

快速调节器的研究*

杨起行 左淑贞

(上海工业自动化仪表研究所)

摘 要

本文介绍时间最优控制理论在热工自控系统中的应用,认为有时滞的对象单纯用继电器控制不能完全消除静差,从而设计试制出带有线性区的快速调节器。通过模拟试验和现场试验对这种快速调节器与常用的PID调节器作了比较。

快速调节又称为时间最优调节,其控制量是继电器型的^[1],它以被调对象所能容许的最快速度将偏差调节到零点,适用于扰动频繁,要求过渡过程时间短的工艺对象。

一、热工对象快速调节系统

在热工自控系统中,单容压力对象的传递函数可简化为一阶惯性环节, $W(s) = \frac{1}{1 + TS}$ 。无自平衡的液位对象的传递函数可简化为一阶积分环节, $W(s) = \frac{1}{TS}$ 。有自平衡的液位对象,其传递函数可简化为 $W(s) = \frac{1}{1 + TS}$ 。管道流量对象可看成比例环节。温度对象及其他高阶对象的传递函数可近似地看作纯时滞环节与惯性环节的串连, $W(s) = e^{-\tau s} \cdot \frac{1}{1 + TS}$ 。

热工自控系统中常采用积分式执行器,或使调节器具有积分作用而采用伺服式执行器,因此可将执行部分的传递函数看作一阶积分环节。

经过上述简化后,热工自控系统就可以构成二阶快速调节系统,今分述如下:

1. 对象特性为积分环节

图1中, x 为输出量, u 为控制量, λ 为扰动量, T_1 为执行器时间常数,对象传递函数

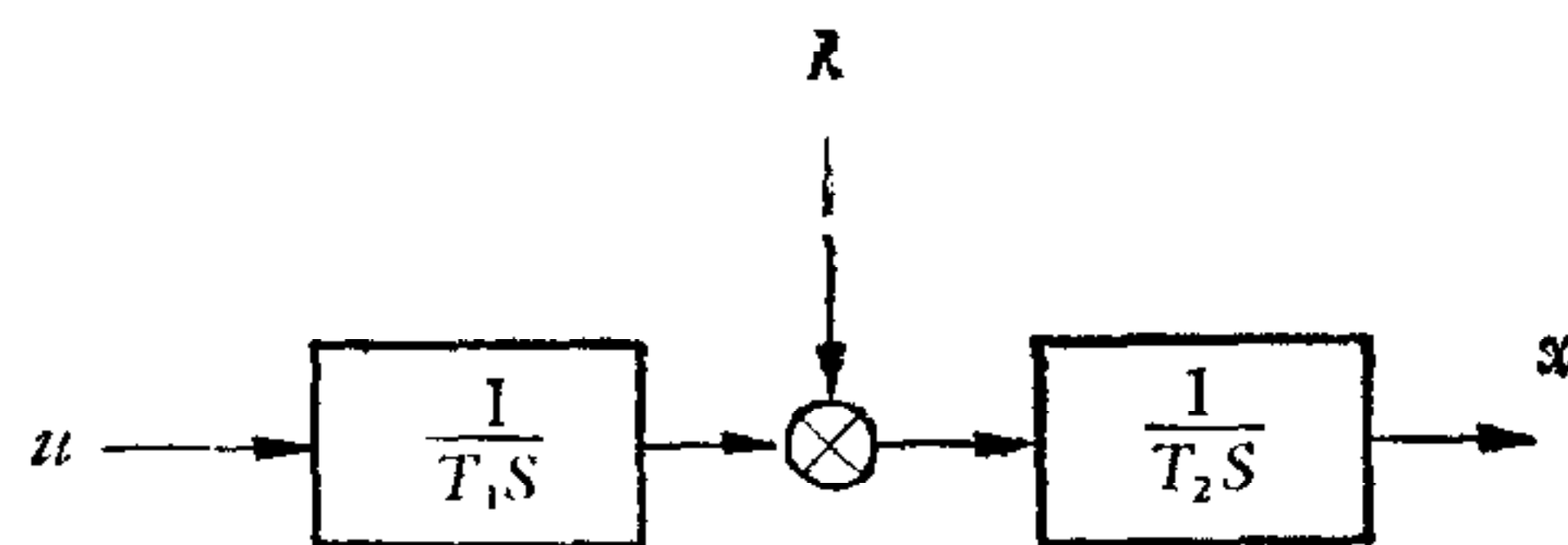


图1

* 本文曾在中国自动化学会1978年年会宣读。

为 $1/T_2S$ 。在阶跃扰动下，这系统的动态方程为：

$$T_1T_2 \frac{d^2x}{dt^2} = u$$

设 $y = \frac{dx}{dt}$

$$T_1T_2 y dy = u dx$$

积分

$$\frac{1}{2} T_1T_2 y^2 = ux + c$$

设 $k = \frac{2}{T_1T_2}$

$$y^2 = k(ux + c) \tag{1}$$

其中 c 为任意常数。在 x, y 相平面上，对应于 $u = +1$ 或 $u = -1$ 有二组相轨迹，其中有二条相轨迹是经过坐标原点的即：

当 $u = +1$
当 $u = -1$

$$y^2 = kx$$

$$y^2 = -kx$$

如图 2 所示，曲线 AOB 是快速调节的开关曲线^[2]，其方程为：

$$y|y| + kx = 0 \tag{2}$$

若状态点在 AOB 线右边，包括 BO 线，控制量应取 $u = -1$ ；反之，在 AOB 线左边，包括 AO 线，应取 $u = +1$ ；在原点 $u = 0$ 。

实际快速调节器的控制方程是

$$\begin{cases} u = -\text{sign } \xi \\ \xi = y|y| + kx \end{cases} \tag{3}$$

在 $y|y| + kx = 0$ 时， $u = 0$ 。这一点与上述基本原理虽有些微差别，但这是符合客观情况的。于是可得快速调节系统方框图如图 3 所示。

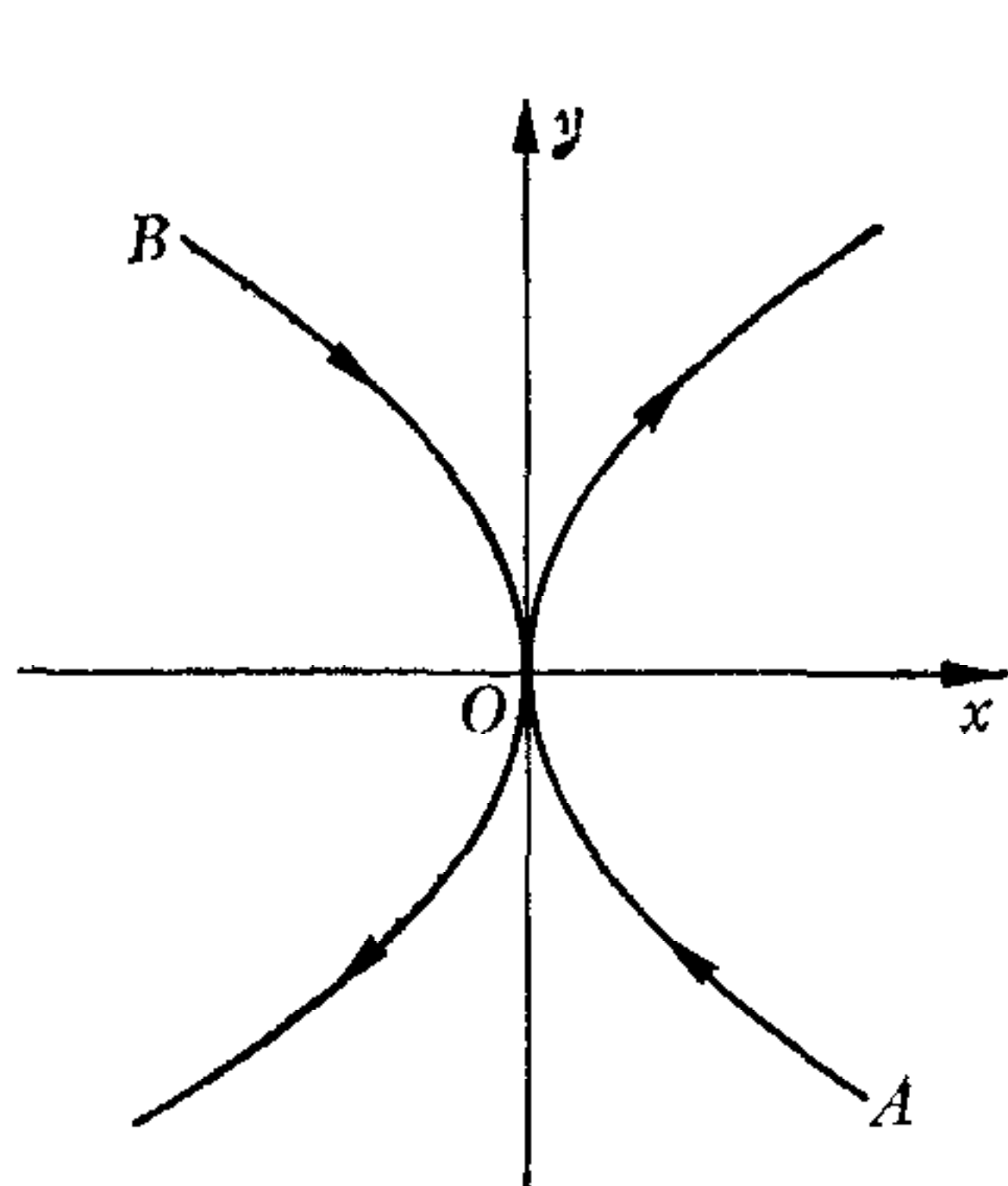


图 2

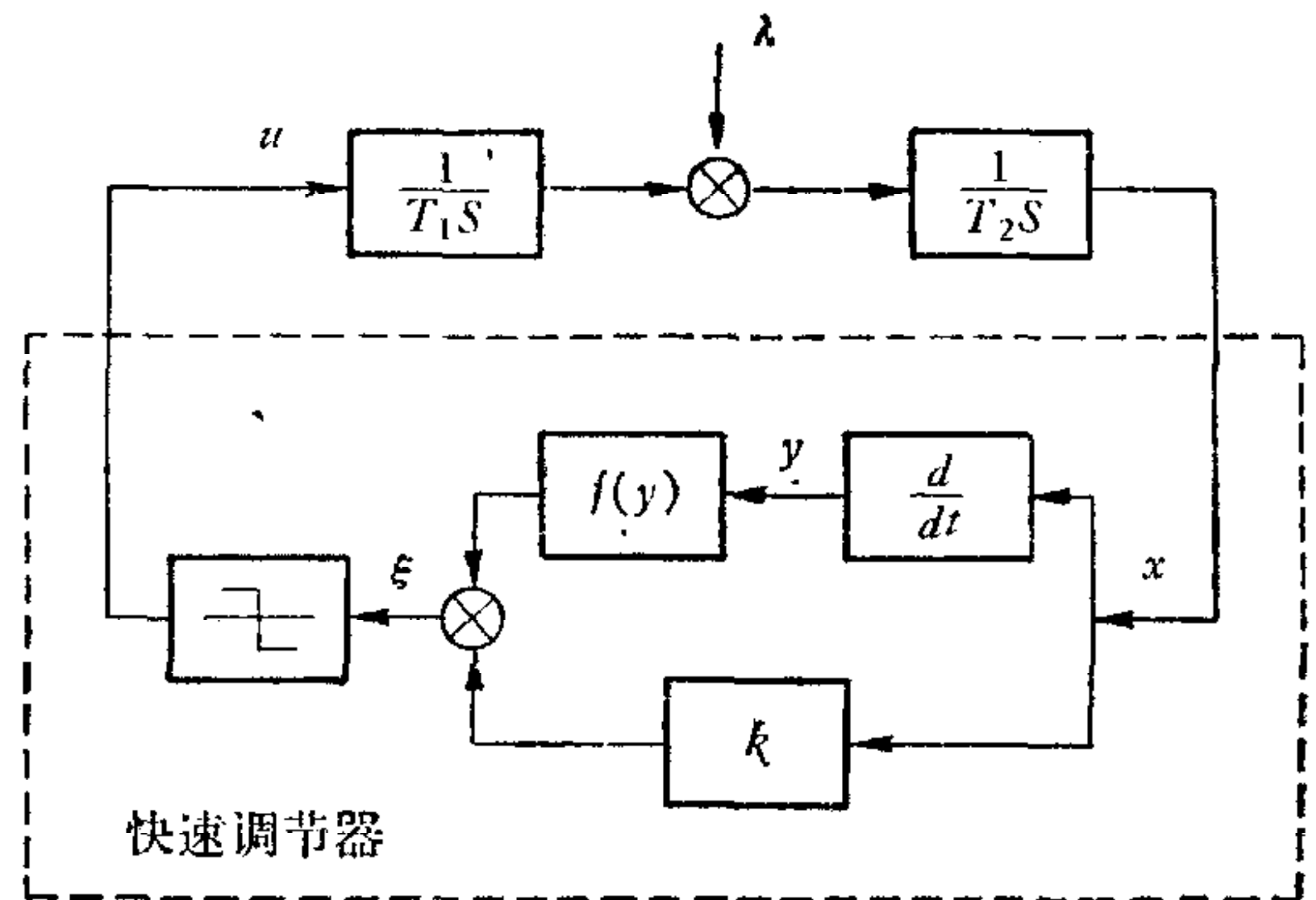


图 3

2. 对象特性为惯性环节

在图 4 中，对象传递函数为 $\frac{1}{1 + T_2S}$ ，在阶跃扰动下，系统的动态方程为：

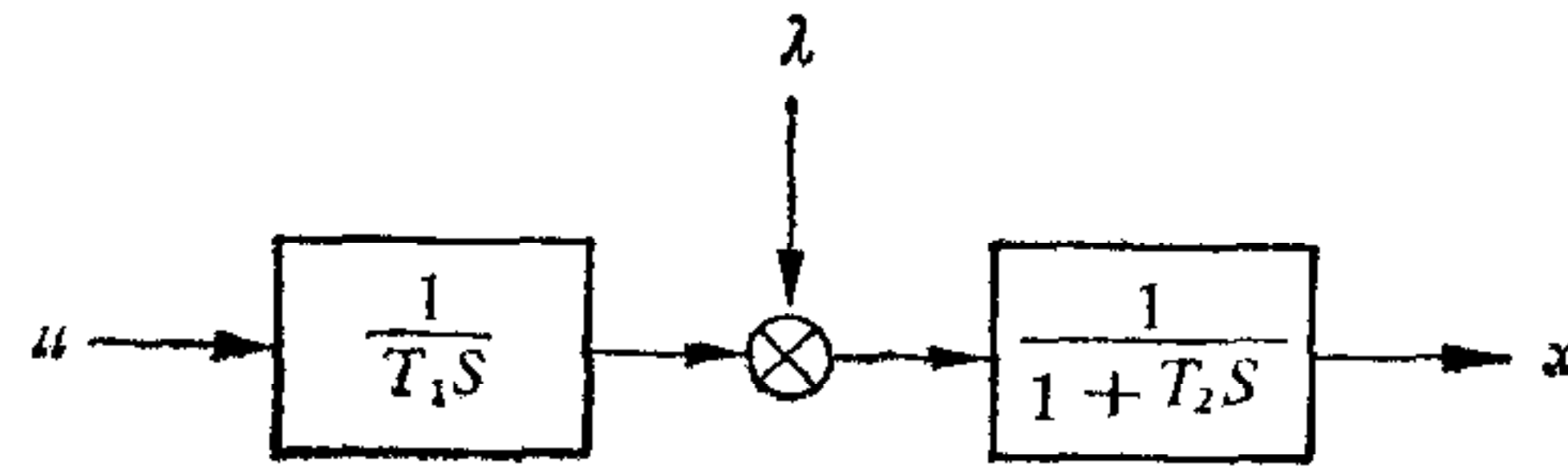


图 4

$$T_1 T_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + T_1 \frac{dx}{dt} = u$$

