

基于 LMI 可靠跟踪控制器设计¹⁾

姚波¹ 王福忠² 张庆灵³

¹(沈阳师范大学数学与系统科学学院 沈阳 110034)

²(沈阳工程学院 沈阳 110036)

³(东北大学理学院 沈阳 110004)

(E-mail: yaobobo@etang.com)

摘要 针对具有不确定性的线性定常系统, 提出了考虑执行器故障的可靠跟踪控制器设计问题. 在更一般、更实际的执行器故障模型的基础上, 给出了系统输出信号渐近跟踪参考输入信号可靠跟踪控制存在的充分条件. 通过求解线性矩阵不等式 (LMI) 完成状态反馈可靠跟踪控制器设计. 利用仿真数例验证了文中提出的设计方法的可行性, 并且通过对可靠跟踪控制系统与不考虑故障的标准跟踪控制系统的比较, 进一步说明对系统进行可靠跟踪控制的必要性.

关键词 不确定性, 执行器故障, 可靠跟踪控制, 标准跟踪控制, LMI

中图分类号 TP202.1

LMI-based Design of Reliable Tracking Controller

YAO Bo¹ WANG Fu-Zhong² ZHANG Qing-Ling³

¹(College of Mathematics and Systems Science, Shenyang Normal University, Shenyang 110034)

²(Shenyang Engineering College, Shenyang 110036)

³(School of Science, Northeastern University, Shenyang 110004)

(E-mail: yaobobo@etang.com)

Abstract The problem of reliable tracking controller design against actuator faults is studied. For linear uncertain systems, a more practical and general model of actuator faults is presented. A sufficient condition for the existence of a reliable tracking controller is given. A state feedback reliable controller is designed by means of linear matrix inequality (LMI). A simulation example illustrates the effectiveness of the method. Comparison of a control system with the reliable tracking controller and the system without a reliable tracking controller shows the necessity of the reliable tracking control.

Key words Uncertainty, actuator faults, reliable tracking control, standard tracking control, LMI

1 引言

在设计控制器时, 把控制部件 (执行器和传感器) 可能出现的故障考虑在设计过程中, 这种控制称为可靠控制. 可靠控制的目的是设计控制器使闭环系统无论控制部件是否出现

1) 辽宁省教育厅基金 (202263357) 资助

Supported by the Fund of the Education Office of Liaoning Province (202263357)

收稿日期 2003-03-31 收修改稿日期 2003-10-08

Received March 31, 2003; in revised form October 8, 2003

故障都能保持稳定且满足一定的性能指标. 在航空航天、核反应堆等控制系统中, 系统的可靠性尤为重要. 自从 20 世纪 70 年代 Siljak 第一次提出可靠控制以来, 一些可靠控制器的设计方法相继提出^[1~3]. 可靠控制器设计的关键是建立更符合实际、更一般的故障模型, 文献 [1~3] 所涉及的故障模型, 考虑了控制部件正常工作与完全失效两种情况, 这种故障模型称为离散故障模型 (注 2). 文献 [4,5] 提出的故障模型不仅包含文献 [1~3] 所提出的离散故障模型, 而且还考虑了控制部件准失效 (输出信号偏离正常值) 的情况, 这种故障模型称为连续故障模型 (注 3). 在控制系统中, 连续故障模型更具有一般性和实际意义.

跟踪控制是设计控制器使系统的输出尽可能地接近外部参考信号. 线性系统的跟踪控制日趋完善, 但是可靠跟踪控制的研究还鲜见于文献^[6~9]. 文献 [6] 利用区域极点配置技术解决了执行器故障的可靠跟踪问题. 文献 [7] 解决了当系统不发生故障时, 如何优化可靠系统的指标; 当系统发生故障时如何使系统满足一个可接受的性能指标. 文献 [8] 基于多目标 LQ 跟踪指标, 给出一类不确定线性系统, 考虑执行器故障的可靠跟踪控制的 LMI 设计方法. 基于 LQ/H 跟踪性能指标, 文献 [9] 给出了连续系统的可靠鲁棒飞行跟踪控制设计的 LMI 方法, 并把设计理论应用到 F-16 歼击机的控制模型上, 取得了较好的控制效果.

