

一类非线性系统的故障诊断¹⁾

陈茂银 周东华

(清华大学自动化系 北京 100084)
(E-mail: maoyinchen@163.com)

摘要 讨论了一类非线性系统执行器故障的诊断问题。首先应用已有的状态和输出变换，将一类非线性系统转化为两个低维子系统，然后利用滑模观测器设计理论和等价控制的概念重构执行器故障。

关键词 执行器故障，非线性系统，等价控制，滑模观测器

中图分类号 TP273

Fault Detection and Isolation in a Class of Nonlinear Systems

CHEN Mao-Yin ZHOU Dong-Hua

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084)
(E-mail: maoyinchen@163.com)

Abstract This paper considers the problem of actuator fault detection for a class of nonlinear systems. A nonlinear systems can be decomposed using some state and output transformation method, and then actuator fault can be directly reconstructed by the sliding mode observer theory and the concept of the equivalence control.

Key words Actuator faults, nonlinear systems, equivalence control, sliding mode observers

1 引言

近年来，动态系统的故障诊断理论与技术正受到越来越多的关注^[1~6]。人们已经提出了许多种以观测器为基础的故障诊断方法，包括自适应观测器^[2]、Luenberger 观测器^[3]、滑模观测器^[1,4] 和未知输入观测器^[5,7] 等。作为一种非线性观测器设计方法，滑模观测器能够直接利用等价控制的概念重构故障信息，从而避免了产生和评价残差信号的复杂性^[1,4]。令人遗憾的是，该项技术仅仅在线性系统和双线性系统上取得了一些应用^[1,4,8,9]。

本文将以滑模观测器为基础的故障诊断技术推广到一类非线性系统执行器故障的诊断问题。应用文[10,11]中的状态和输出变换，可以将该类非线性系统转化为两个子系统：

1) 国家自然科学基金(60025307, 60234010)、国家“973”项目(2002CB312200)和中国博士后科学基金(20040350081)资助

Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60025307, 60234010), the National “973” Program (2002CB312200) and Postdoctoral Science Fundation of P.R. China (20040350081)

收稿日期 2003-10-04 收修改稿日期 2004-06-29

Received October 4, 2003; in revised form June 29, 2004

一个含有执行器故障信息; 一个不含执行器故障信息. 只要非线性系统满足局部 Lipschitz 条件, 滑模观测器设计理论和等价控制的概念就能够保证执行器故障的重构.

2 系统描述

考虑一类非线性系统

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + \mathbf{f}(\mathbf{x}) + B(\mathbf{u} + \mathbf{f}_u), \quad \mathbf{y} = C\mathbf{x} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x} \in R^n$, $\mathbf{u} \in R^m$, $\mathbf{y} \in R^p$, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 关于状态 \mathbf{x} 满足局部 Lipschitz 条件. 在系统 (1) 中, $\mathbf{f}_u = [f_{u1} \ f_{u2} \ \cdots \ f_{um}]^T$ 表示执行器故障向量.

本文考虑非线性系统 (1) 执行器故障的诊断问题. 为此, 系统 (1) 须满足如下假设.

假设 1^[10,11]. 秩 $(CB) = \text{秩}(B) = m$.

假设 2^[10,11]. 对于任意的复数 λ , 有

$$\text{秩}\left(\begin{bmatrix} A - \lambda I_n & B \\ C & 0 \end{bmatrix}\right) = n + \text{秩}(B) \quad (2)$$

假设 3. 执行器故障 \mathbf{f}_u 有界, 即存在正数 D , 使 $\|\mathbf{f}_u\| < D$.