或

$$T_1 T_2 y dy + T_1 y dx = u dx$$

若 $u = +1$

$$x = -T_2 y - \frac{T_2}{T_1} \ln \left(\frac{1}{T_1} - y \right) + c_1$$

若 $u = -1$

$$x = -T_2 y + \frac{T_2}{T_1} \ln \left(\frac{1}{T_1} + y \right) + c_2$$

在 x, y 相平面上这二组相轨迹如图 5 所示, 箭头向上者为 $u = +1$ 的轨迹, 向下者为

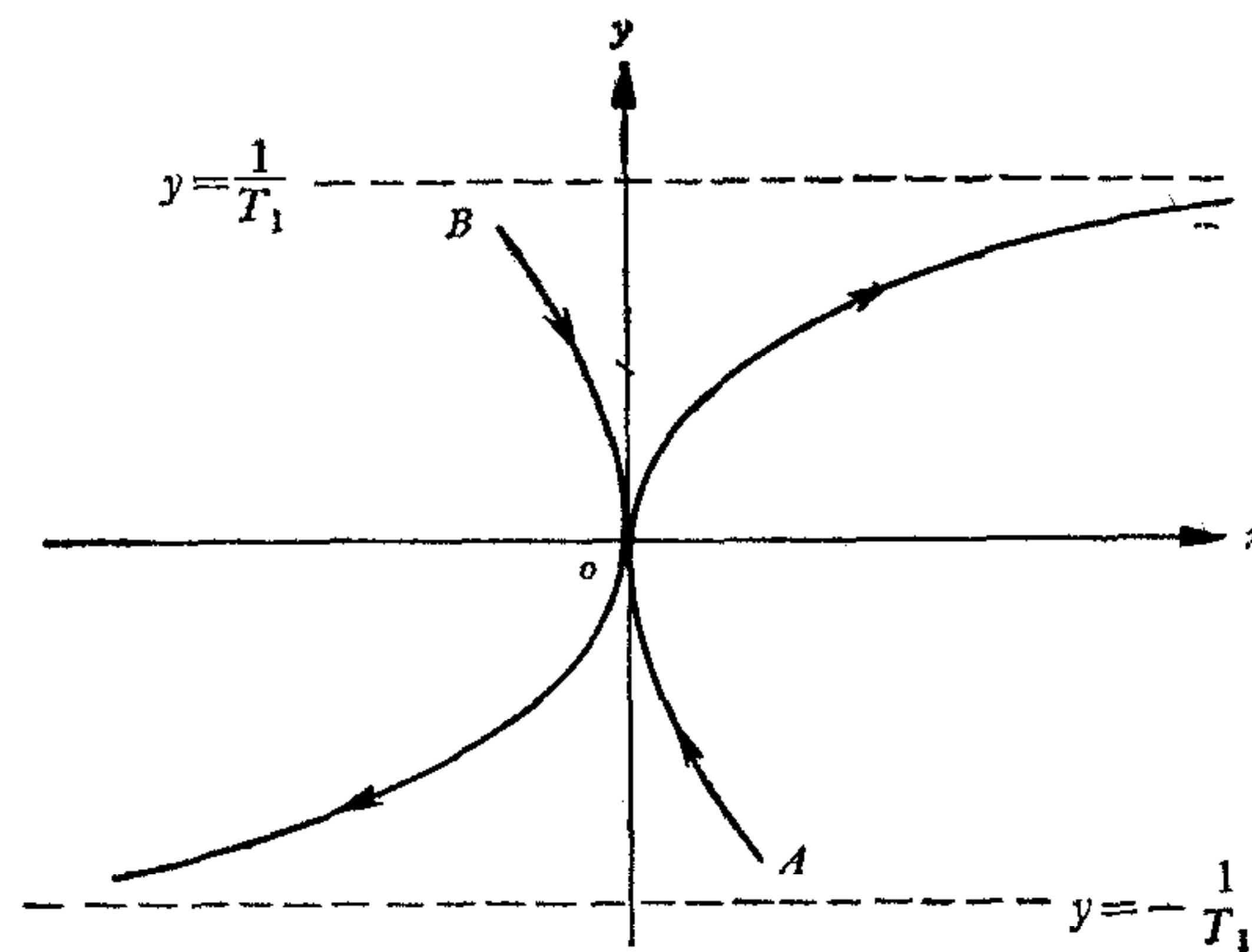


图 5

$u = -1$, 其中经过原点的二条相轨迹方程为:

$$u = +1 \quad x = -T_2 y - \frac{T_2}{T_1} \ln (1 - T_1 y)$$

$$u = -1 \quad x = -T_2 y + \frac{T_2}{T_1} \ln (1 + T_1 y)$$

因 $u = +1$ 时 $y < 0$; $u = -1$ 时 $y > 0$, 所以 AOB 线的方程为:

$$x = -(\text{sign } y) \left[T_2 |y| - \frac{T_2}{T_1} \ln (1 + T_1 |y|) \right]$$

其中 $|y| < \frac{1}{T_1}$, 故快速调节器的控制方程为:

$$\left. \begin{cases} u = -\text{sign } \xi \\ \xi = x + (\text{sign } y) \left[T_2 |y| - \frac{T_2}{T_1} \ln (1 + T_1 |y|) \right] \end{cases} \right\} \quad (4)$$

显然,惯性对象的快速调节开关曲线与积分对象的开关曲线是不同的,今绘出这二条曲线并采取不同的系数,使这二条曲线有一个交点(图 6)。先确定 x 的最大值再选择这二条开关曲线的交点位置,可使二条曲线之间的最大距离 δ 与 x 最大值之比达到最小。用模拟计算机作图表明,如果这二条曲线的交点在满量程的 80% 处 (x 坐标计算),那末 δ 不超过 x 坐标满量程的 2%。也就是说,如果把用于积分对象的开关曲线来代替惯性对象的开关曲线,控制误差不是很大的,因此下面的分析将以积分对象为主,以简化计算过程。

3. 对象特性含有滞后环节

对于含有滞后环节的积分对象或惯性对象,快速调节的控制作用及其中存在的问题是相似的,这里只分析积分加滞后对象的情况。

图 7 中,对象传递函数为 $e^{-\tau s} \cdot \frac{1}{T_2 S}$ 。先按方程(2)画出积分对象的开关曲线(图 8),设系统的状态为任意点 P , 此时 $u = -1$, 过 P 点的相轨迹方程为

$$y^2 = k(-x + c_1) \tag{5}$$

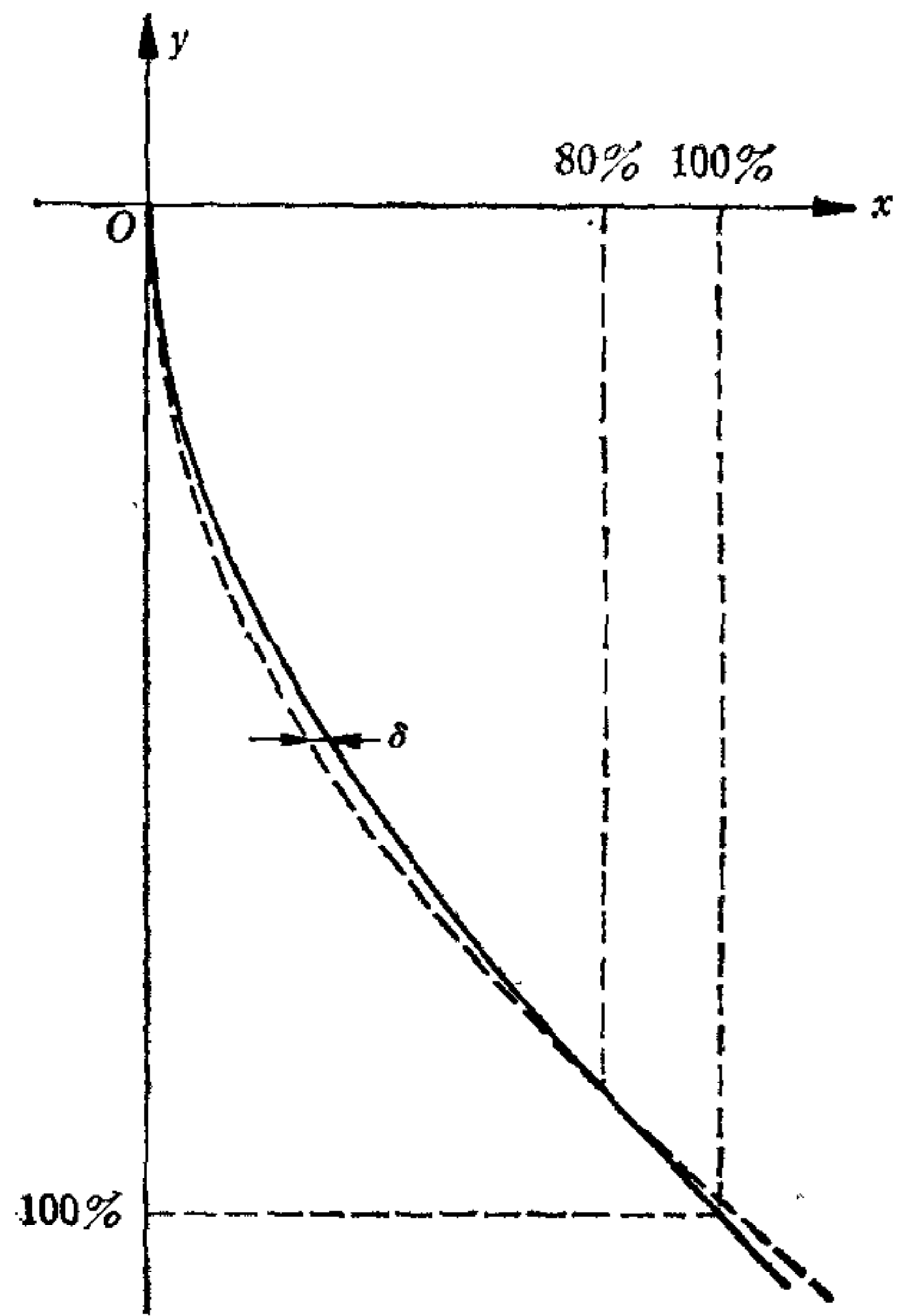


图 6
实线——惯性对象 虚线——积分对象

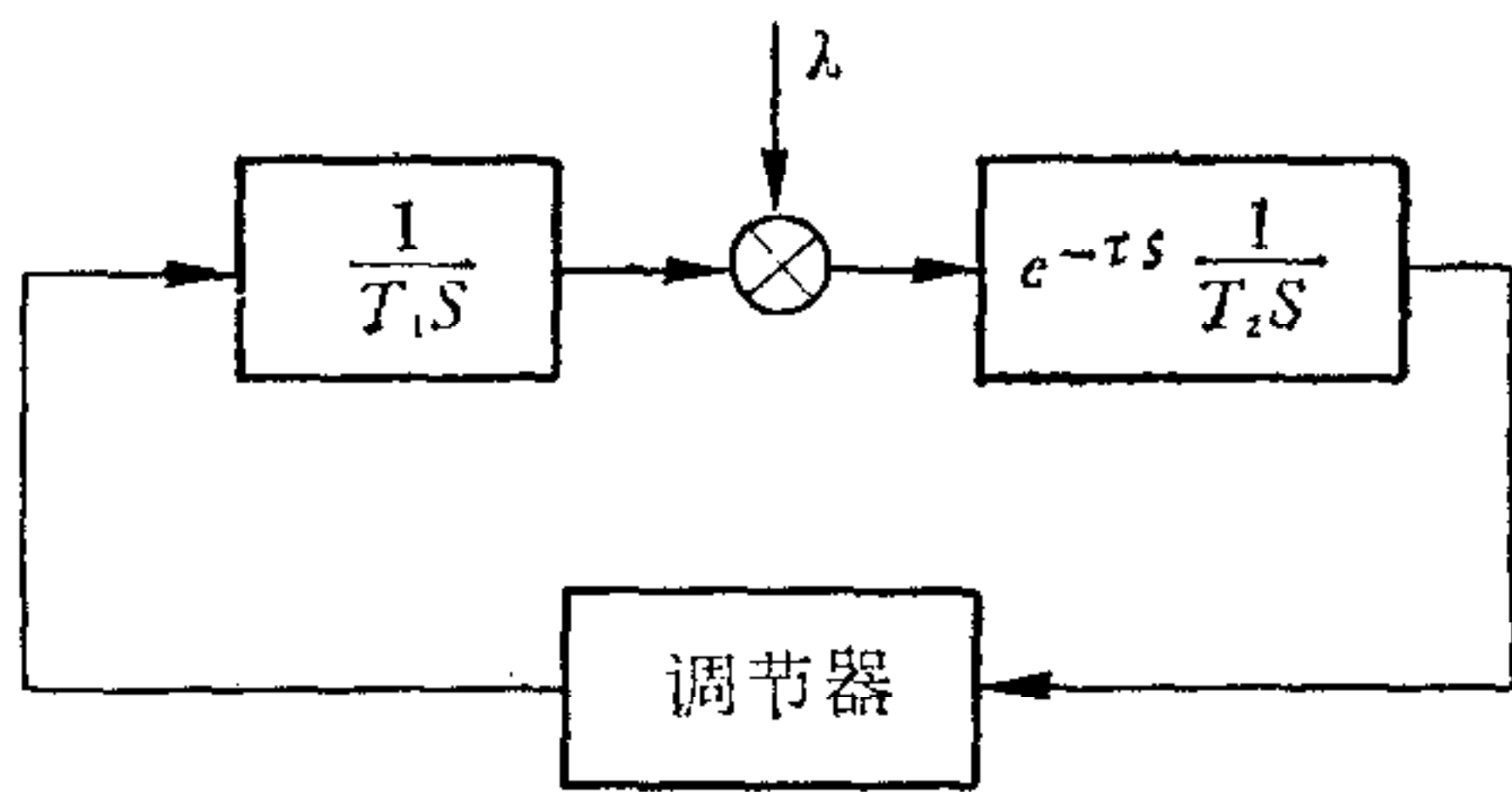


图 7

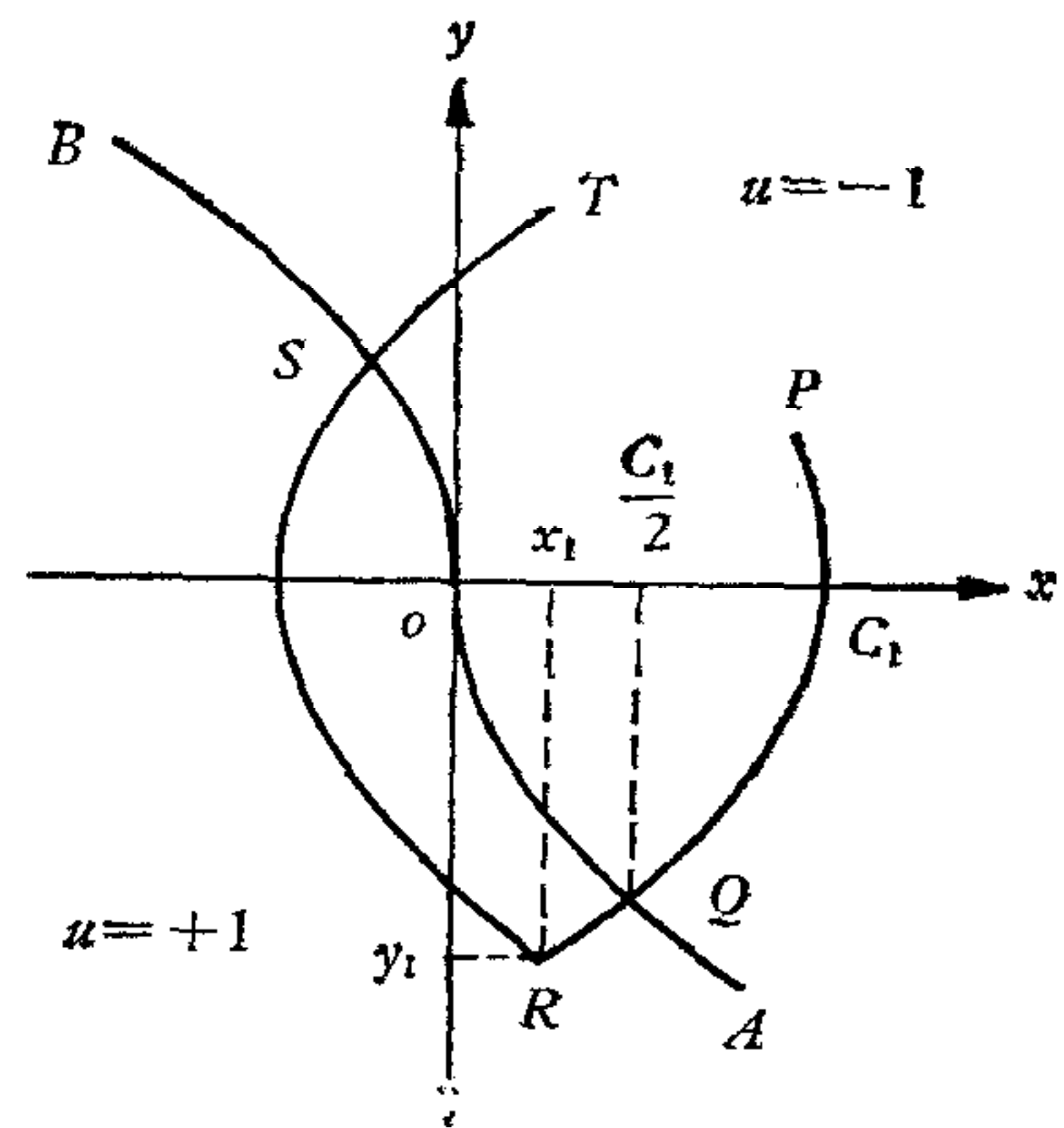


图 8

这相轨迹与开关曲线 AOB 的交点为 Q , Q 点的 x 坐标为 $c_1/2$ 。由于存在时滞 τ , 因此当状态点运动至 Q , 调节器改变控制量为 $u = +1$ 时, 状态点仍继续向下运动, 直至 R , 从 Q 点运动至 R 点的时间为 τ 。 R 点的坐标为 (x_1, y_1) , 由方程(5)

$$y = \frac{dx}{dt} = \pm \sqrt{k(-x + c_1)}$$

$$\int_{c_1/2}^{x_1} \frac{1}{-\sqrt{k(-x + c_1)}} dx = \tau$$

得

$$\begin{cases} x_1 = c_1 - \frac{1}{k} \left(\sqrt{\frac{kc_1}{2}} + \frac{k\tau}{2} \right) \\ y_1 = - \left(\sqrt{\frac{kc_1}{2}} + \frac{k\tau}{2} \right) \end{cases}$$

