 & 0 & I_v & 0\\ 0 & P_{21}(d) & 0 & P_{22}(d)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_1\\ \bar{\boldsymbol{x}}_2\\ \boldsymbol{u}\\ \bar{\boldsymbol{f}}\end{bmatrix}\tag{5}$$

下，系统(3)变换为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_1(t)=\bar{A}_{11}(d)\boldsymbol{x}_1(t)+\bar{B}_{11}(d)\boldsymbol{u}(t)+\bar{B}_{21}(d)\bar{\boldsymbol{f}}(t)\tag{6.1}$$

$$\bar{\boldsymbol{x}}_2(t)=-A_{21}(d)\boldsymbol{x}_1(t)-B_{12}(d)\boldsymbol{u}(t)\tag{6.2}$$

$$\boldsymbol{y}(t)=\bar{C}_1(d)\boldsymbol{x}_1(t)+\bar{D}_1(d)\boldsymbol{u}(t)+\bar{D}_2(d)\bar{\boldsymbol{f}}(t)\tag{6.3}$$

其中，

$$\bar{A}_{11}(d)=A_{11}(d)-\bar{A}_{12}(d)A_{21}(d),\quad \bar{B}_{11}(d)=B_{11}(d)-\bar{A}_{12}(d)B_{12}(d)\tag{7.1}$$

$$\bar{C}_1(d)=C_1(d)-\bar{C}_2(d)A_{21}(d),\quad \bar{D}_1(d)=D_1(d)-\bar{C}_2(d)B_{12}(d)\tag{7.2}$$

注意,变换式(5)的系数矩阵为单模阵，故系统(3)到(6)的变换为等价变换.

引理 2. 假定 A$_1$)下，假定(A$_2$)$\Leftrightarrow\bar{D}_2(r)$列单模.

注 2. 由 $\bar{D}_2(r)$列单模知 $m\geqslant p$，即系统(1)的输出维数应不小于不确定输入的维数.

在假定 A$_1$)，A$_2$)下，可找到 $\bar{D}_2(r)$的左逆阵 $\bar{D}_2^L(r)$. (6.3)两边同时左乘 $\bar{D}_2^L(d)$得

$$\bar{f}(t) = \bar{D}_2^L(d)(y(t) - \bar{C}_1(d)x_1(t) - \bar{D}_1(d)u(t)) \tag{8}$$

将(8)代入(6.1)，再将(6.3)两边同时左乘$(I_m - \bar{D}_2(d)\bar{D}_2^L(d))$,则(6)变换为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \tilde{A}_{11}(d)x_1(t) + \tilde{B}_{11}(d)u(t) + \tilde{B}_{21}(d)y(t) \\ \bar{x}_2(t) = -A_{21}(d)x_1(t) - B_{12}(d)u(t) \\ \tilde{y}(t) = \tilde{C}_1(d)x_1(t) + \tilde{D}_1(d)u(t) \end{cases} \tag{9}$$

其中，

$$\tilde{A}_{11}(d) = \bar{A}_{11}(d) - \bar{B}_{21}(d)\bar{D}_2^L(d)\bar{C}_1(d), \quad \tilde{B}_{11}(d) = \bar{B}_{11}(d) - \bar{B}_{21}(d)\bar{D}_2^L(d)\bar{D}_1(d) \tag{10.1}$$

$$\tilde{B}_{21}(d) = \bar{B}_{21}(d)\bar{D}_2^L(d), \quad \tilde{y}(t) = (I_m - \bar{D}_2(d)\bar{D}_2^L(d))y(t) \tag{10.2}$$

$$\tilde{C}_1(d) = (I_m - \bar{D}_2(d)\bar{D}_2^L(d))\bar{C}_1(d), \quad \tilde{D}_1(d) = (I_m - \bar{D}_2(d)\bar{D}_2^L(d))\bar{D}_1(d) \tag{10.3}$$

4　观测器的设计

系统(9)为一正常时滞系统，输出为$\tilde{y}(t)$，而系统(1)的输出 $y(t)$及控制输入 $u(t)$则均作为其输入. (9)含多时滞，故采用[3]所建议的方法来设计其观测器是合适的，且很容易将[3]的结果推广到含输入的情形. 这样，唯一要考虑的即是(9)的能观性矩阵：

$$Q_k(r) = \begin{bmatrix} \tilde{C}_1(r) \\ \tilde{C}_1(r)\tilde{A}_{11}(r) \\ \vdots \\ \tilde{C}_1(r)\tilde{A}_{11}^{k-1}(r) \end{bmatrix} \tag{11}$$

是否是列单模阵？式中 $k \leqslant n$ 为使得 $\operatorname{rank}Q_k(r) = \operatorname{rank}Q_{k+1}(r)$, $\forall r = \{r_i\}, r_i \in C, i = 1,2,\cdots,t$,成立的最小正整数. 对此，给出以下引理.