基于假设 1 和 2, 将文 [10] 提出的状态和输出变换应用于系统 (1). 状态和输出变换取为

$$\mathbf{x} = T[\boldsymbol{\xi}_1^T \ \boldsymbol{\xi}_2^T]^T, \quad \mathbf{y} = S[\boldsymbol{\eta}_1^T \ \boldsymbol{\eta}_2^T]^T \quad (3)$$

其中 T 和 S 可通过奇异值分解得到^[10]. 因此, 系统 (1) 在上述变换下转变为

$$\boldsymbol{\xi}_1 = A_{11}\boldsymbol{\xi}_1 + A_{12}\boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2) + B_1(\mathbf{u} + \mathbf{f}_u) \quad (4a)$$

$$\boldsymbol{\xi}_2 = A_{21}\boldsymbol{\xi}_1 + A_{22}\boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{f}_2(\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2) \quad (4b)$$

$$\boldsymbol{\eta}_1 = C_{11}\boldsymbol{\xi}_1 \quad (4c)$$

$$\boldsymbol{\eta}_2 = C_{22}\boldsymbol{\xi}_2 \quad (4d)$$

其中 $\boldsymbol{\xi}_1 \in R^m$, $\boldsymbol{\xi}_2 \in R^{n-m}$, C_{11} 和 B_1 具有相同行数, 且 C_{11} 可逆, B_1 行满秩, (C_{22}, A_{22}) 可观测, 而且 $\boldsymbol{\xi}_1 = C_{11}^{-1}\tilde{S}_1\mathbf{y}$, $\boldsymbol{\eta}_2 = \tilde{S}_2\mathbf{y}$, $S^{-1} = \text{col}(\tilde{S}_1, \tilde{S}_2)$.

3 故障诊断

3.1 观测器设计

对于系统 (4), 构造观测器

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\xi}}}_1 = A_{11}\boldsymbol{\xi}_1 + A_{12}\boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2) + B_1\mathbf{u} + P_1^{-1}C_{11}^T(\boldsymbol{\eta}_1 - C_{11}\bar{\boldsymbol{\xi}}_1) + \mathbf{g}_v \quad (5a)$$

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\xi}}}_2 = A_{22}\bar{\boldsymbol{\xi}}_2 + A_{21}\boldsymbol{\xi}_1 + \mathbf{f}_2(\boldsymbol{\xi}_1, \bar{\boldsymbol{\xi}}_2) + P_2^{-1}C_{22}(\boldsymbol{\eta}_2 - C_{22}\bar{\boldsymbol{\xi}}_2) \quad (5b)$$

其中 $\mathbf{g}_v = [g_{v1} \ g_{v2} \ \cdots \ g_{vm}]^T$ 是控制向量. 矩阵 P_1 和 P_2 分别满足如下代数方程

$$A_{11}P_1 + P_1A_{11} + \theta_1P_1 = C_{11}^TC_{11} \quad (6)$$

$$A_{22}P_2 + P_2A_{22} + \theta_2P_2 = C_{22}^T C_{22} \quad (7)$$

其中参数 θ_1, θ_2 充分大. 由于 $f(x)$ 满足局部 Lipschitz 条件, 故向量 f_1 和 f_2 也分别满足局部 Lipschitz 条件. 设 r 是 Lipschitz 常数.

定义误差 $e_1 = \xi_1 - \bar{\xi}_1$ 和 $e_2 = \xi_2 - \bar{\xi}_2$, 因此

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= (A_{11} - P_1^{-1}C_{11}^T C_{11})e_1 + A_{12}e_2 + f_1(\xi_1, \xi_2) - f_1(\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2) + B_1 f_u - g_v, \\ \dot{e}_2 &= (A_{22} - P_2^{-1}C_{22}^T C_{22})e_2 + f_2(\xi_1, \xi_2) - f_2(\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2) \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $e_1 = [e_1^1 \ e_1^2 \ \cdots \ e_1^m]^T$. 令 $B_1 = [\mathbf{b}_1 \ \mathbf{b}_2 \ \cdots \ \mathbf{b}_m]$, 其中 \mathbf{b}_i 是 m 维列向量. 我们有如下结论.

定理 1. 对于系统 (4) 以及观测器 (5), 取离散控制律

$$g_{v_i} = \begin{cases} \rho \frac{e_1^T P_1 \mathbf{b}_i}{\|e_1^T P_1 \mathbf{b}_i\|}, & \|e_1^T P_1 \mathbf{b}_i\| \neq 0 \\ 0, & \|e_1^T P_1 \mathbf{b}_i\| = 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

其中 $\rho > D \|B_1\|$. 如果参数 θ_1, θ_2 和 Lipschitz 常数 r 满足:

- 1) $\lambda_{\min}(P_1 + C_{11}^T C_{11}) > 2r\lambda_{\max}(P_1)$,
- 2) $\lambda_{\min}(P_2 + C_{22}^T C_{22}) > 2r\lambda_{\max}(P_2)$, 则系统 (5) 是系统 (4) 指数收敛的状态观测器.