状态点到达 R 点后才沿 $u = +1$ 的轨迹向上运动, 与开关曲线 BO 交于 S 点. 若 S 点的

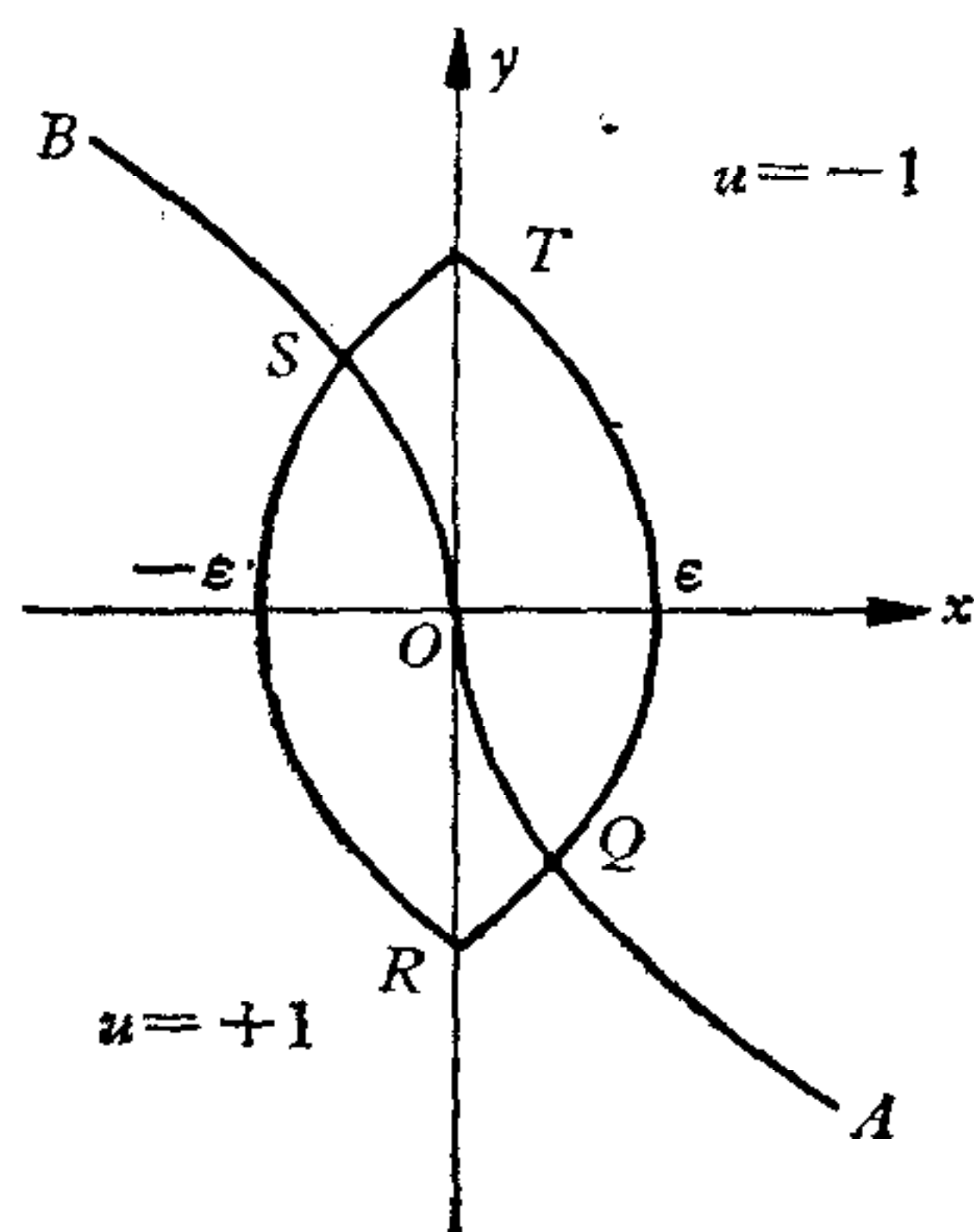


图 9

坐标比 Q 点更接近于原点, 则状态点的运动范围缩小. 若 S 点的坐标与 Q 点对称, 则如图 9 所示, 状态点自 Q 点经时滞 τ 运动至 R 点的轨迹, 对称于从 S 点经时滞 τ 运动至 T 点的轨迹. 此时 R 点与 T 点必在 y 轴上, 其坐标是对称的. 在这种情况下, 当 $u = +1$, 状态点自 Q 经 R 至 S 点; 当 $u = -1$, 状态点自 S 经 T 至 Q 点. 状态点沿 Q、R、S、T 圈循环的轨迹称为极限环. 此时对象的偏差-时间特性为等幅振荡曲线. 构成极限环的二条曲线方程为:

$$y^2 = k \left[-x + \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2} \right) k\tau^2 \right]$$

和

$$y^2 = k \left[x + \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2} \right) k\tau^2 \right]$$

对象的最大振幅为:

$$\varepsilon = \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2} \right) k\tau^2$$

二、时滞系统的快速调节

为了使有时滞的快速调节系统能够稳定, 可以采取以下措施:

(1) 当状态点到达极限环时, 相应地减小控制量, 使等幅振荡不能维持. 也就是说, 在极限环处放弃开关控制而改为连续控制.

(2) 将开关控制时间提前, 即改变控制曲线, 使状态点在控制量改变符号后延滞 τ 时的位置正好落在理想的开关曲线上.

时间提前的控制开关曲线方程如下:

设状态点为任意点 P, 如图 10 所示, 过 P 点的相轨迹与理想开关曲线 AO 的交点为 R, R 点的 x 坐标为 $c_1/2$, 由于存在滞后, 所以开关作用应提前至 Q 点, 使状态点从 Q 运动至 R 的时间等于滞后时间 τ ; 由方程 (5) 得

$$\int_{x_2}^{\frac{c_1}{2}} \frac{1}{-\sqrt{k(-x + c_1)}} dx = \tau$$

于是 Q 点的坐标为 (x_2, y_2)

$$\begin{cases} x_2 = c_1 - \frac{1}{k} \left(\sqrt{\frac{kc_1}{2}} - \frac{k\tau}{2} \right)^2 \\ y_2 = - \left(\sqrt{\frac{kc_1}{2}} - \frac{k\tau}{2} \right) \end{cases}$$

消去 c_1 , 得 Q 点的轨迹为:

$$(y - k\tau)^2 = k \left(x + \frac{k\tau^2}{2} \right) \quad (6)$$

对称于原点, 另一轨迹为

$$(y + k\tau)^2 = -k \left(x - \frac{k\tau^2}{2} \right) \quad (7)$$

由此可知, 时间提前的控制开关曲线仍为抛物线, 曲线形状相同只是坐标轴移动了, 如图 11 中的曲线 AT 和 BR .

但是, 若只在坐标原点控制量 $u = 0$, 则如图 11 所示, 状态点 P 在控制量 $u = -1$ 作用下运动至 Q 点, 控制量变号 $u = +1$, 滞后至 R 点, 向上运动到达原点, $u = 0$, 由于滞后又进入 $u = +1$ 区域, 到达 S 点后 $u = -1$, 又滞后至 P 点, 如此反复构成振荡环. 这振荡环在 y 轴左右各有一个, 对称于原点.

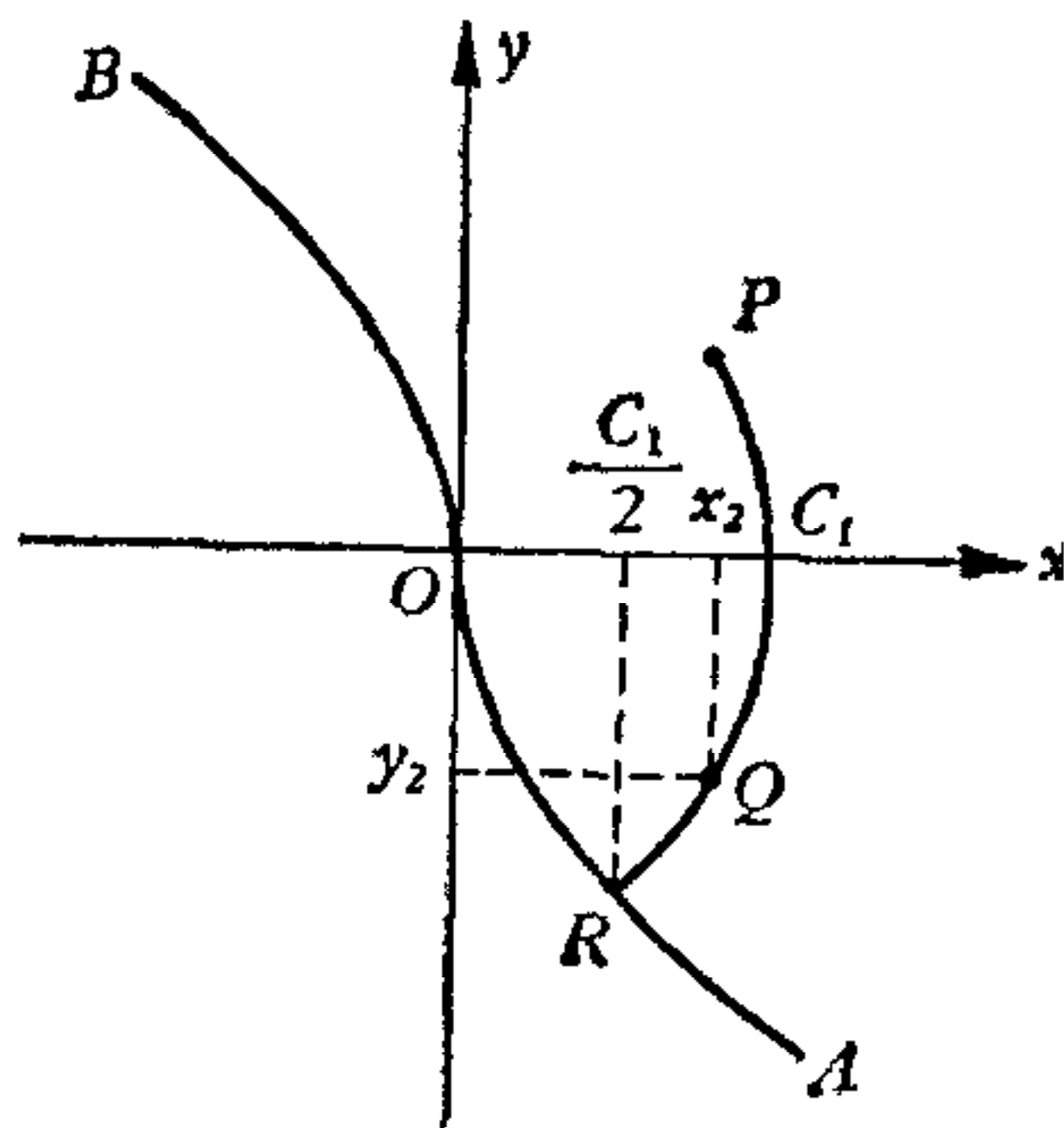


图 10

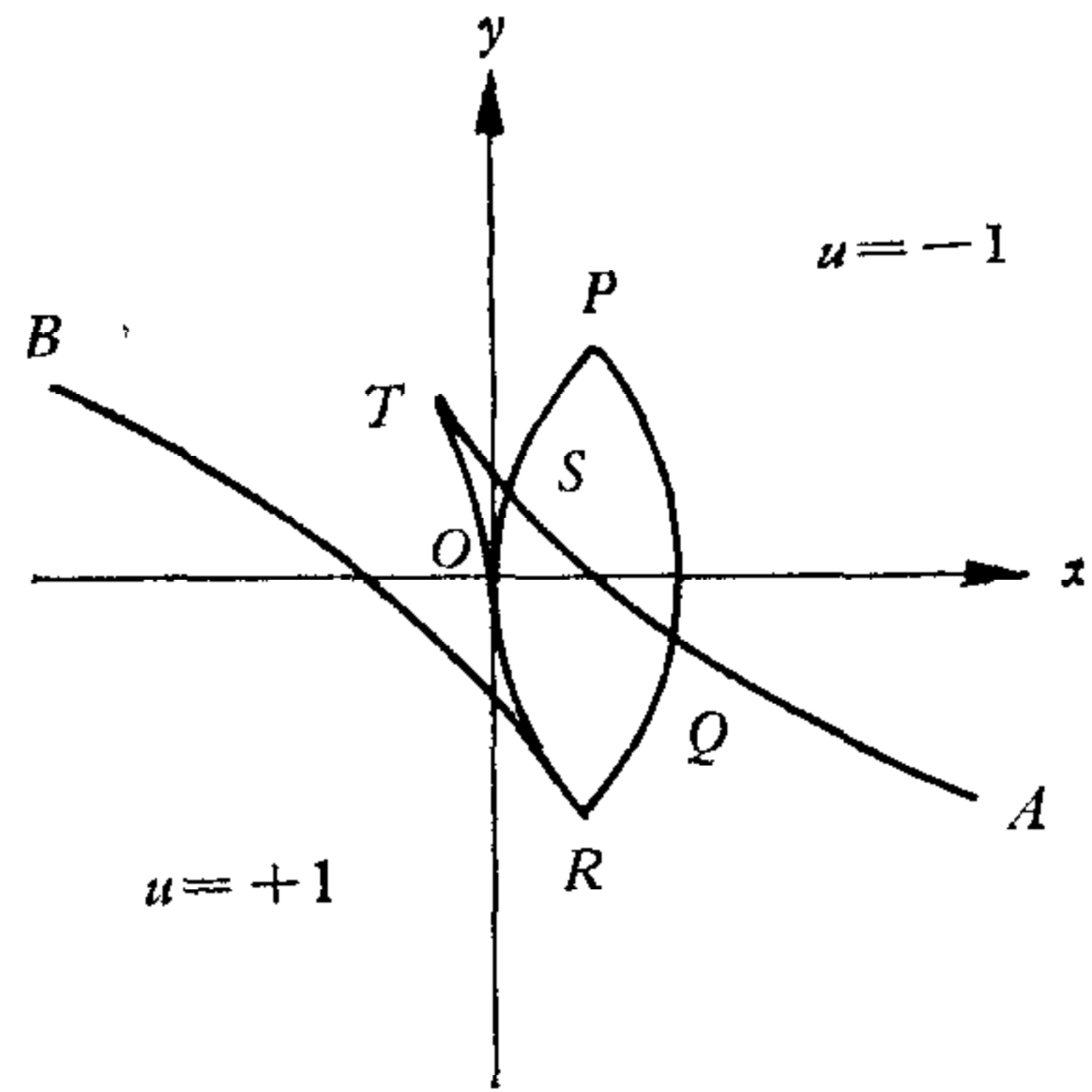


图 11

为克服上述振荡环, 应在状态点到达原点之前 τ 时使控制量 $u = 0$ (如图 12). 自 T 点至原点的时间为 τ , 以满足状态点 P_1 的运动轨迹. 从状态点 P_2 出发的轨迹是 P_2, Q, R, S, O . 在到达 O 点前 τ 时, 状态点的位置在 R 点, 所以从 R 点开始控制量应为零, 于是得到 $u = 0$ 的区域如图 12 中阴影线所示. 对称于原点, y 轴的左侧也有相同的面积.