引理 3. 在假定 A$_1$)，A$_2$)下，假定 A3)$\Leftrightarrow Q_k(r)$列单模.

注 3. 类似文献[4]，并利用文献[7]，易证引理 1，引理 2 和引理 3. 此处略去.

引理 4(文献[3]结果的自然推广). 对于线性时滞系统(9)，以下结论成立.

1) 存在广义坐标变换 $\xi(t) = \bar{T}(d)x_1(t)$，$\bar{T}(r) \in R^{n_\xi \times q}[r]$列单模，将系统(9)变为

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = \bar{M}\xi(t) + \bar{M}(d)\,\tilde{y}(t) + \bar{E}(d)u(t) + \bar{F}(d)y(t) \\ \tilde{y}(t) = \bar{N}\xi(t) + \tilde{D}_1(d)u(t) \end{cases} \tag{12}$$

的充要条件为(9)的能观性矩阵 $Q_k(r)$列单模. 且当 $Q_k(r)$列单模时，式中 $\bar{M}, \bar{M}(d)$, $\bar{E}(d), \bar{F}(d), \bar{N}$ 及广义坐标变换矩阵$\bar{T}(d)$由如下算式计算

$$\bar{T}(d) = \begin{bmatrix} \bar{T}_1^{\mathrm{T}}(d) & \bar{T}_2^{\mathrm{T}}(d) & \cdots & \bar{T}_k^{\mathrm{T}}(d) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \bar{T}_1(d) = \tilde{C}_1(d) \tag{13.1}$$

$$\bar{T}_{i+1}(d) = \bar{T}_i(d)\tilde{A}_{11}(d) - \bar{M}_i(d)\tilde{C}_1(d), \quad i = 1,2,\cdots,k-1 \tag{13.2}$$

$$[\bar{M}_k(d) \quad \bar{M}_{k-1}(d) \quad \cdots \quad \bar{M}_1(d)] = \tilde{C}_1(d)\tilde{A}_{11}^k(d)Q_k^L(d) \tag{13.3}$$

$$\bar{M}(d) = [\bar{M}_1^{\mathrm{T}}(d) \quad \bar{M}_2^{\mathrm{T}}(d) \quad \cdots \quad \bar{M}_k^{\mathrm{T}}(d)]^{\mathrm{T}} \tag{13.4}$$

$$\bar{M}=\begin{bmatrix}0 & I_m & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0 & I_m & \cdots & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_m\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},\quad \bar{N}=[I_m \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \tag{13.5}$$

$$\bar{E}(d)=[\bar{E}_1^{\mathrm{T}}(d) \quad \bar{E}_2^{\mathrm{T}}(d) \quad \cdots \quad \bar{E}_k^{\mathrm{T}}(d)]^{\mathrm{T}} \tag{13.6}$$

$$\bar{E}_i(d)=\bar{T}_i(d)\tilde{B}_{11}(d)-\bar{M}_i(d)\tilde{D}_1(d),\quad i=1,2,\cdots,k \tag{13.7}$$

$$\bar{F}(d)=[\bar{F}_1^{\mathrm{T}}(d) \quad \bar{F}_2^{\mathrm{T}}(d) \quad \cdots \quad \bar{F}_k^{\mathrm{T}}(d)]^{\mathrm{T}},\quad \bar{F}_i(d)=\bar{T}_i(d)\tilde{B}_{21}(d),\quad i=1,2,\cdots,k \tag{13.8}$$

式中 $\tilde{C}_1(d),\tilde{D}_1(d),\tilde{A}_{11}(d),\tilde{B}_{11}(d),\tilde{B}_{21}(d)$ 由(10)式给出，$Q_k^L(d)$ 为 $Q_k(r)$ 的左逆在 $r=d$ 时的值.