文献 [6~9] 研究可靠跟踪控制问题, 均使用离散故障模型. 本文采用连续故障模型, 给出一类不确定线性系统可靠跟踪控制器存在的充分条件, 利用 LMI 完成对可靠跟踪控制器的设计. 通过仿真看出文中所提出的设计方法是有效的, 进一步将标准跟踪控制系统和可靠跟踪控制系统的控制效果进行比较, 充分说明对系统进行可靠跟踪控制设计的必要性.

2 描述和引理

考虑如下不确定线性系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = (A + \Delta A)\boldsymbol{x}(t) + (B + \Delta B)\boldsymbol{u}^f(t) + \boldsymbol{\eta}(t) \quad (1a)$$

$$\boldsymbol{y}(t) = (C + \Delta C)\boldsymbol{x}(t) \quad (1b)$$

这里 $\boldsymbol{x}(t) \in R^n$, $\boldsymbol{y}(t) \in R^m$ 分别为系统的状态变量及输出; $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times p}$, $C \in R^{m \times n}$ 为常值矩阵; $\boldsymbol{u}^f(t) \in R^p$ 为考虑执行器故障的控制输入, $\boldsymbol{\eta}(t)$ 为有界输入干扰; 系统的不确定性描述为

$$\Delta A = E_1 \Theta_1 F_1 A, \quad \Delta B = E_2 \Theta_2 F_2 B, \quad \Delta C = E_3 \Theta_3 F_3 C \quad (2)$$

上式中 $E_1, F_1, E_2, F_2, E_3, F_3$ 为适维常值矩阵; Θ_i 为适维时变矩阵, 且满足 $\Theta_i^T \Theta_i \leq I$ ($i = 1, 2, 3$).

由系统 (1) 构成信号跟踪的增广系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = (A + \Delta A)\boldsymbol{x}(t) + (B + \Delta B)\boldsymbol{u}^f(t) + \boldsymbol{\eta}(t), \quad \dot{\boldsymbol{q}}(t) = (C + \Delta C)\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{y}_r(t) \quad (3)$$

其中 $\boldsymbol{y}_r(t)$ 为跟踪参考信号.

将增广系统 (3) 等价表示为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = (\hat{A} + \Delta \hat{A})\boldsymbol{z}(t) + (\hat{B} + \Delta \hat{B})\boldsymbol{u}^f(t) + \hat{\boldsymbol{\omega}}(t) \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{bmatrix}, \hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta \hat{A} = \begin{bmatrix} \Delta A & 0 \\ \Delta C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_1 & 0 \\ 0 & \Theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & F_3 \end{bmatrix},$$

$$\hat{A} = \hat{E}_1 \hat{\Theta}_1 \hat{F}_1 \hat{A}, \Delta \hat{B} = \begin{pmatrix} \Delta B \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E_2 \\ 0 \end{bmatrix} \Theta_2 \begin{bmatrix} F_2^T \\ 0 \end{bmatrix}^T \hat{B} = \hat{E}_2 \Theta_2 \hat{F}_2 \hat{B}, \bar{\omega}(t) = \begin{pmatrix} \eta(t) \\ -\mathbf{y}_r(t) \end{pmatrix}$$

执行器故障模型为

$$\mathbf{u}^f(t) = M\mathbf{u}(t) \quad (5)$$

控制器形式为

$$\mathbf{u}(t) = K\mathbf{z}(t) \quad (6)$$

则系统 (4) 的闭环系统为

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \bar{A}\mathbf{z}(t) + \bar{\omega}(t) \quad (7)$$

其中 $\bar{A} = (\hat{A} + \Delta \hat{A}) + (\hat{B} + \Delta \hat{B})MK$,

$$M = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_p), \quad 0 \leq m_{li} \leq m_i \leq m_{ui}, \quad m_{ui} \geq 1, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (8)$$

称为执行器故障矩阵. 这里当 $m_i = 0$ 时, 表示执行器第 i 条通道完全失效; 当 $m_i = 1$ 时, 表示执行器第 i 条通道正常工作; 当 $0 \leq m_{li} < m_i < m_{ui}, m \geq 1$ 且 $m_i \neq 1$ 时, 表示执行器第 i 条通道准失效.