建立 $u = 0$ 区域后, 一般情况下状态点都可通过开关控制到达原点. 例如在图 13 中, 状态点 P 在 $u = +1$ 作用下运动经 Q 至 R , Q 至 R 的时间为 τ , 然后以 $u = -1$ 运动经 S 至 T , S 至 T 的时间亦为 τ , 再经 F 点至原点, 自 F 至原点 $u = 0$ 时间为 τ . 在图 14 中, P 点在死区内, $u = 0$, 故以等速运动经死区边缘 Q 点至 R 点,

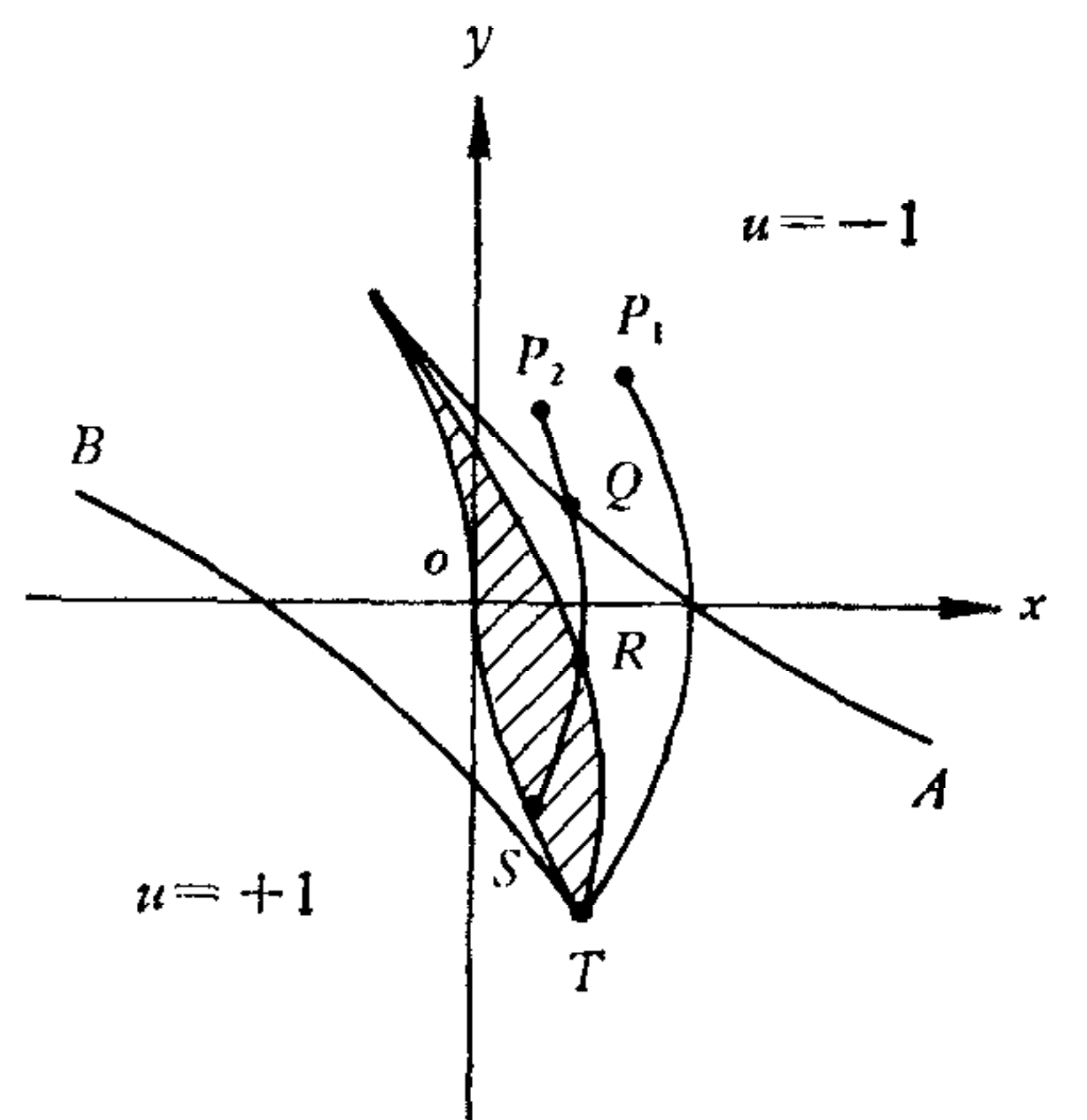


图 12

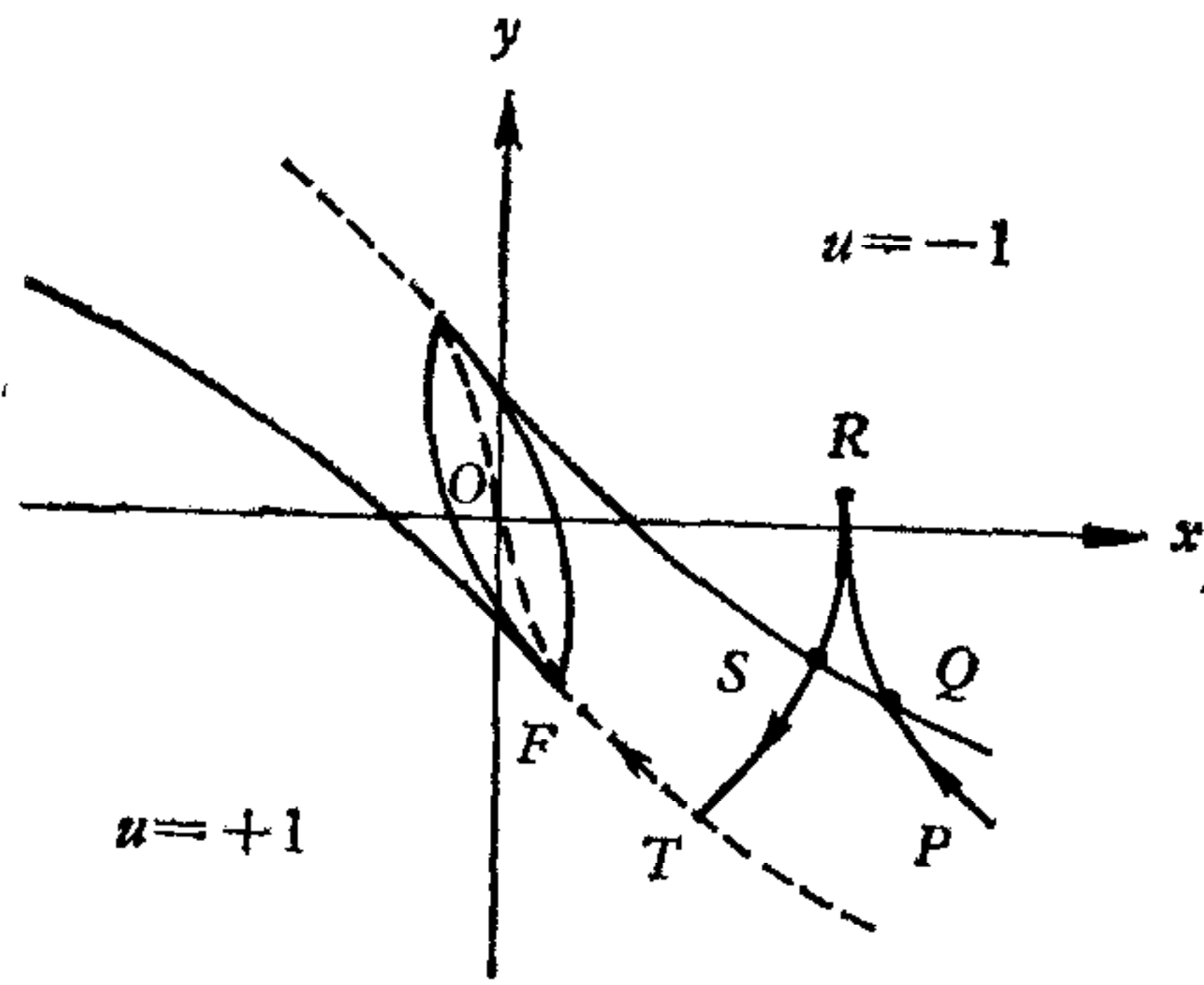


图 13

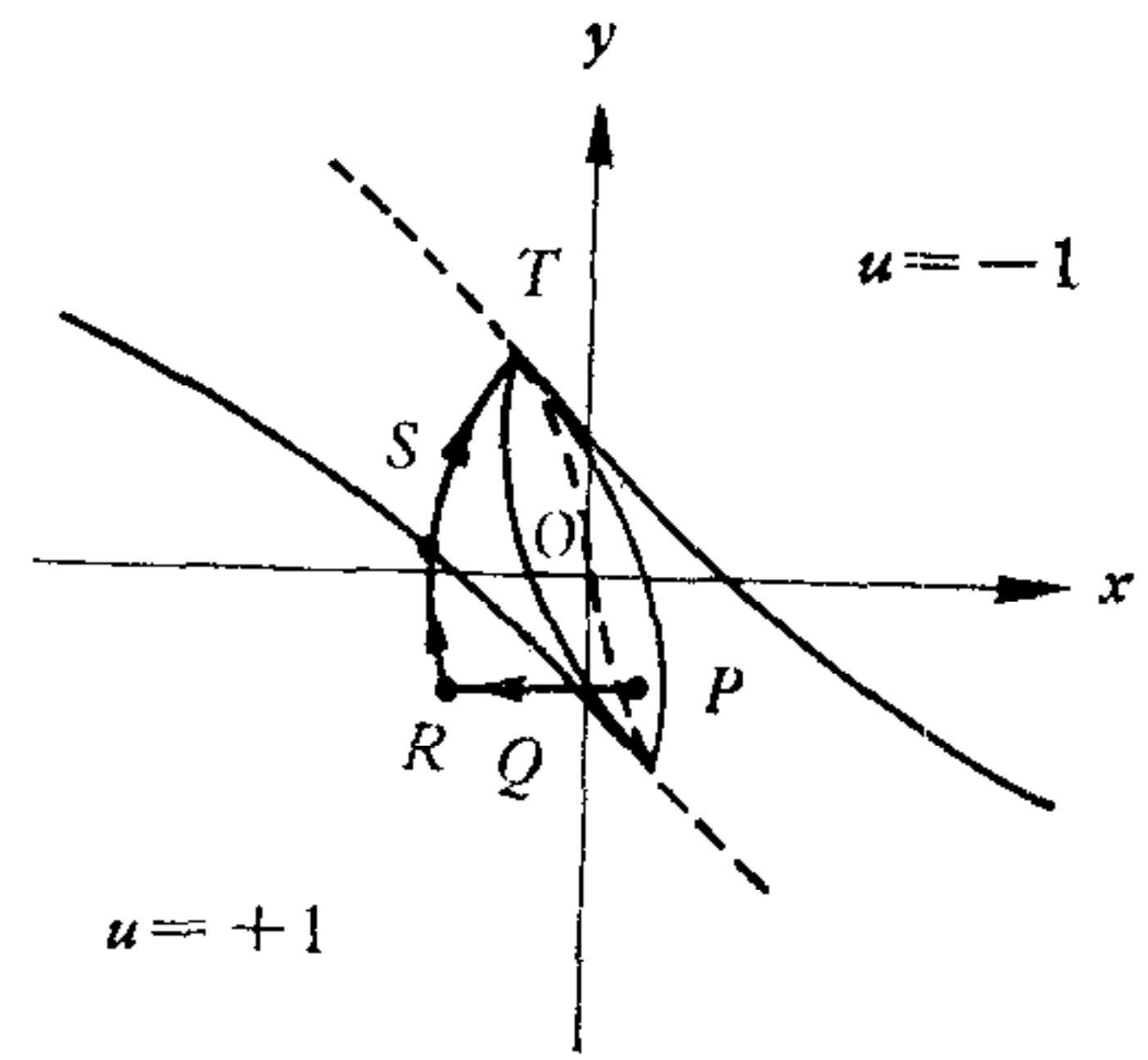


图 14

Q至R的时间为 τ , 然后经S、T到达原点。

如果状态点P静止在死区内的x轴上(在x轴附近状态点的运动速度甚小), 这就造成调节系统的静差。静差的最大值为 $k\tau^2/8$ 。

因此, 单纯提前控制开关时间不能消除调节系统静差, 应考虑将“减小控制量”和“提前开关时间”二者结合起来设计热工系统的快速调节器。

三、带有线性区的快速调节器

以上分析表明, 快速调节器的控制特性如图15所示是合适的, 控制曲线A—B是不连续的, 在曲线上方, $u = -1$; 下方, $u = +1$; 在原点周围有线性控制区, 在这区域内实行比例积分调节规律。增加线性区后, 开关曲线应在方程(6)、(7)的基础上加以修正。