证明. 证明分为两个部分

- 1) 状态 $\bar{\xi}_2$ 指数收敛于状态 ξ_2 . 将 (7) 式表示为

$$(-A_{22}^T - \frac{\theta_2}{2}I)P_2 + P_2(-\frac{\theta_2}{2}I - A_{22}) + C_{22}^T C_{22} = 0 \quad (10)$$

只要 $\theta_2 > -2 \min\{\text{Re}(\lambda) | \lambda \in \Omega_2\}$, 其中 Ω_2 是 A_{22} 的谱, 则 $(-\frac{\theta_2}{2}I - A_{22})$ Hurwitz 稳定^[11]. 又 (C_{22}, A_{22}) 可观测, 故 $(C_{22}, -\frac{\theta_2}{2}I - A_{22})$ 可观测, 因此 P_2 正定. 令 Lyapunov 函数 $V_2 = \frac{1}{2}e_2^T P_2 e_2$, 则 $\dot{V}_2 \leq -\frac{1}{2}e_2^T (\theta_2 P_2 + C_{22}^T C_{22})e_2 + r\lambda_{\max}(P_2) \|e_2\|^2 \leq -(\frac{\lambda_{\min}(\theta_2 P_2 + C_{22}^T C_{22})}{2\lambda_{\min}(P_2)} - r)2V_2$, 其中 $\lambda_{\max}(P_2)$ 和 $\lambda_{\min}(P_2)$ 分别表示 P_2 的最大、最小特征值. 令 $\mu_2 = \frac{\lambda_{\min}(\theta_2 P_2 + C_{22}^T C_{22})}{2\lambda_{\max}(P_2)} - r$. 又 P_2 正定, 故只要满足条件 2), 就有 $\mu_2 > 0$. 因此状态 $\bar{\xi}_2$ 指数收敛于状态 ξ_2 .

2) 状态 $\bar{\xi}_1$ 指数收敛于状态 ξ_1 . 同理, $(C_{11}, -\frac{\theta_1}{2}I - A_{11})$ 可观测. 只要 θ_1 充分大, 矩阵 P_1 就是正定阵. 对于系统 (8) 中的第一个方程, 定义 Lyapunov 函数 $V_1 = \frac{1}{2}e_1^T P_1 e_1$, 则

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{2}e_1^T (\theta_1 P_1 + C_{11}^T C_{11})e_1 + r\lambda_{\min}(P_1) \|e_1\|^T + \sum_{i=1}^m e_1^T P_1 \mathbf{b}_i (f_{u_i} - g_{v_i}) + O(e_2)$$

其中 $O(e_2)$ 表示误差 e_2 产生的. 因为 $\bar{\xi}_2$ 指数收敛于 ξ_2 , 所以 $\lim_{t \rightarrow \infty} O(e_2) = 0$. 当时间充分大时, 有 $\dot{V}_1 \leq -(\frac{\lambda_{\min}(\theta_1 P_1 + C_{11}^T C_{11})}{2\lambda_{\max}(P_1)} - r)2V_1$. 只要 θ_1 满足条件 1), 状态 $\bar{\xi}_1$ 就能够指数收敛于状态 ξ_1 .

事实上, 对于系统 (8) 选取 Lyapunov 函数 $V = V_1 + V_2$. 当时间充分大时, 有

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \leq -2 \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(\theta_1 P_1 + C_{11}^T C_{11})}{2\lambda_{\max}(P_1)} - r, \frac{\lambda_{\min}(\theta_2 P_2 + C_{22}^T C_{22})}{2\lambda_{\max}(P_2)} - r \right\} V$$

因此, 系统(5)是系统(4)指数收敛的状态观测器.