注 1. 故障模型 (5) 为文献 [4,5] 所使用模型的简化形式. 文献 [1~3] 和 [6~9] 中的故障模型是故障模型 (5) 的特殊情况.

引进如下符号

$$M_0 = \text{diag}(m_{01}, m_{02}, \dots, m_{0p}), \quad J = \text{diag}(j_1, j_2, \dots, j_p), \quad L = \text{diag}(l_1, l_2, \dots, l_p) \quad (9)$$

其中

$$m_{0i} = \frac{1}{2}(m_{ui} + m_{li}), \quad j_i = \frac{m_{ui} - m_{li}}{m_{ul} + m_{li}}, \quad l_i = \frac{m_i - m_{0i}}{m_{0i}} \quad (i = 1, 2, \dots, p)$$

由式 (9) 可得

$$M = M_0(I + L), \quad |L| \leq J \leq I \quad (10)$$

其中 $|L| = \text{diag}(|l_1|, |l_2|, \dots, |l_p|)$.

注 2. 在文献 [1~3] 和 [6~9] 中, 执行器或传感器故障模型为离散故障模型, 离散故障矩阵 $M_{d1} = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_p)$. 当 $m_i = 1$ 时, 表示第 i 条通道无故障; 当 $m_i = 0$ 时, 表示第 i 条通道完全失效. 离散故障模型在可靠控制器的设计中被广泛地使用. 但是这种故障模型并不能完全刻画实际发生的故障. 因为部件 (执行器和传感器) 老化、干扰等原因, 部件发生故障时, 输出信号不一定为零.

注 3. 文中所考虑的连续故障模型满足式 (5). 故障矩阵 (8) 中的取值范围可以为包含 0 和 1 的区间 $[m_{li}, m_{ui}]$. 可以看出, 连续故障模型包含离散故障模型. 同时, 连续故障模型可表示离散故障模型不能表示的故障情况.

定义 1. 对于系统 (4) 在考虑执行器故障模型 (5) 的情况下, 如果存在控制器 (6) 使系统输出 $y(t)$ 渐近跟踪参考信号 $y_r(t)$, 即有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y_r(t)) = 0$ 成立. 则系统 (4) 称为可靠跟踪控制系统, 控制器 (6) 称为可靠跟踪控制器; 当取故障矩阵 $M = I$ 时 (设计控制器时不考虑执行器故障), 系统 (4) 变为

$$\dot{z}(t) = (\hat{A} + \Delta\hat{A})z(t) + (\hat{B} + \Delta\hat{B})u(t) + \bar{\omega}(t) \tag{11}$$

称系统 (11) 为标准跟踪控制系统. 对应的控制器 $u(t)$ 称为标准控制器.

注 4. 标准跟踪控制系统可能有故障发生, $M = I$ 表示不把系统可能发生的故障考虑在系统控制器设计过程中.

引理 1^[10]. 对于适当维数矩阵 X, Y 及 $\varepsilon > 0$, 下列不等式成立

$$X^T Y + Y^T X \leq \varepsilon X^T X + \varepsilon^{-1} Y^T Y$$

引理 2^[11]. 设 Y 为对称矩阵, N_1, N_2 为适维常值矩阵, Ξ 为时变适维矩阵, 且满足 $\Xi^T \Xi < \rho I$, 其中 $\rho > 0$ 则 $Y + N_1 \Xi N_2 + N_2^T \Xi^T N_1^T < 0$ 的充分必要条件为 $Y + \alpha N_1 N_1^T + \rho \alpha^{-1} N_2^T N_2 < 0$, 其中常数 $\alpha > 0$.