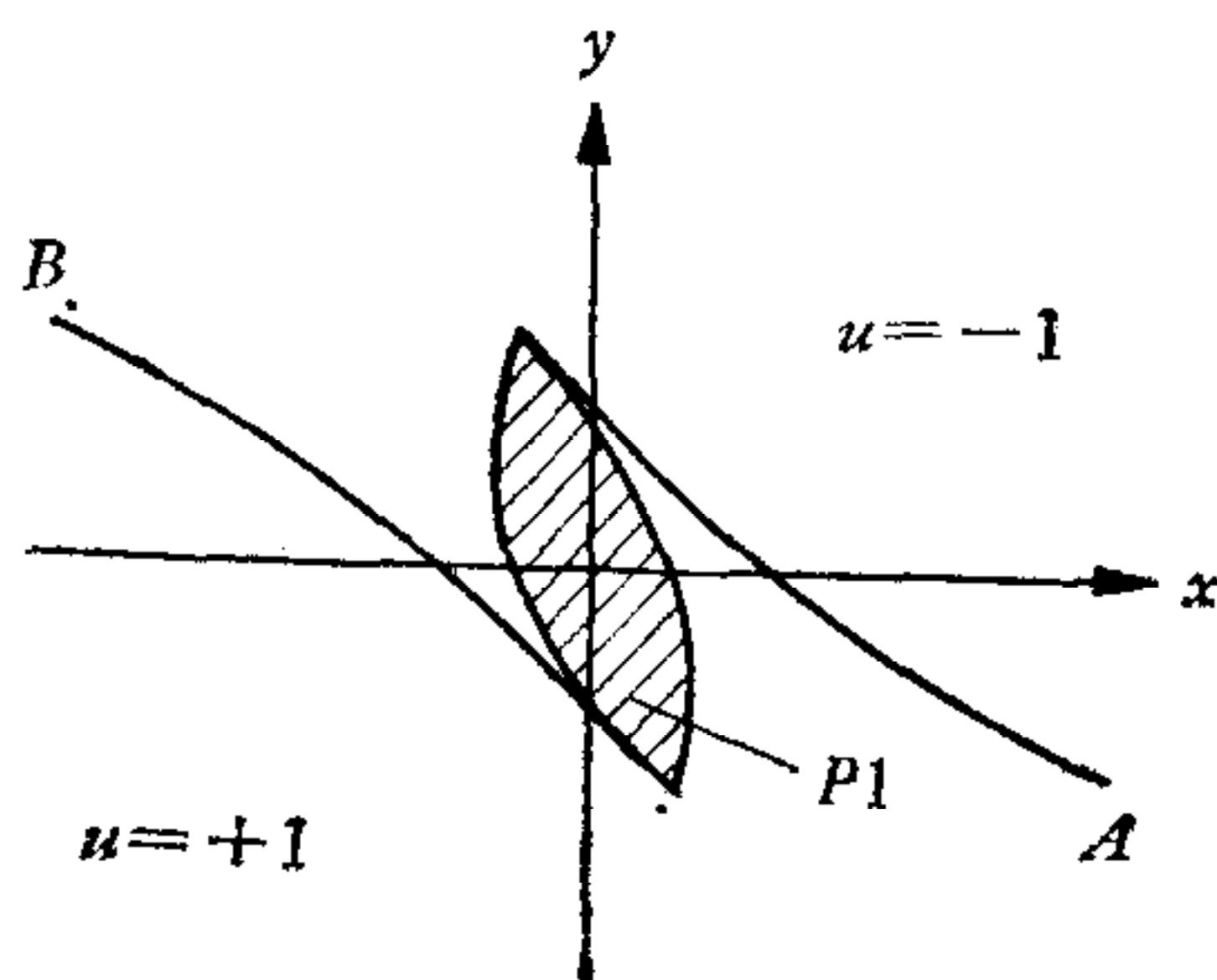


图 15

由此可以提出快速调节器的完整方案如图16所示, 其中控制器的作用是按照x、y的数值, 调整继电器失灵区的宽度, 并控制选择器, 选择继电信号或连续信号。

今从简易、经济观点考虑, 提出简化方案如图17, 输入信号x滤波后分二路, 一路经微分器另一路至函数转

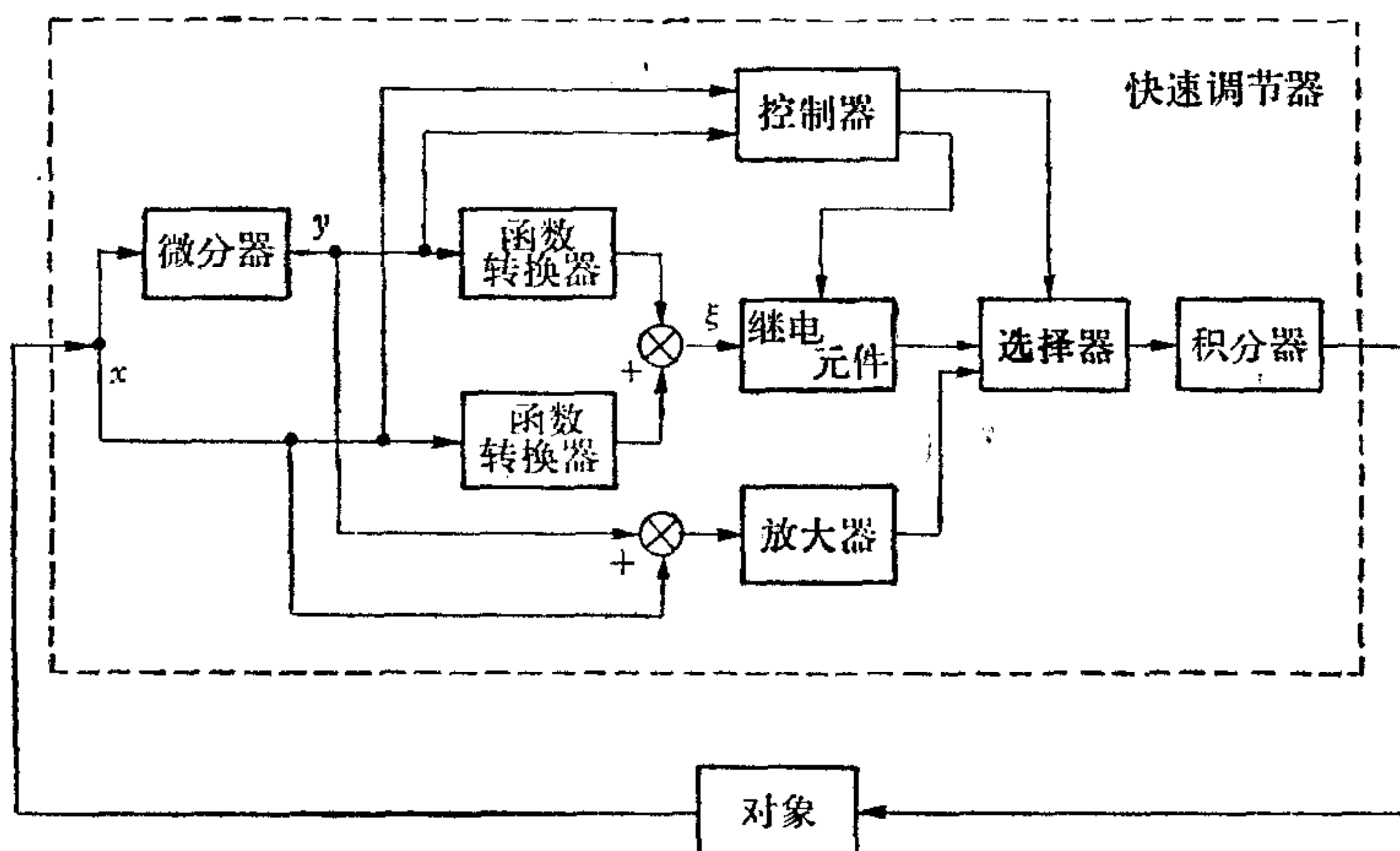


图 16

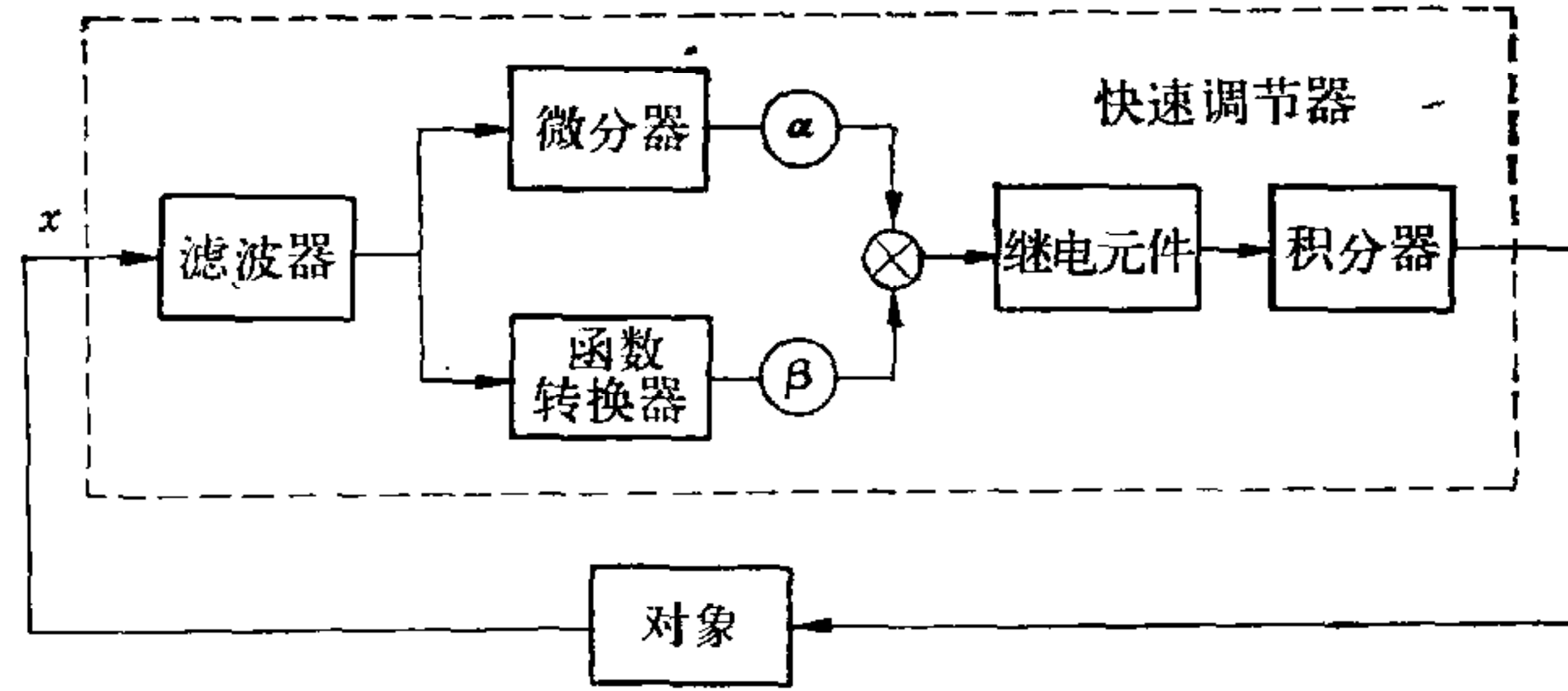


图 17

换器。函数转换器可以放在微分通道内,也可放在比例通道内。若在微分通道内,应具有平方特性,以满足 $y^2 - kx = \xi$; 若在比例通道内应为平方根特性,以满足 $y - \sqrt{kx} = \xi$ 。今从稳定性方面考虑采用后一方案。微分器和函数转换器的输出各经系数选择器 α 、 β 后相加。系数选择器用于调整方程 (3)、(4) 之间的近似关系,同时也用于不同对象时间常数所需的调整。 α 、 β 的输出相加后输至继电元件。继电元件的特性如图 18, 故整机控制特性如图 19, 其中虚线范围内为连续控制。快速调节器内带有积分器, 故执行器应采用伺服式。

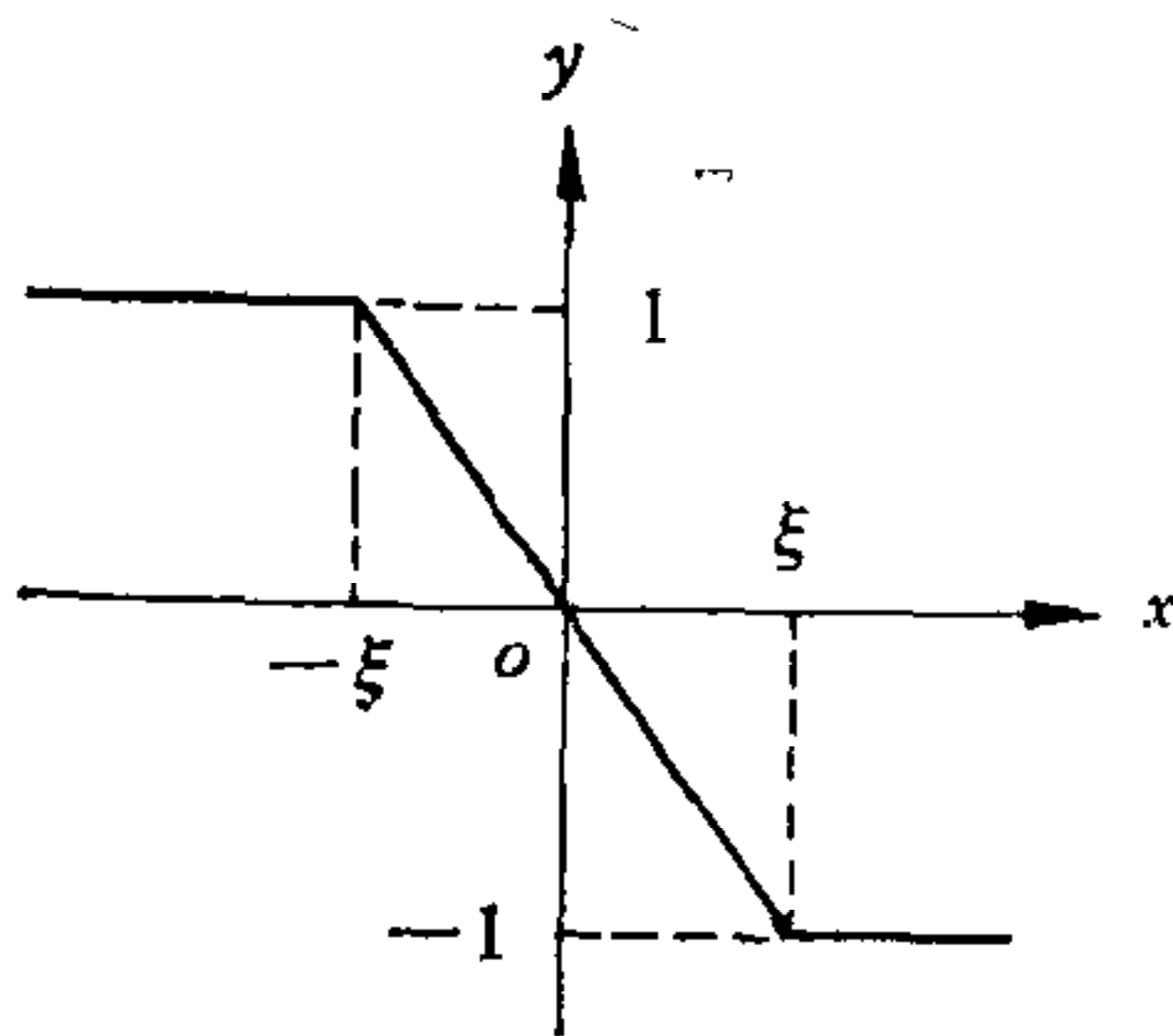


图 18

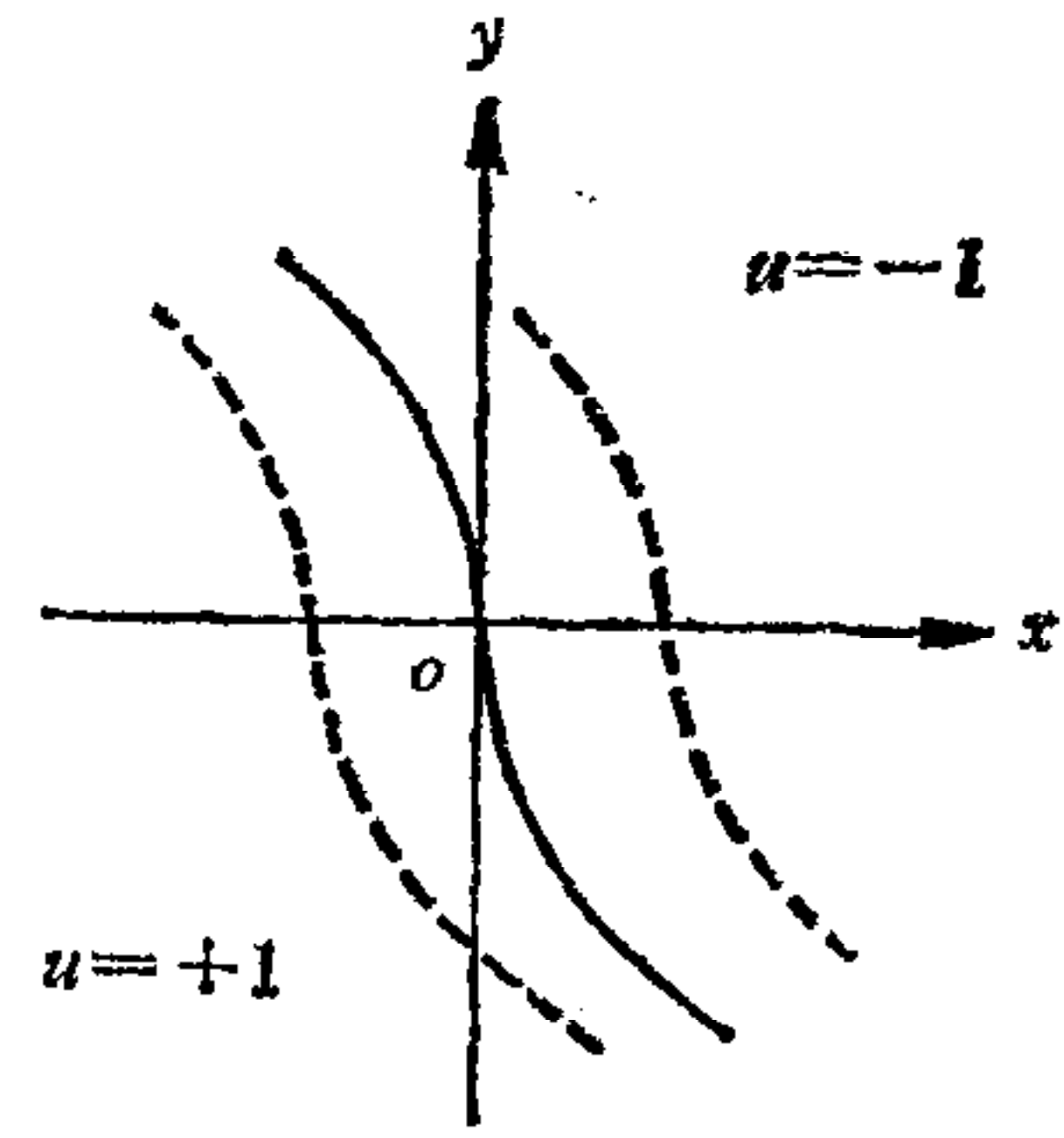


图 19

这方案中的各个部件都是易于实现的,各部件的具体设计如下:

1) 函数转换器

采用二极管函数转换器,以折线来逼近所要描述的函数,其电路如图 20 所示。

2) 微分器

理论上要求纯微分,但在实际现场,输入信号中有较大的交流噪音,并且有效信号的变化率相对地比较低,若采用纯微分,则可能将噪音充分放大,而有效信号相对减小甚至淹没在噪音之中,因此实际需要的是惯性微分。在微分器中增加了惯性,对整机工作是不利的,应尽可能减小惯性时间常数。模拟试验表明,当惯性时间等于 T_1 、 T_2 二者中小的一个的 $1/7$ 时,整机工作是正常的。微分增益选定为 30。微分器电路如图 21, 其中高输入阻抗运算放大器的性能见文献 [3]。