注1. 应用文[10,11]中的状态变换对非线性系统

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + \mathbf{f}(\mathbf{x}) + Bu + D\mathbf{f}_u, \quad \mathbf{y} = C\mathbf{x} \quad (11)$$

进行变换, 得到如下系统

$$\boldsymbol{\xi}_1 = A_{11}\boldsymbol{\xi}_1 + A_{12}\boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2) + B_2u \quad (12a)$$

$$\boldsymbol{\xi}_2 = A_{21}\boldsymbol{\xi}_1 + A_{22}\boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{f}_2(\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2) + B_2u + D_2\mathbf{f}_u \quad (12b)$$

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\xi}_2 \quad (12c)$$

其中符号 $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, B_1, B_2, D_2$ 与文[10,11]中的符号相同. 如果 \mathbf{f}_1 与状态 $\boldsymbol{\xi}_1$ 有关, 则上述变换不能被用于执行器故障的重构, 这是因为不能保证状态 $\boldsymbol{\xi}_1$ 收敛于其观测值.

3.2 故障重构

从定理1可以看出, 误差 \mathbf{e}_2 指数收敛于零. 一旦误差 \mathbf{e}_2 非常小, 误差 \mathbf{e}_1 也能够指数收敛零. 在系统(8)的第一个方程中, 误差 \mathbf{e}_1 的指数稳定意味着二次稳定, 进而最终导致 m 个滑动模态的存在^[1,8]

$$\mathbf{e}_1^j = 0, \quad \dot{\mathbf{e}}_1^j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

由于误差 \mathbf{e}_2 指数收敛于零, 因此能够在有限时间内到达零的非常小的邻域内. 进而, 误差 \mathbf{e}_1^j ($j = 1, 2, \dots, m$) 能够到达由式(13)定义的滑动模态. 此时, 系统(8)中第二个方程变为

$$0 = O(\mathbf{e}_2) + B_1\mathbf{f}_u - \mathbf{g}_{v,eq} \quad (14)$$

其中等价控制向量 $\mathbf{g}_{v,eq} = [g_{v,eq1} \quad g_{v,eq2} \quad \cdots \quad g_{v,eqm}]^T$, $O(\mathbf{e}_2)$ 是由误差 \mathbf{e}_2 产生的高阶无穷小, 满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} O(\mathbf{e}_2) = 0$. 因此有

$$B_1\mathbf{f}_u - \mathbf{g}_{v,eq} = 0, \quad t \rightarrow \infty \quad (15)$$

在文[1,8]中, 等价控制 $g_{v,eqi}$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 可以由如下连续函数逼近

$$g_{v,eqi} = \rho \frac{\mathbf{e}_1^T P_1 \mathbf{b}_i}{\|\mathbf{e}_1^T P_1 \mathbf{b}_i\| + \sigma_i}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

其中参数 σ_i 是非常小的正数. 根据式(13), 执行器故障 f_{ui} ($i = 1, 2, \dots, m$) 可由下式重构

$$[f_{u1} \quad f_{u2} \quad \cdots \quad f_{um}] \approx B_1^{-1} [g_{v,eq1} \quad g_{v,eq2} \quad \cdots \quad g_{v,eqm}] \quad (17)$$

4 数值仿真

本节以一个实际系统为例来验证方法的有效性^[12,13]. 该系统的动态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48.6 & -1.26 & 48.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \\ 1.95 & 0 & -1.95 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.333 \sin(x_1) \end{bmatrix} + Bu \quad (18a)$$

$$\mathbf{y} = C[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \quad (18b)$$

设控制律 $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$, $C = I_4$. 取 $u_1 = -x_2$ 和 $u_2 = -0.5x_4$. 易验证假设 1 和 2 成立, 而且 $\text{rank}(CB) = \text{rank}(B) = 2$. 根据文 [10] 中的算法,

$$T = S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{11} = \begin{bmatrix} -1.26 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} -48.6 & 48.6 \\ 1.95 & -1.95 \end{bmatrix}, A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & -10 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

状态和输出变换后的系统表示为式 (5), 其中 $f_1(\xi_1, \xi_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.333 \sin(\xi_4) \end{bmatrix}$, $f_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$. 在系统 (5) 中, $\xi_1 = C_{11}^{-1} \tilde{S}_1 \mathbf{y}$ 和 $\xi_2 = \tilde{S}_2 \mathbf{y}$, 其中 $\tilde{S}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $\tilde{S}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. 取 Lipschitz 常数 $r = 2$, 参数 $\theta_1 = 20$ 和 $\theta_2 = 30$, 根据式 (6) 和 (7) 得 $P_1 = \text{diag}(0.1337, 0.1)$, $P_2 = \text{diag}(0.1, 0.1)$.