2)设 $Q_k(r)$ 列单模，则下述系统

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\zeta}}(t)=\bar{M}\boldsymbol{\zeta}(t)+\bar{M}(d)\tilde{\boldsymbol{y}}(t)+\bar{E}(d)\boldsymbol{u}(t)+\bar{F}(d)\boldsymbol{y}(t)+\bar{L}(\tilde{\boldsymbol{y}}(t)-\bar{N}\boldsymbol{\zeta}(t)-\tilde{D}_1(d)\boldsymbol{u}(t))\\ \hat{\boldsymbol{x}}_1(t)=\bar{T}^L(d)\boldsymbol{\zeta}(t)\end{cases} \tag{14}$$

为系统(9)的一个状态观测器，其中 $\bar{M},\bar{N},\bar{M}(d),\bar{E}(d),\bar{F}(d)$ 及 $\bar{T}(d)$ 由(13)式给出，$\bar{T}^L(d)$ 为 $\bar{T}(r)$ 的左逆在 $r=d$ 时的值. $\bar{L}$ 为适维常阵且使得 $\bar{M}-\bar{L}\bar{N}$ 稳定.

定理. 在假定 $\mathrm{A}_1)\sim\mathrm{A}_3)$ 下，系统(1)存在形如(2)的观测器，其中，

$$H(d)=\bar{M}-\bar{L}\bar{N},\quad J_1(d)=\bar{E}(d)-\bar{L}\tilde{D}_1(d) \tag{15.1}$$

$$J_2(d)=(\bar{M}(d)+\bar{L})(I_m-\bar{D}_2(d)\bar{D}_2^L(d))+\bar{F}(d) \tag{15.2}$$

$$K(d)=N\begin{bmatrix}I_q\\ -P_{11}(d)A_{21}(d)-P_{12}(d)\bar{D}_2^L(d)\bar{C}_1(d)\end{bmatrix}\bar{T}^L(d) \tag{15.3}$$

$$T_1(d)=N\begin{bmatrix}0\\ -P_{11}(d)B_{12}(d)-P_{12}(d)\bar{D}_2^L(d)\bar{D}_1(d)\end{bmatrix},\quad T_2(d)=N\begin{bmatrix}0\\ P_{12}(d)\bar{D}_2^L(d)\end{bmatrix} \tag{15.4}$$

$$G(d)=(-P_{21}(d)A_{21}(d)-P_{22}(d)\bar{D}_2^L(d)\bar{C}_1(d))\,\bar{T}^L(d) \tag{15.5}$$

$$P_1(d)=-P_{21}(d)B_{12}(d)-P_{22}(d)\bar{D}_2^L(d)\bar{D}_1(d),\quad P_2(d)=P_{22}(d)\bar{D}_2^L(d) \tag{15.6}$$

5 结 论

本文讨论含不确定输入的线性奇异时滞系统的观测器设计. 通过两个广义坐标变换将系统等价变换为正常状态空间时滞系统，且在系统描述中滞后项仅与输入和输出有关，通过设计等价系统的状态观测器实现对原系统的状态与不确定输入估计. 本文为设计观测器所作出的假定均施加于原系统.

References

1 Darouach M, Pierrot P, Richard E. Design of reduced-order observers without internal delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, **44**(9): 1711～1713

2 Darouach M. Linear functional observers for systems with delays in state variables. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(3): 491～496

3 Hou M, Zitek P, Patton R J. An observer design for time-delay systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(1): 121～125

4 Sun L Y, Cheng Z L. State and input estimation for singular systems with unknown input. *Control Theory and Applications*, 2003, **20**(3):454～458 (in Chinese)

5 Bisiacco M. On the state reconstruction of 2D systems. *Systems and Control Letters*, 1985, **5**(5): 347～353

6 Youla D C, Gnavi G. Notes on n-dimensional system theory. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1979, **26**(2): 105～111

7 Lee E B, Olbrot S. Observability and related structural results for linear hereditary systems. *International Journal of Control*, 1981, **34**(6): 1061～1078

朱淑倩　2000 年在山东大学数学与系统科学学院获学士学位，现为山东大学数学与系统科学学院博士研究生. 主要研究领域为奇异系统，时滞系统.

(**ZHU Shu-Qian**　Received her bachelor degree from School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, and currently she is a Ph. D. candidate in School of Mathematics and System Sciences at Shandong University. Her research interests include singular systems and time-delay systems.)

程兆林　山东大学数学与系统科学学院教授，博士生导师. 主要研究领域为多变量控制系统的理论与应用，奇异系统，时滞系统，非线性系统.

(**CHENG Zhao-Lin**　Professor in School of Mathematics and System Sciences at Shandong University. His research interests include the theory and applications of multi-variable control systems, singular systems, and time-delay systems and nonlinear systems.)