3) 继电元件

对于无时滞对象,继电元件应具有接近理想的特性,不应有滞环,因滞环对控制特性的影响是与对象的时滞作用相叠加的。继电元件的电路如图 22, 利用放大器加限幅得到继电特性,调整反馈系数,控制其放大倍数,即能改变失灵区内线性段的斜率,同时也改变

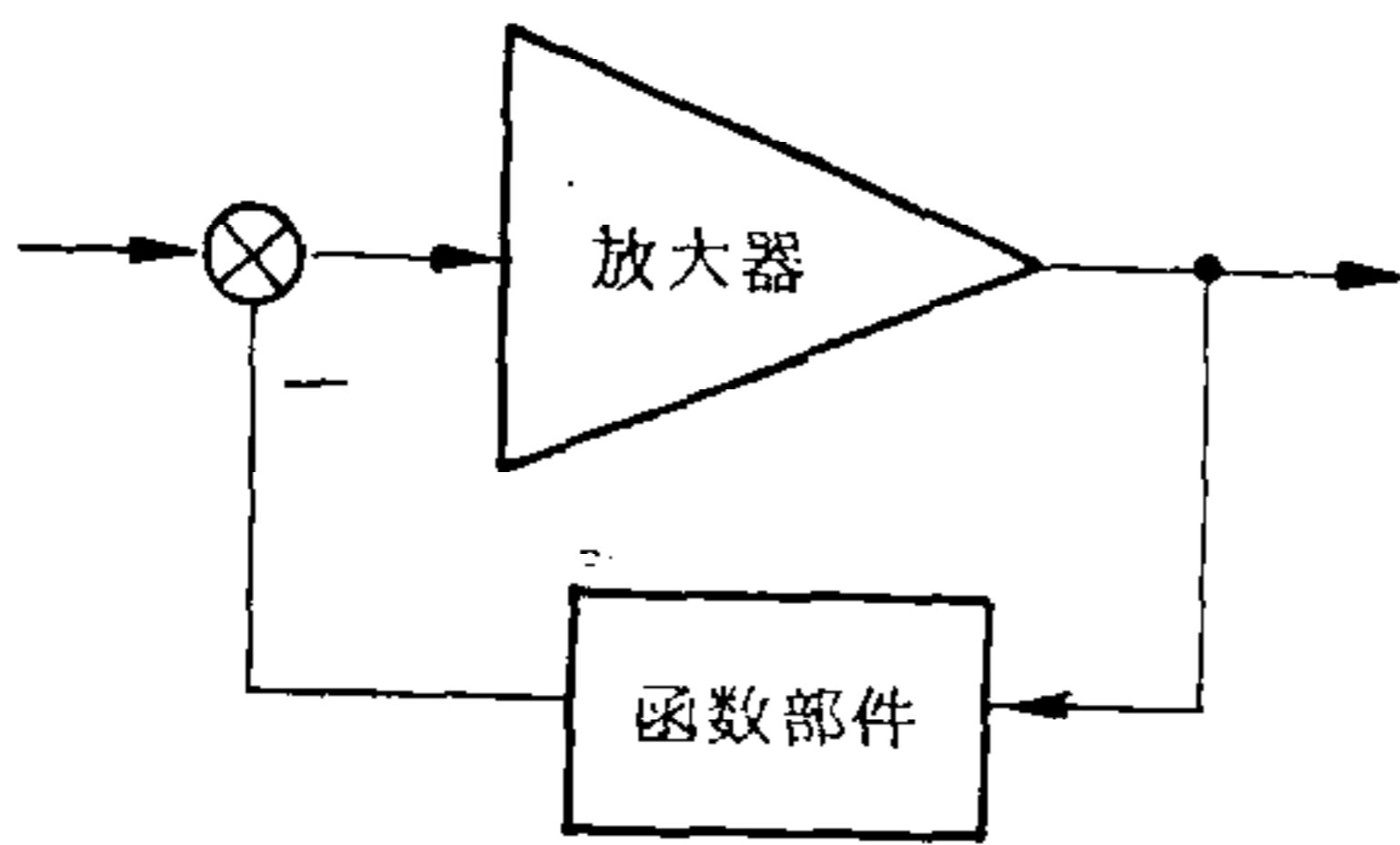


图 20

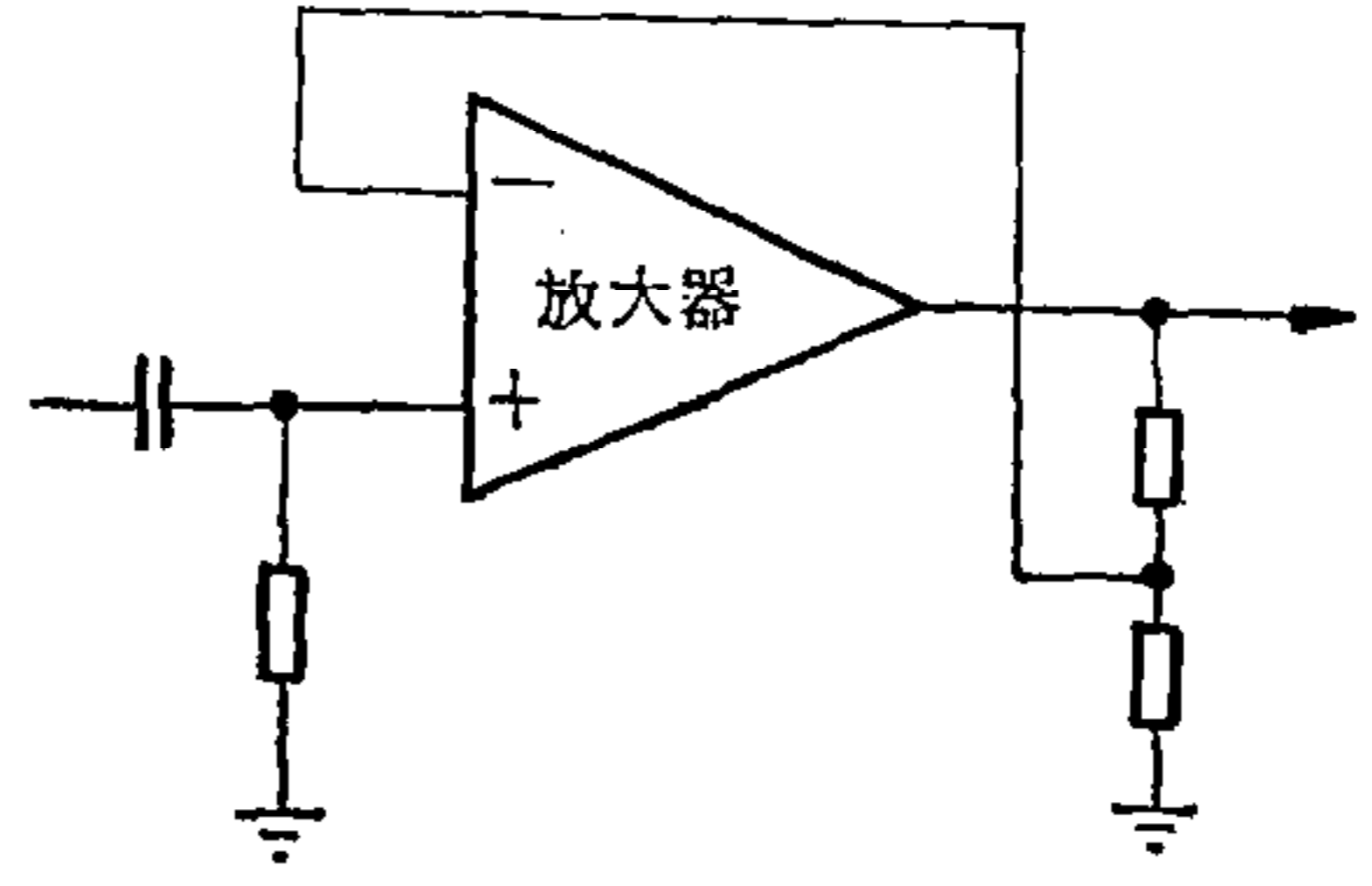


图 21

了失灵区的宽度。

4) 整机操作部件和积分器从略^[3]。外形见图 23。

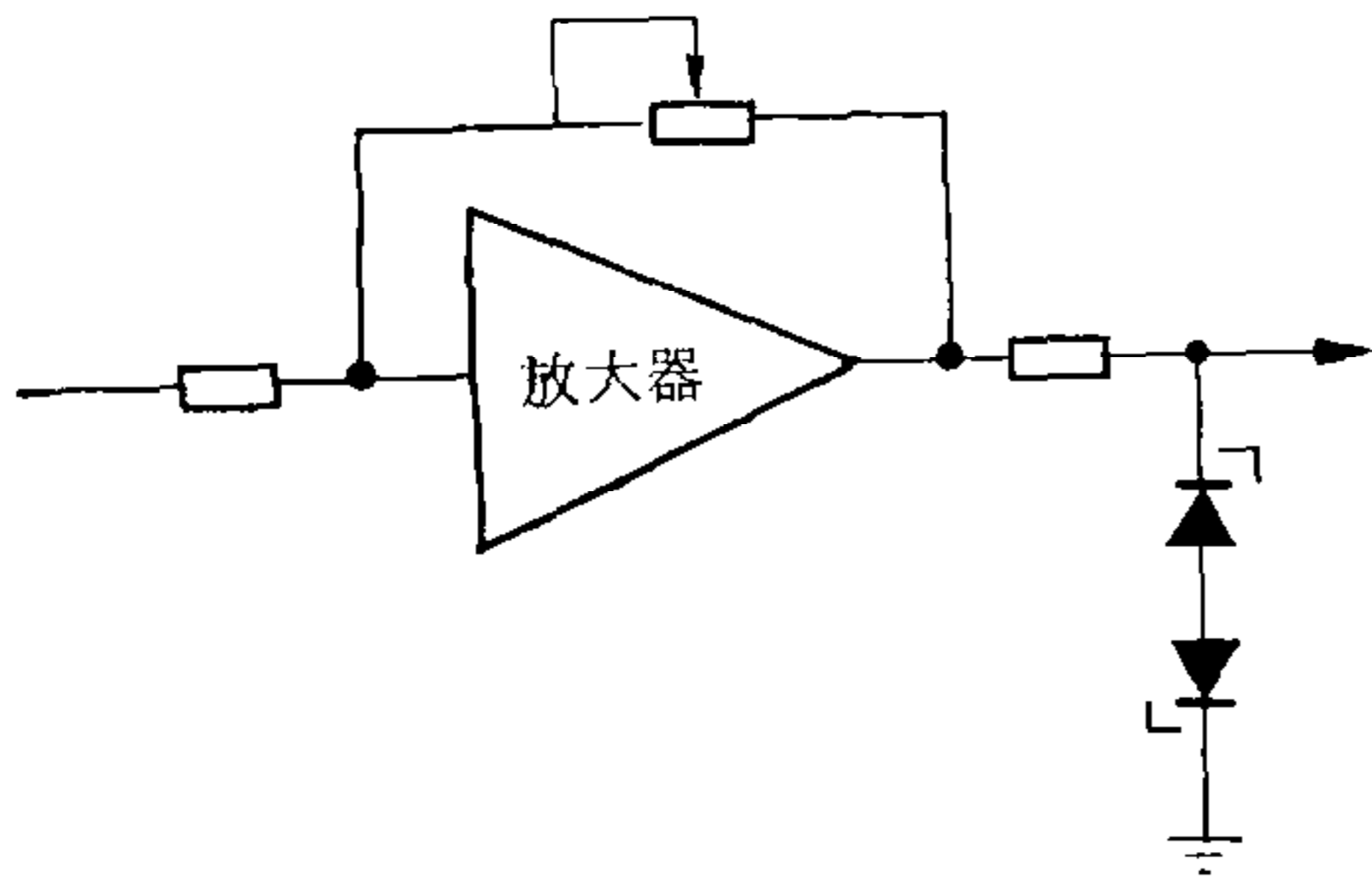


图 22

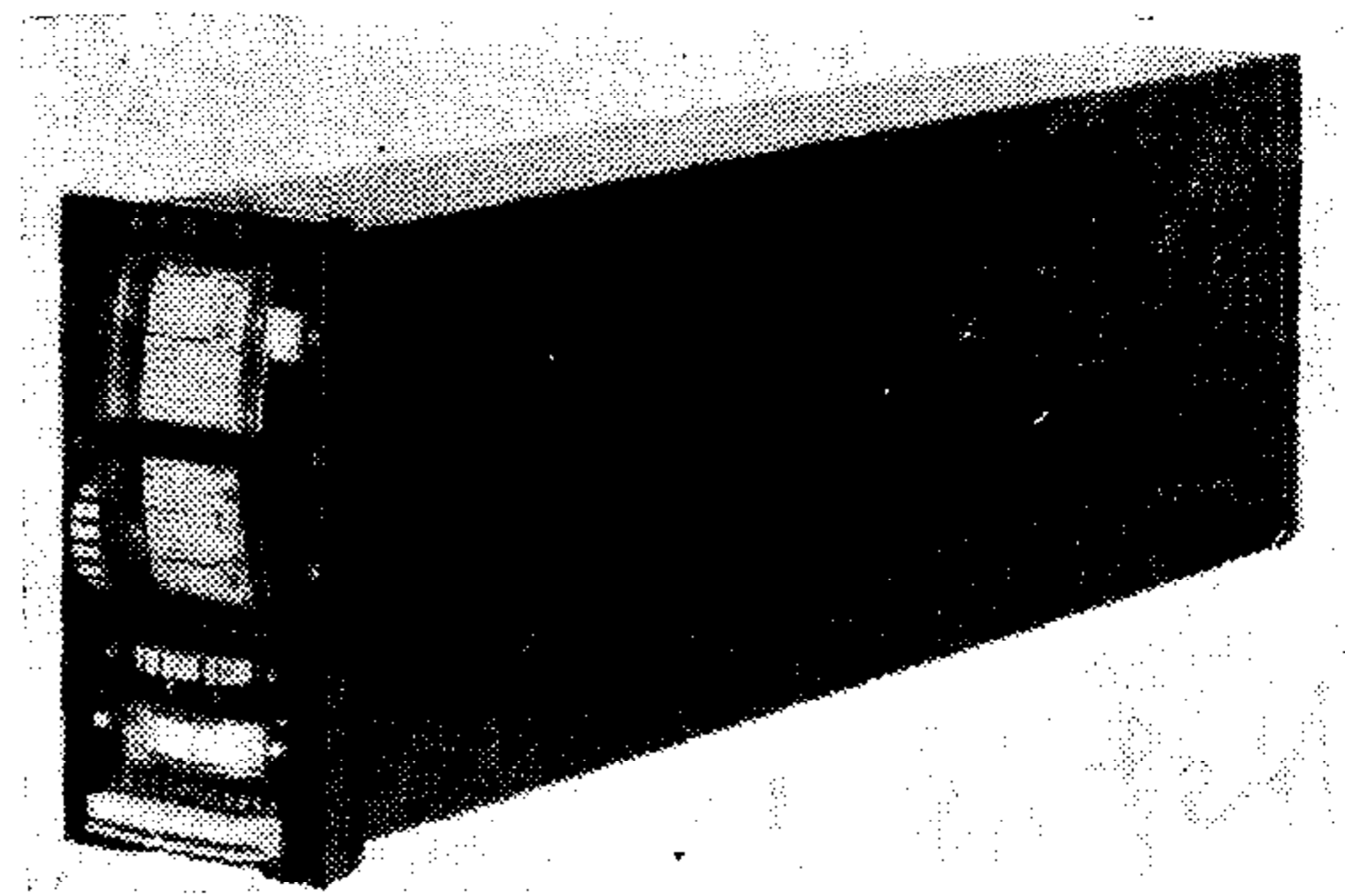


图 23

四、性能分析

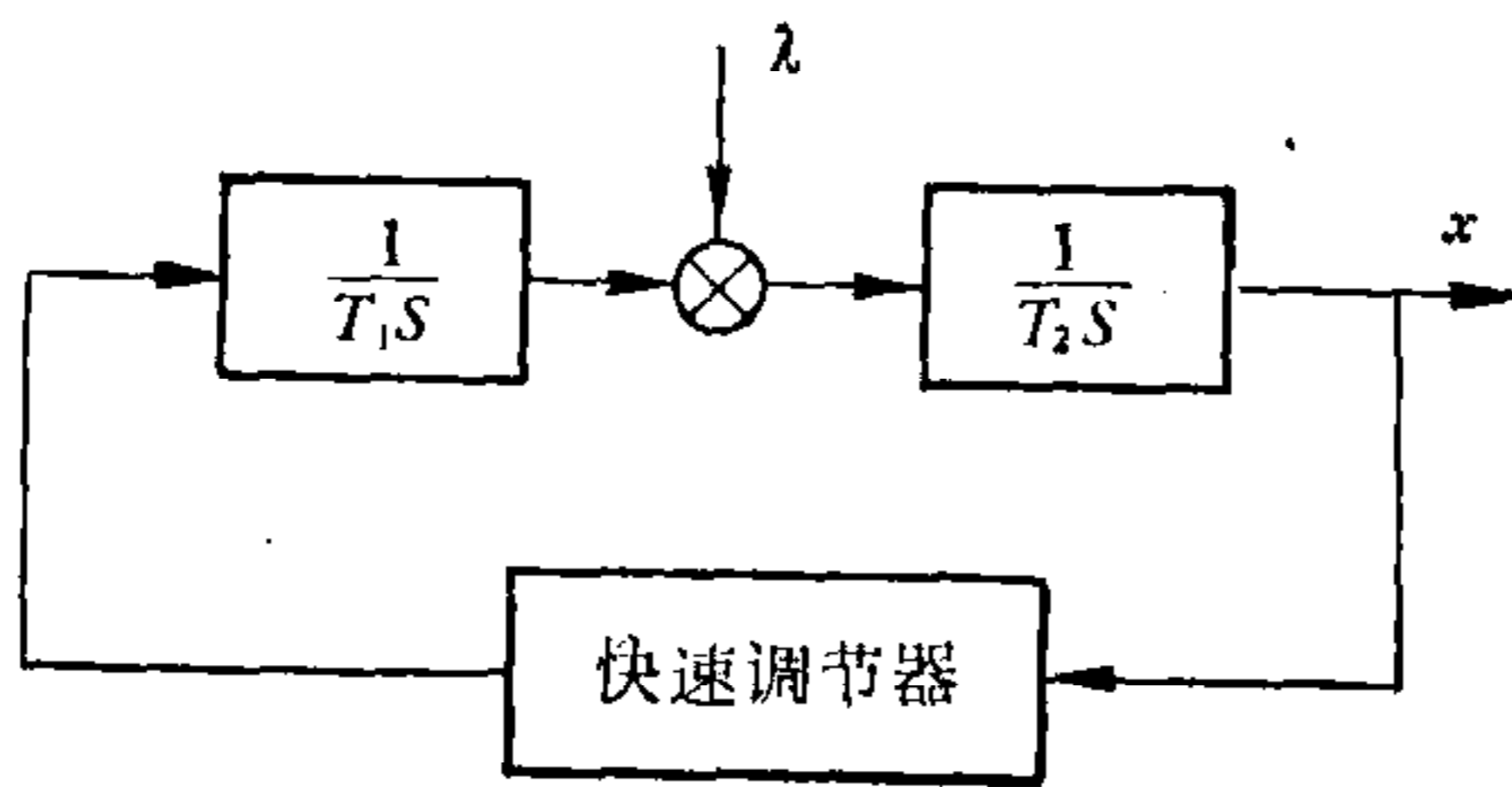
对于无时滞对象的快速调节系统,其过渡过程时间和最大动态偏差如下:

如图 24(a) 所示快速调节系统,考虑阶跃干扰,当 $t = 0, x = 0, u = 0$ 时 $\frac{dx}{dt} = \frac{\lambda}{T_2}$,

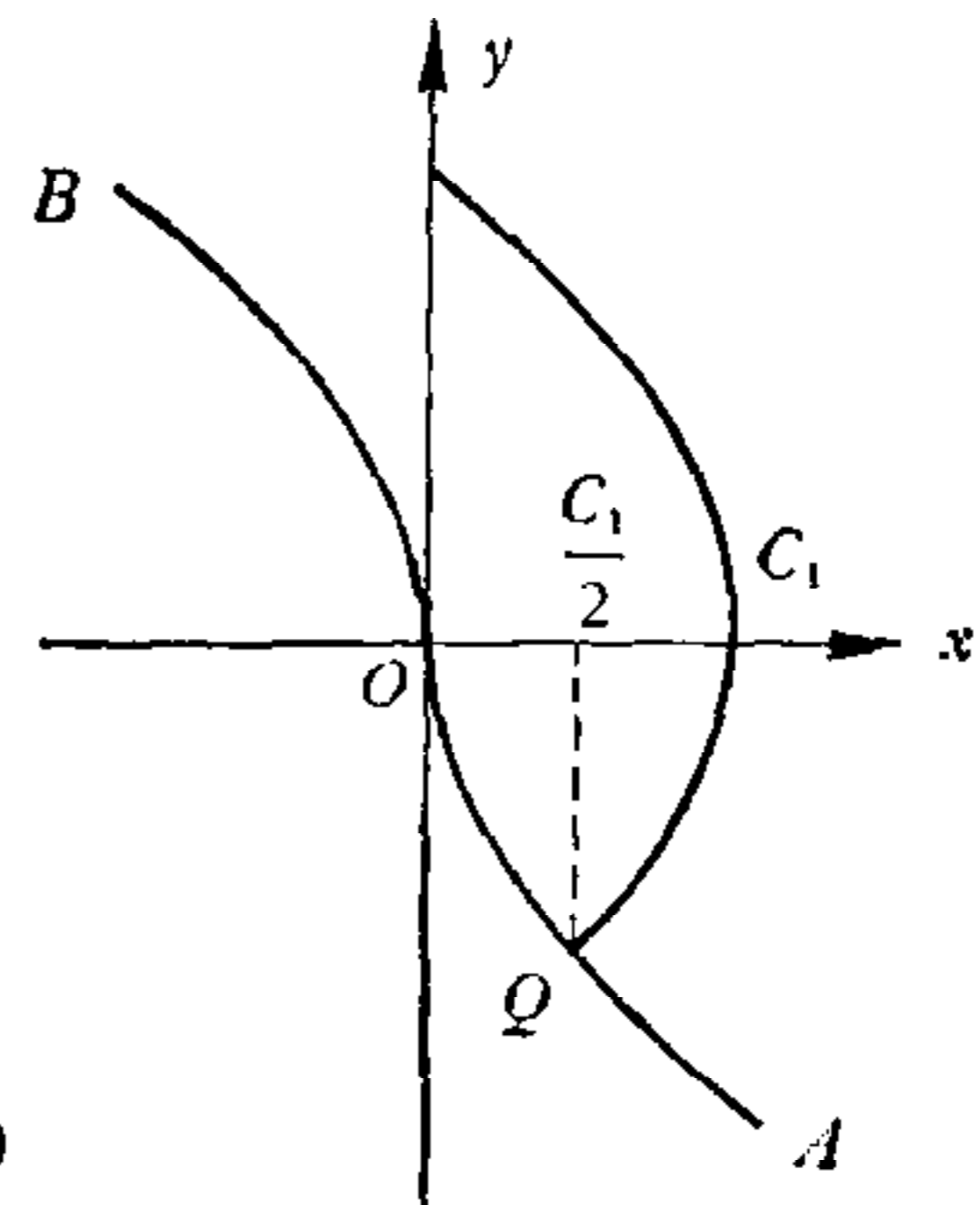
此时状态点的轨迹方程为 $y^2 = k(-x + c_1)$, 故得

$$c_1 = \frac{\lambda^2}{kT_2^2}$$

因 $k = \frac{2}{T_1T_2}$ 故 x 的最大值(即最大动态偏差)为:



(a)



(b)

图 24

$$\varepsilon_{\text{快}} = c_1 = \frac{\lambda^2 T_1}{2 T_2}$$

过渡过程时间可按图 24(b) 所示状态点运动轨迹求出即

$$T_{\text{快}} = \int_0^{c_1} \frac{1}{\sqrt{k(-x + c_1)}} dx + \int_{c_1}^{\frac{c_1}{2}} \frac{1}{-\sqrt{k(-x + c_1)}} dx + \int_{\frac{c_1}{2}}^0 \frac{1}{-\sqrt{kx}} dx$$

得

$$T_{\text{快}} = (1 + \sqrt{2})\lambda T_1$$

在同样情况下 PID 调节器的最大动态偏差和过渡过程时间如下:

对于一阶对象, 一般采用比例积分调节^[4], 调节器的传递函数为

$$W(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_1 s} \right),$$

考虑阶跃扰动, 则