假设执行器故障要么为突变故障, 要么为缓变故障, 其中突变故障取为

$$d_1(t) = \begin{cases} 0.2, & 10 \leq t \leq 20 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

缓变故障取为

$$d_2(t) = \begin{cases} 0.04t - 0.6, & 15 \leq t < 20 \\ -0.04t + 1, & 20 \leq t \leq 25 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

在观测器 (5) 中, 离散控制律 $g_{v_{eq1}}$ 和 $g_{v_{eq2}}$ 取为式 (14), 其中参数 $\sigma = 0.01$, $\rho = 14$. 设执行器 u_1 受到突变故障 (19) 的影响, 执行器 u_2 受到缓变故障 (20) 的影响. 仿真结果如图 1 和图 2 所示. 图 1 表示执行器 u_1 的情况, 图 2 表示执行器 u_2 的情况. 实线表示实际的故障, 虚线表示利用式 (17) 重构的故障信息. 从这些图形可以看出, 直接重构故障的方法从一开始就对故障进行重构, 从而避免了产生和评价残差信号的复杂性.

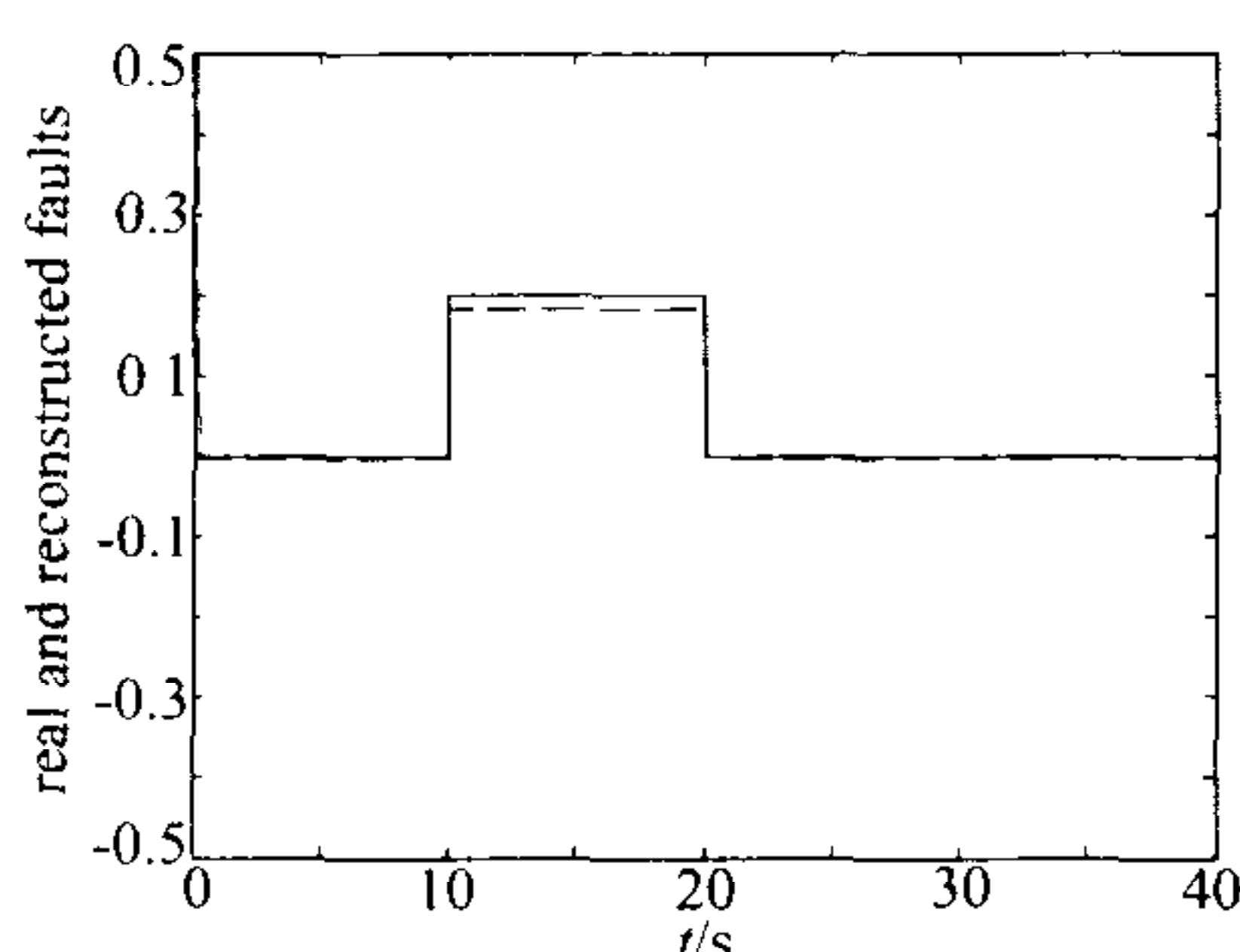


图 1 关于执行器 u_1 的实际和重构故障

Fig. 1 The real and reconstructed actuator faults on u_1

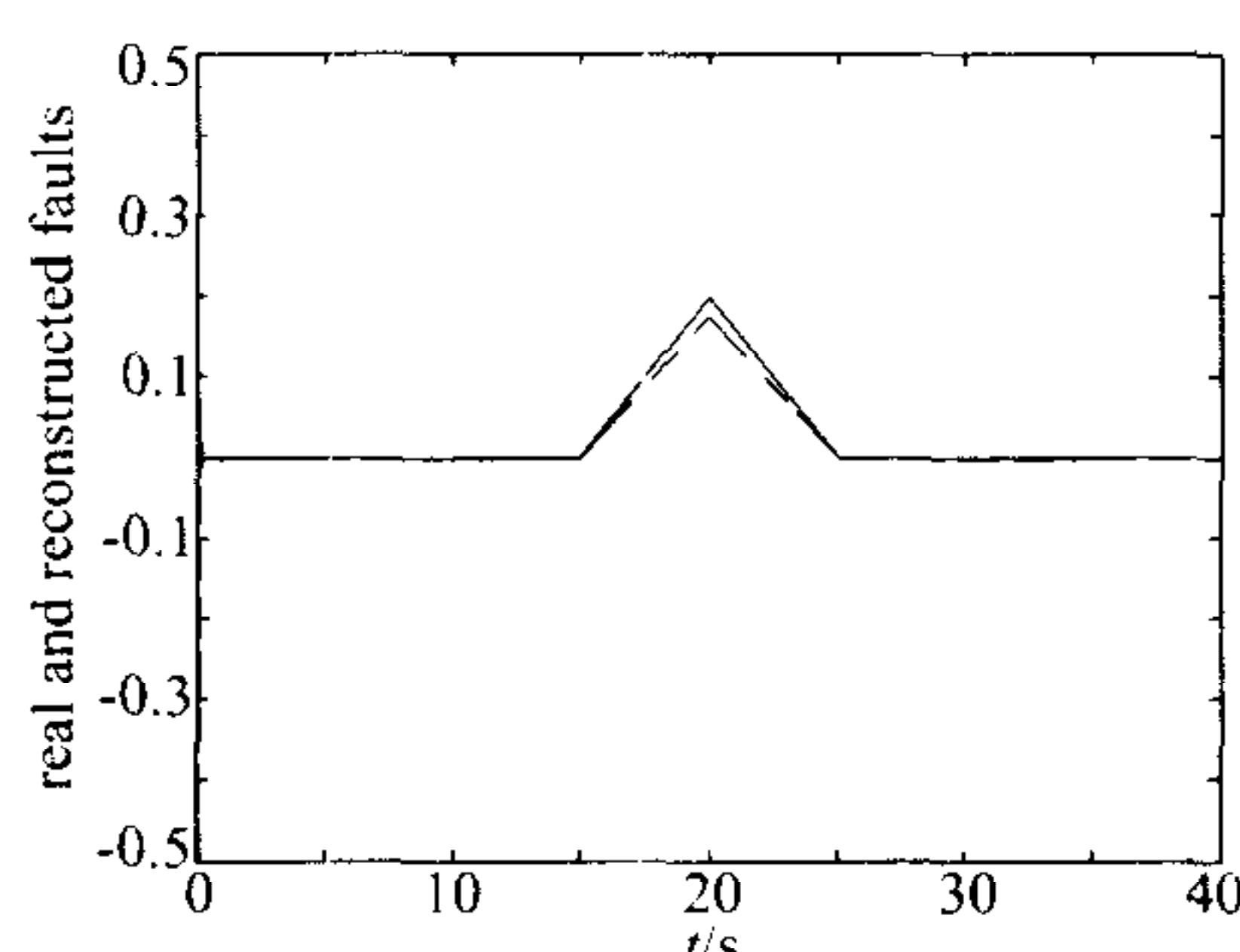


图 2 关于执行器 u_2 的实际和重构故障

Fig. 2 The real and reconstructed actuator faults on u_2

5 结论

讨论了一类非线性系统执行器故障的诊断问题。首先应用已有的状态和输出变换，将一类非线性系统转化为两个低维子系统，然后利用滑模观测器设计理论和等价控制的概念直接重构执行器故障。

References

- 1 Edwards C, Spurgeon SK, Patton RJ. Sliding mode observer for fault detection and isolation. *Automatica*, 2000, **36**(4): 541~543