引理 3. 设 R_1, R_2 为适维常值矩阵, Σ 为时变适维对角矩阵, 且 $|\Sigma| \leq U, U$ 为正定对角矩阵, 则 $R_1 \Sigma R_2 + R_2^T \Sigma^T R_1^T \leq \beta R_1 U R_1^T + \beta^{-1} R_2 U R_2$ 其中 $\beta > 0, \Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_l), |\Sigma| = \text{diag}(|\sigma_1|, |\sigma_2|, \dots, |\sigma_l|)$.

引理 4. 对于系统 (4), 如果存在控制增益矩阵 K , 使闭环系统 (7) 内部渐近稳定, 则系统 (4) 的输出 $y(t)$ 渐近跟踪参考信号 $y_r(t)$.

注 5. 为了简化符号, 文中所有单位矩阵都用 I 表示, 在不同位置的 I 可能表示不同维数的单位矩阵.

3 跟踪控制器的设计

本节将给出标准跟踪控制系统和可靠跟踪控制系统控制器存在的充分条件, 并且给出两种控制器基于 LMI 的设计方法.

定理 1. 对于系统 (4) 及式 (8) 描述的故障矩阵 M , 如果存在正定矩阵 X 、矩阵 S 和 $\mu > 0, \mu_2 > 0$, 使下面的 LMI

$$\begin{bmatrix} \hat{A}X + X\hat{A}^T + \hat{B}MS + S^T M\hat{B}^T + \mu_1 \hat{E}_1 \hat{E}_1^T + \mu_2 \hat{E}_2 \hat{E}_2^T & X\hat{A}^T \hat{F}_1^T & S^T M\hat{B}^T \hat{F}_2^T \\ \hat{F}_1 \hat{A}X & -\mu_1 I & 0 \\ \hat{F}_2 \hat{B}MS & 0 & -\mu_2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{12}$$

成立, 则存在状态反馈控制律

$$u(t) = Kx(t)$$

使系统 (4) 内部渐近稳定, 同时输出 $y(t)$ 渐近跟踪参考信号 $y_r(t)$. 其中增益矩阵 $K = SX^{-1}$.

证明. 对于闭环系统 (7) 不考虑干扰 $\bar{\omega}(t)$, 可得 $\dot{z}(t) = \bar{A}z(t)$. 取 Lyapunov 函数 $V(t) = z^T(t)Pz(t), (P > 0)$, 则

$$\dot{V}(t) = z^T(t) \{ [(\hat{A} + \Delta\hat{A}) + (\hat{B} + \Delta\hat{B})MK]^T P + P[(\hat{A} + \Delta\hat{A}) + (\hat{B} + \Delta\hat{B})MK] \} z(t)$$

由式 (12) 及 Schur 补引理得, 即

$$\hat{A}X + X\hat{A}^T + \hat{B}MS + S^T M\hat{B}^T + \mu_1 \hat{E}_1 \hat{E}_1^T + \mu_2 \hat{E}_2 \hat{E}_2^T + \\ [X\hat{A}^T \hat{F}_1^T \quad S^T M\hat{B}^T \hat{F}_2^T] \begin{bmatrix} \mu_1^{-1} \mu_1^{-1} I & 0 \\ 0 & \mu_2^{-1} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \hat{A}X \\ \hat{F}_2 \hat{B}MS \end{bmatrix} < 0$$

根据引理 2 得

$$\hat{A}X + X\hat{A}^T + \hat{B}MS + S^T (\hat{B}M)^T + \hat{E}_1 \hat{\Theta}_1 \hat{F}_1 \hat{A}X + X(\hat{E}_1 \hat{\Theta}_1 \hat{F}_1 \hat{A})^T + \\ \hat{E}_2 \hat{\Theta}_2 \hat{F}_2 \hat{B}MS + S^T M(\hat{E}_2 \hat{\Theta}_2 \hat{F}_2 \hat{B})^T < 0 \quad (13)$$