$$x(s) = \frac{\lambda}{s} \cdot \frac{\frac{1}{T_2 s}}{1 + \frac{1}{T_2 s} \cdot K_p \left(1 + \frac{1}{T_1 s} \right)} = \frac{\lambda}{T_2} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{K_p}{T_2} s + \frac{K_p}{T_1 T_2}}$$

以临界阻尼计算, 即令 $K_p = \frac{4T_2}{T_1}$ 则

$$x(s) = \frac{\lambda}{T_2} \cdot \frac{1}{\left(s + \frac{2}{T_1} \right)^2} \quad x(t) = \frac{\lambda}{T_2} \cdot t \cdot e^{-\frac{2}{T_1} t} \quad (8)$$

令 $\frac{dx(t)}{dt} = 0$, 得 $t = \frac{T_1}{2}$, 代入 (8) 式得调节系统的最大动态偏差为

$$\varepsilon_{\text{PI}} = x(t) \Big|_{t=\frac{T_1}{2}} = \frac{\lambda}{2e} \cdot \frac{T_1}{T_2}$$

因 PI 调节系统的过渡过程没有严格的结束时间, 今如图 26 所示, 在 $t = T_1$ 处作切线, 切线与横轴的交点作为系统的稳定时间 T_{PI} , 则 $T_{\text{PI}} = 2T_1$, 在 $t = 2T_1$ 处 $x(t) = 0.036 \cdot \lambda \frac{T_1}{T_2}$, 大体上满足一般要求。

由此可得快速调节与 PI 调节的最大动态偏差之比为

$$\frac{\varepsilon_{\text{快}}}{\varepsilon_{\text{PI}}} = e\lambda \quad (9)$$

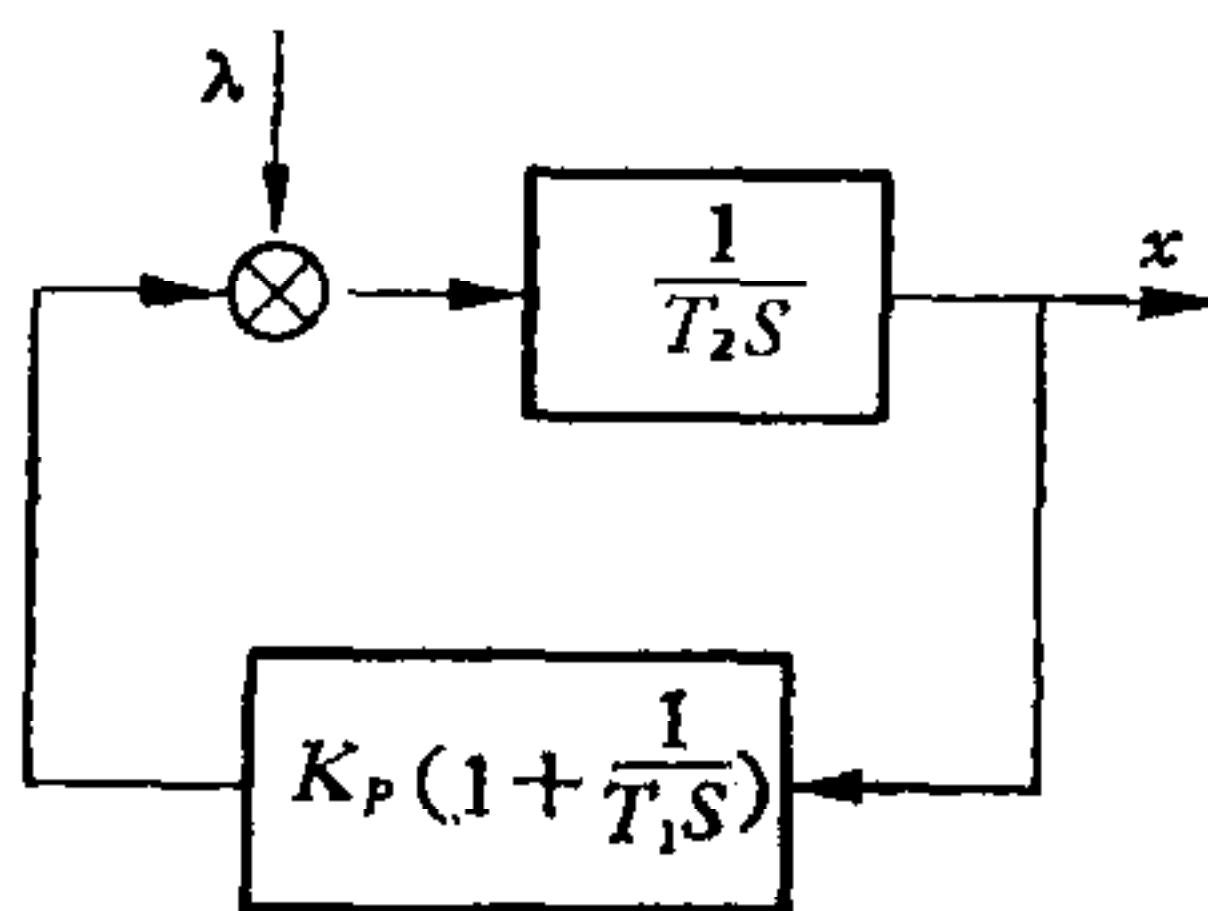


图 25

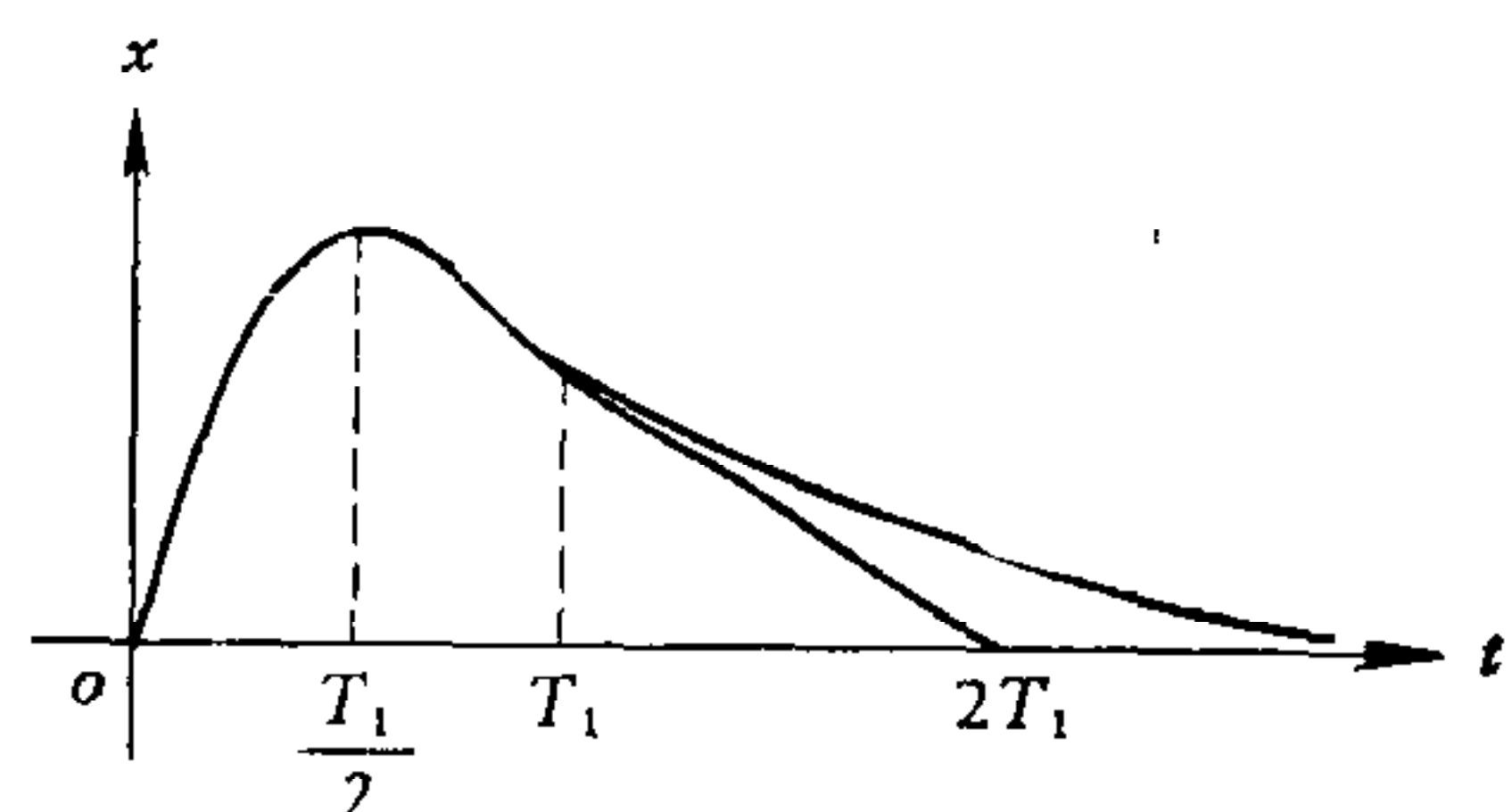


图 26

快速调节与 PI 调节过渡过程时间之比为

$$\frac{T_{\text{快}}}{T_{\text{PI}}} = (1 + \sqrt{2})\lambda \quad (10)$$

其中 λ 是扰动幅度。

应当注意,在以上计算中没有对 PI 调节器的输出幅值加以限制,而实际上调节器的输出总是有限的,为此在上述对比中必须使扰动幅度 λ 足够小。在(9)、(10)二式中可以看到,当 $\lambda < \frac{1}{e}$ 时,快速调节器就显示出它的优越性。