- 2 Wang H, Delay S. Actuator fault diagnosis: an adaptive observer-based technique. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(7): 1073~1078
- 3 Duan G, Patton RJ. Robust fault detection in linear systems using Luenberger observers. In: proceeding of UKACC international conference on control. Berlin: Springer, 1998. 1468~1473
- 4 Tan CP, Edwards C. Sliding mode observers for detection and reconstruction of sensor faults. *Automatica*, 2002, **38**(10): 1815~1821
- 5 Paton RJ, Frank PM, Clark RN, eds. *Fault Diagnosis in Dynamic Systems: Theory and Application*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1989. 47~98
- 6 Shen LC, Hsu PL. Robust design of fault isolation observers. *Automatica*, 1998, **34**(11): 1421~1429
- 7 Feki M, Robert B. Observer-based chaotic synchronization in the presence of unknown inputs. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2003, **15**(5): 831~840
- 8 Edwards C, Spurgeon SK. *Sliding mode control: theory and applications*. London: Taylor & Francis, 1998. 127~154
- 9 Jiang B, Cocquempot V, Christophe C. Fault diagnosis using sliding mode observer for nonlinear systems. In: proceeding of IFAC 15th Triennial World Congress. Barcelona: Prentice Hall, 2002
- 10 Corless M, Tu J. State and input estimation for a class of uncertain systems. *Automatica*, 1998, **34**(6): 757~764
- 11 Corless M, Tu J. State/input estimation for a class of uncertain systems. *Technical report*, Purdue University Press, 1997, **24**(2): 227~235
- 12 Raghavan S, Hedrick JK. Observer design for a class of nonlinear systems. *International Journal of Control*, 1994, **59**(5): 515~528
- 13 Thau FE. Observing the state of nonlinear dynamic systems. *International Journal of Control*, 1973, **17**(4): 471~480

陈茂银 2003 年于上海交通大学获博士学位，现为清华大学自动化系博士后。研究方向为混沌控制与同步、故障诊断与容错控制。

(CHEN Mao-Yin) Received his Ph. D. degree from Shanghai Jiaotong University in 2003. He is currently a postdoctor in Department of Automation at Tsinghua University. His research interests include chaos control and synchronization, fault detection and tolerant control.)

周东华 清华大学自动化系教授，博士生导师，研究方向为故障诊断与容错控制、自适应控制。

(ZHOU Dong-Hua) Professor in Department of Automation at Tsinghua University. His research interests include fault detection and tolerant control, adaptive control.)