设 $X = P^{-1}$, $S = KX$, 对式 (13) 左、右分别乘以 P 得

$$[(\hat{A} + \Delta\hat{A}) + (\hat{B} + \Delta\hat{B})MK]^T P + P[(\hat{A} + \Delta\hat{A}) + (\hat{B} + \Delta\hat{B})MK] < 0$$

即 $\dot{V}(t) < 0$, 系统 (4) 内部渐近稳定. 同时输出 $\mathbf{y}(t)$ 渐近跟踪参考信号 $\mathbf{y}_r(t)$. 证毕.

下面给出标准跟踪控制系统控制器存在的充分条件和 LMI 设计方法.

定理 2. 对于标准跟踪控制系统 (11), 如果存在正定矩阵 X_s 、矩阵 S_s 和 $\mu_1 > 0, \mu_2 > 0$, 使下面的 LMI

$$\begin{bmatrix} \hat{A}X_s + Z_s \hat{A}^T + \hat{B}S_s + S_s^T \hat{B}^T + \mu_1 \hat{E}_1 \hat{E}_1^T + \mu_2 \hat{E}_2 \hat{E}_2^T & X_s \hat{A}^T \hat{F}_1^T & S_s^T \hat{B}^T \hat{F}_2^T \\ & \hat{F}_1 \hat{A}X_s & -\mu_1 I & 0 \\ & \hat{F}_2 \hat{B}S_s & 0 & -\mu_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

成立, 则系统 (11) 存在状态反馈控制律

$$\mathbf{u}(t) = K_s \mathbf{x}(t)$$

使标准跟踪控制系统内部渐近稳定, 且输出 $\mathbf{y}(t)$ 渐近跟踪参考信号 $\mathbf{y}_r(t)$. 其中 $K_s = S_s X_s^{-1}$.

证明. 取故障矩阵 $M = I$, 由定理 1 可知定理 2 获证.

在考虑故障 (5) 的前提下, 下面的定理给出系统 (4) 可靠跟踪控制器存在的充分条件, 同时给出可靠跟踪控制器的 LMI 设计方法.

定理 3. 对于系统 (4), 如果存在正定矩阵 X_f 、矩阵 S_f 和 $\mu_1, \mu_2, \mu_3 > 0$, 使得下面 LMI

$$\begin{bmatrix} X_f \hat{A}^T + \hat{A}X_f + S_f^T M_0 \hat{B}^T + \\ \hat{B}M_0 S_f + \mu_1 \hat{E}_1 \hat{E}_1^T + & X_f \hat{A}^T \hat{F}_1^T & S_f^T M_0 \hat{B}^T \hat{F}_2^T + \mu_3 \hat{B}M_0 J_a (\hat{F}_2 \hat{B}M_0)^T & S_f^T J_a^{1/2} \\ \mu_2 \hat{E}_2 \hat{E}_2^T + \mu_3 \hat{B}M_0 J_a M_0 \hat{B}^T & & & \\ & \hat{F}_1 \hat{A}X_f & -\mu_1 I & 0 & 0 \\ \hat{F}_2 \hat{B}M_0 S_f + \mu_3 \hat{F}_2 \hat{B}M_0 J_a (\hat{B}M_0)^T & 0 & -\mu_2 I + \mu_3 \hat{F}_2 \hat{B}M_0 J_a (\hat{F}_2 \hat{B}M_0)^T & 0 \\ & J_a^{1/2} S_f & 0 & 0 & -\mu_3 I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

成立, 则存在可靠状态反馈控制律 $\mathbf{u}(t) = K_f \mathbf{x}(t)$ 使系统 (4) 的闭环系统内部渐近稳定, 输出 $\mathbf{y}(t)$ 渐近跟踪参考信号 $\mathbf{y}_r(t)$. 其中增益矩阵 $K_f = S_f X_f^{-1}$.