对于有时滞的被调对象,快速调节器需要有一个线性调节区,在线性区内实行 PI 调节规律,在线性区外实行继电型调节规律。很明显,快速调节系统的过渡过程时间总是小于 PI 调节系统的过渡过程时间。

尽管快速调节器具有上述优点,但也应看到当 PID 调节器进入饱和状态时,被调对象的状态点运动轨迹与快速调节器相同。对于有时滞的对象,快速调节器要有一个线性区,若滞后时间相对地比较长,则线性区要相应地加宽,在这种情况下,快速调节器的优越性就不显著。

五、快速调节系统的镇定

快速调节器内用于镇定系统的参数有: 1. 函数转换的特性; 2. 线性区的宽度; 3. 微分和积分的时间常数。

1) 函数转换起着决定开关曲线形状的作用,是由 α 、 β 二个系数来调整的,在同一坐标尺度下,若增加 α 则曲线形状变窄,反之则曲线形状加宽,如图 27。在镇定调节系统时,

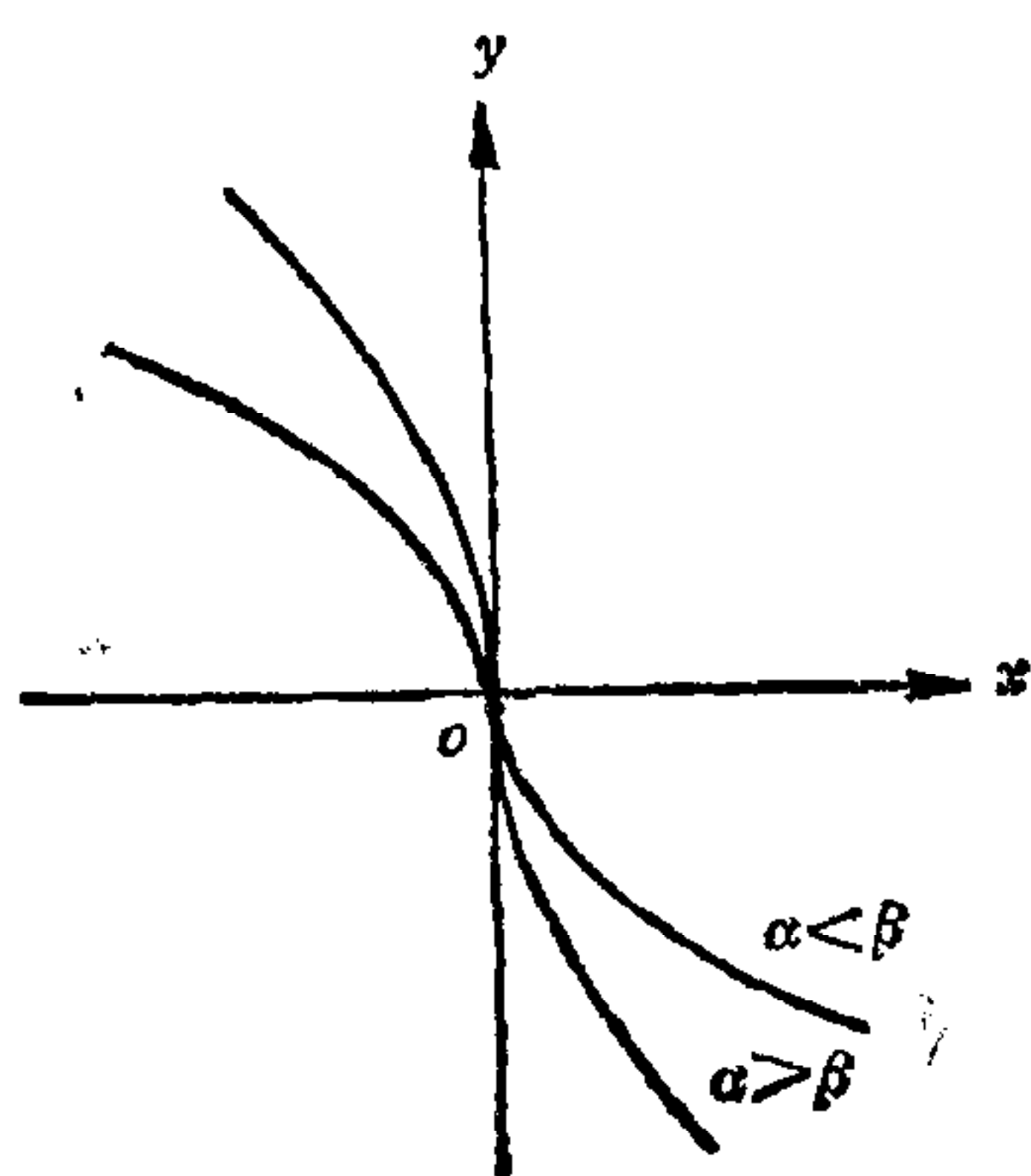


图 27

宽的开关曲线易于引起系统振荡;窄的开关曲线,相当于控制开关时间提前,对象的状态点将沿着过窄的开关曲线运动,过渡过程时间将延长。

2) 线性区的宽度。线性区主要起消除静差的作用,线性区愈宽系统愈稳定,状态点的运动速度愈慢。

3) 积分和微分时间。积分时间 T_i 直接影响开关曲线的形状, T_i 越大相当于开关曲线越窄,如图 27 中 $\alpha > \beta$ 的情况; T_i 越小如 $\alpha < \beta$ 的情况。微分时间规定为积分时间的 $1/7$, 镇定系统时二者可以联动。

由此看来,快速调节器的镇定原则比较明确,镇定手续比较方便。

六、实验结果及结论

实验用的快速调节器是按图 17 简化方案设计试制的,在理想的快速开关曲线二侧有一个线性调节区,这线性区的宽度可按对象的滞后时间加以调整,因此具有快速调节和普通 PI 调节二者的某些优点,对于不同特性的对象具有一定程度的适应性,系统的镇定也比较容易,其结构和制造成本与电动单元组合仪表中的 DTL 型调节器相仿。这快速调节

器内带有积分器,输出连续信号,可以直接操作电动单元组合仪表的执行器,其静态指标与 DTL 型调节器相同. 在动态性能试验中,以模拟计算机分别模拟一阶惯性对象和有滞后时间的一阶惯性对象,并以 DTL 型调节器作为对照. 实验表明,对于一阶惯性对象,快速调节的动态偏差较小,过渡过程时间较短,优点比较明显. 对于有时滞的对象,若滞后时间较长,则快速调节器需要有较宽的线性区,故快速性降低,此时的调节效果与 DTL 型调节器相似.

快速调节器在某炼油厂的 30 吨/时锅炉给水系统现场试验,控制水位的记录曲线如图 28(a),而 PI 调节的记录曲线如图 28(b),很明显,快速调节器的调节品质较高.

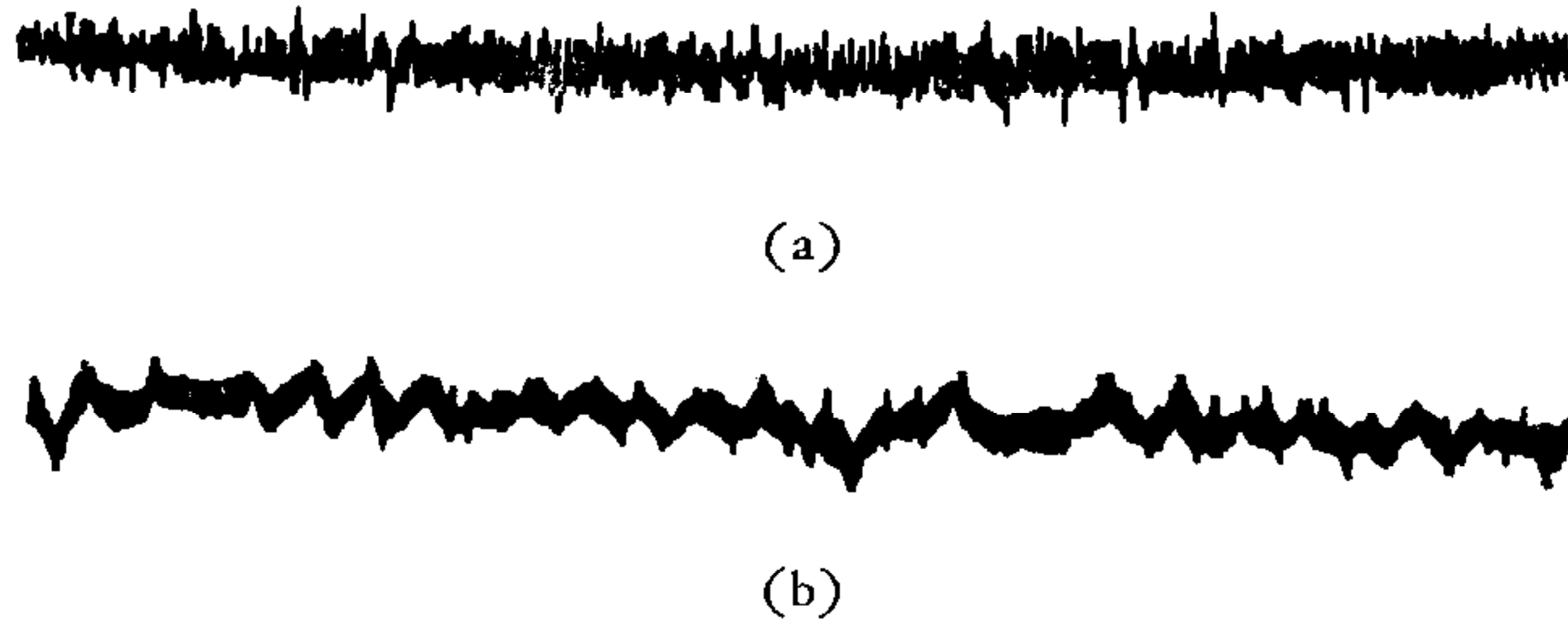


图 28

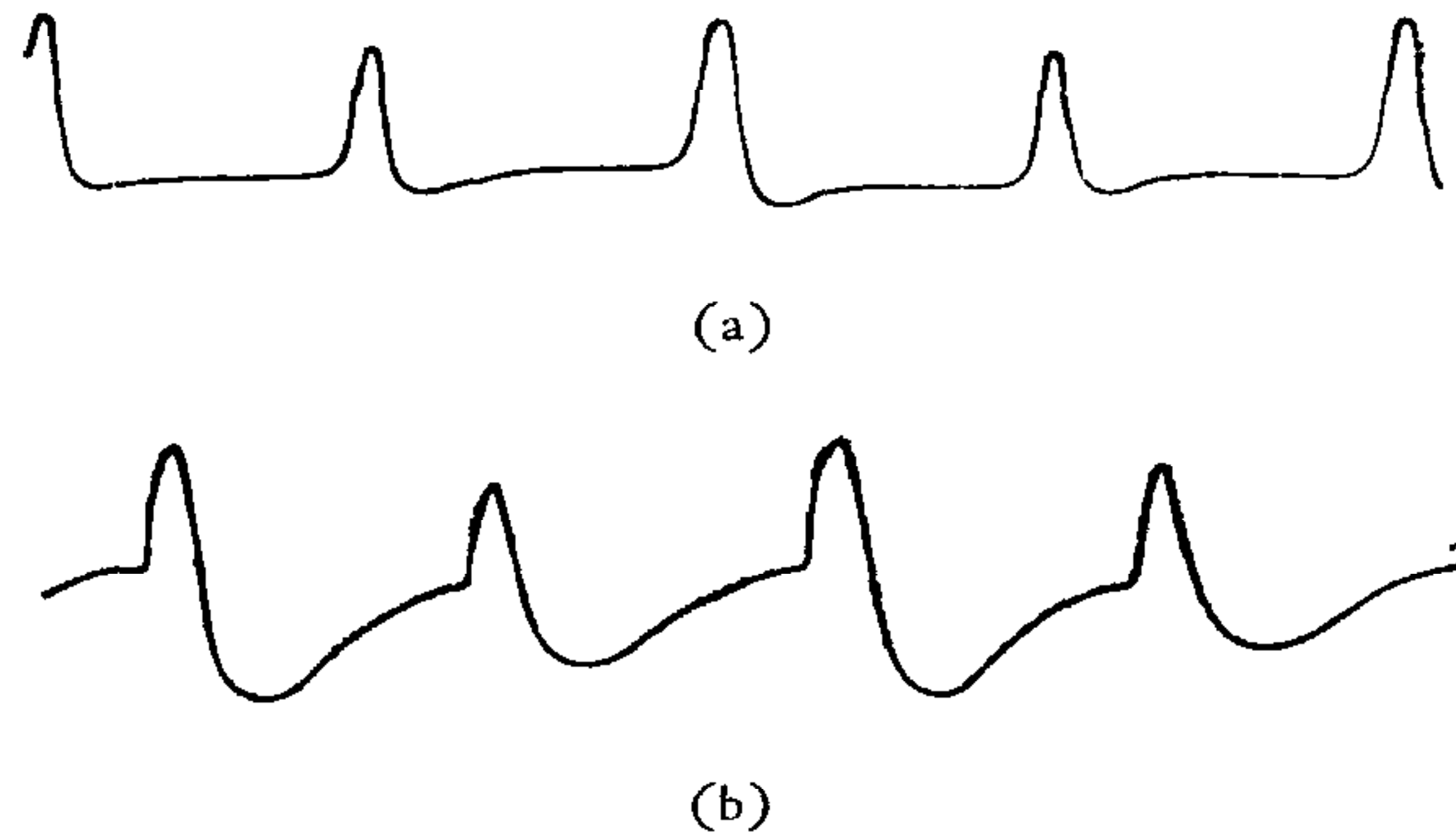


图 29

某化肥厂的天然气总管压力系统,扰动极为频繁,每一分半钟就有一次阶跃加脉冲的扰动,压力波动很大,在 PID 调节器作用下,每次扰动后,系统尚未平稳,下一个扰动已经到来,几乎没有稳定时间,如图 29(b). 实测该对象的惯性时间约 70 秒,滞后时间约 3 秒. 在快速调节器作用下,调节品质改善,系统有一半以上的时间处于稳态,压力波动幅度减少约 30% 如图 29(a).

快速调节器是由山东大学和上海工业自动化仪表研究所协作研制的,参加本课题的人员有山东大学洪惠民、周鸿兴及本文作者.

参 考 文 献

- [1] Л. С. 庞特里雅金,最佳过程的数学理论,陈祖浩等译,上海科技出版社,1965.
- [2] 绪方胜彦,“现代控制理论”,卢伯英、佟明安、罗维名等译,科学出版社(1976).
- [3] 石化建设指挥部,电动单元组合仪表 DDZ-III 型,石油化学工业出版社,1977.
- [4] 化工自动化编写组,化工自动化,燃料化学工业出版社,1973.

A STUDY OF THE TIME-OPTIMUM CONTROLLER

YANG QI-XING ZUO SHU-ZHEN

(Shanghai Institute of Process Automation and Instruments)

ABSTRACT

This article describes the application of the theory of time-optimum control in the industrial process controlling system. It is found that for objects having time delay, static error cannot be eliminated entirely only by relay control, thus a time-optimum controller with linear region is designed. A comparison between the said controller and the conventional PID controller is given through both analog and field experiments.