证明. 由式 (15) 及 Schur 补引理得

$$\begin{bmatrix} X_f \hat{A}^T + \hat{A}X_f + S_f^T M_0 \hat{B}^T + \\ \hat{B}M_0 S_f + \mu_1 \hat{E}_1 \hat{E}_1^T + & X_f \hat{A}^T \hat{F}_1^T & S_f^T M_0 \hat{B}^T \hat{F}_2^T + \mu_3 \hat{B}M_0 J_a (\hat{F}_2 \hat{B}M_0)^T \\ \mu_2 \hat{E}_2 \hat{E}_2^T + \mu_3 \hat{B}M_0 J_a M_0 \hat{B}^T & & \\ \hat{F}_1 \hat{A}X_f & -\mu_1 I & 0 \\ \hat{F}_2 \hat{B}M_0 S_f + \mu_3 \hat{F}_2 \hat{B}M_0 J_a (\hat{B}M_0)^T & 0 & -\mu_2 I + \mu_3 \hat{F}_2 \hat{B}M_0 J_a (\hat{F}_2 \hat{B}M_0)^T \end{bmatrix} + \frac{1}{\mu_3} \begin{bmatrix} S_f^T J_a^{1/2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_f^T J_a^{1/2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T < 0 \quad (16)$$

利用式 (10) 及引理 3 有

$$\begin{bmatrix} \hat{A}X_f + X_f \hat{A}^T + \hat{B}M_0 S_f + S_f^T M_0 \hat{B}^T + \mu_1 \hat{E}_1 \hat{E}_1^T + \mu_2 \hat{E}_2 \hat{E}_2^T & X_f \hat{A}^T \hat{F}_1^T & S_f^T M_0 \hat{B}^T \hat{F}_2^T \\ \hat{F}_1 \hat{A}X_f & -\mu_1 I & 0 \\ \hat{F}_2 \hat{B}M_0 S_f & 0 & -\mu_2 I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}X_f + X_f \hat{A}^T + \hat{B}M_0 S_f + S_f^T M_0 \hat{B}^T + \mu_1 \hat{E}_1 \hat{E}_1^T + \mu_2 \hat{E}_2 \hat{E}_2^T & X_f \hat{A}^T \hat{F}_1^T & S_f^T M_0 \hat{B}^T \hat{F}_2^T \\ \hat{F}_1 \hat{A}X_f & -\mu_1 I & 0 \\ \hat{F}_2 \hat{B}M_0 S_f & 0 & -\mu_2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{B}M_0 L S_f + S_f^T M_0 L \hat{B}^T & 0 & S_f^T M_0 L \hat{B}^T \hat{F}_2^T \\ 0 & 0 & 0 \\ \hat{F}_2 \hat{B}M_0 L S_f & 0 & 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \hat{A}X_f + X_f \hat{A}^T + \hat{B}M_0 S_f + S_f^T M_0 \hat{B}^T + \mu_1 \hat{E}_1 \hat{E}_1^T + \mu_2 \hat{E}_2 \hat{E}_2^T & X_f \hat{A}^T \hat{F}_1^T & S_f^T M_0 \hat{B}^T \hat{F}_2^T \\ \hat{F}_1 \hat{A}X_f & -\mu_1 I & 0 \\ \hat{F}_2 \hat{B}M_0 S_f & 0 & -\mu_2 I \end{bmatrix} + \mu_3 \begin{bmatrix} \hat{B}M_0 J_a (\hat{B}M_0)^T & 0 & \hat{B}M_0 J_a (\hat{F}_2 \hat{B}M_0)^T \\ 0 & 0 & 0 \\ \hat{F}_2 \hat{B}M_0 J_a (\hat{B}M_0)^T & 0 & \hat{F}_2 \hat{B}M_0 J_a (\hat{F}_2 \hat{B}M_0)^T \end{bmatrix} + \frac{1}{\mu_3} \begin{bmatrix} S_f^T J_a S_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_f \hat{A}^T + \hat{A}X_f + S_f^T M_0 \hat{B}^T \\ + \hat{B}M_0 S_f + \mu_1 \hat{E}_1 \hat{E}_1^T & X_f \hat{A}^T \hat{F}_1^T & S_f^T M_0 \hat{B}^T \hat{F}_2^T + \mu_3 \hat{B}M_0 J_a (\hat{F}_2 \hat{B}M_0)^T \\ + \mu_2 \hat{E}_2 \hat{E}_2^T + \mu_3 \hat{B}M_0 J_a M_0 \hat{B}^T & & \\ \hat{F}_1 \hat{A}X_f & -\mu_1 I & 0 \\ \hat{F}_2 \hat{B}M_0 S_f + \mu_3 \hat{F}_2 \hat{B}M_0 J_a (\hat{B}M_0)^T & 0 & -\mu_2 I + \mu_3 \hat{F}_2 \hat{B}M_0 J_a (\hat{F}_2 \hat{B}M_0)^T \end{bmatrix} + \frac{1}{\mu_3} \begin{bmatrix} S_f^T J_a S_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

将式 (16) 代入式 (17) 中得

$$\begin{bmatrix} \hat{A}X_f + X_f \hat{A}^T + \hat{B}M_0 S_f + S_f^T M_0 \hat{B}^T + \mu_1 \hat{E}_1 \hat{E}_1^T + \mu_2 \hat{E}_2 \hat{E}_2^T & X_f \hat{A}^T \hat{F}_1^T & S_f^T M_0 \hat{B}^T \hat{F}_2^T \\ \hat{F}_1 \hat{A}X_f & -\mu_1 I & 0 \\ \hat{F}_2 \hat{B}M_0 S_f & 0 & -\mu_2 I \end{bmatrix} < 0$$

利用定理 1 得系统 (4) 的闭环系统内部渐近稳定, 输出 $\mathbf{y}(t)$ 渐近跟踪参考信号 $\mathbf{y}_r(t)$. 证毕.

4 数值例子

设系统 (1) 的系数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 4 & -6 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, C = [2 \quad 0 \quad -1] \quad (18)$$

参考输入 $\mathbf{y}_r(t) = 0$, 外部干扰 $\boldsymbol{\eta}(t) = (0.05\sin t \ 0 \ 0)^T$. 在不考虑不确定项时, 系统 (18) 特征值集合为 $\sigma(A) = \{2, 3, 0\}$, 可知系统 (18) 为不稳定系统.

对系统 (18), 按定理 2 设计控制器增益矩阵为

$$K_s = \begin{bmatrix} -17.2567 & 35.1298 & -15.468 & 0.4609 \\ 11.5019 & -19.8311 & 7.5447 & -0.1561 \end{bmatrix} \quad (19)$$

对应闭环系统的特征值集合为 $\sigma(A + BK_s) = \{-26.1026, -1.6645, -0.4563, -0.2769\}$, 可知由 K_s 构成的控制器镇定系统 (18).

根据定理 3 对系统 (18) 设计可靠跟踪控制器增益矩阵为

$$K_f = \begin{bmatrix} -57.6606 & 112.5632 & -47.7465 & 0.0818 \\ 98.1893 & -186.2004 & 76.7091 & -0.1291 \end{bmatrix} \quad (20)$$

对应于系统 (18) 的闭环系统的特征值集合为 $\sigma(A + BK_f) = \{-181.1056, -1.9177, -0.5970, -0.0116\}$, 可知由 K_f 构成的控制器镇定系统 (18).

下面将对标准跟踪控制系统和可靠跟踪控制系统进行比较.

当执行器不发生故障时, 标准跟踪控制系统和可靠跟踪控制系统在相应的控制下都使其对应的闭环系统渐近稳定, 且输出 $\mathbf{y}(t)$ 渐近跟踪参考输入 $\mathbf{y}_r(t) = 0$. 如图 1 和图 2 所示.

现假设执行器发生故障, 故障矩阵为

$$M = \text{diag}(0, 0.3) \quad (21)$$

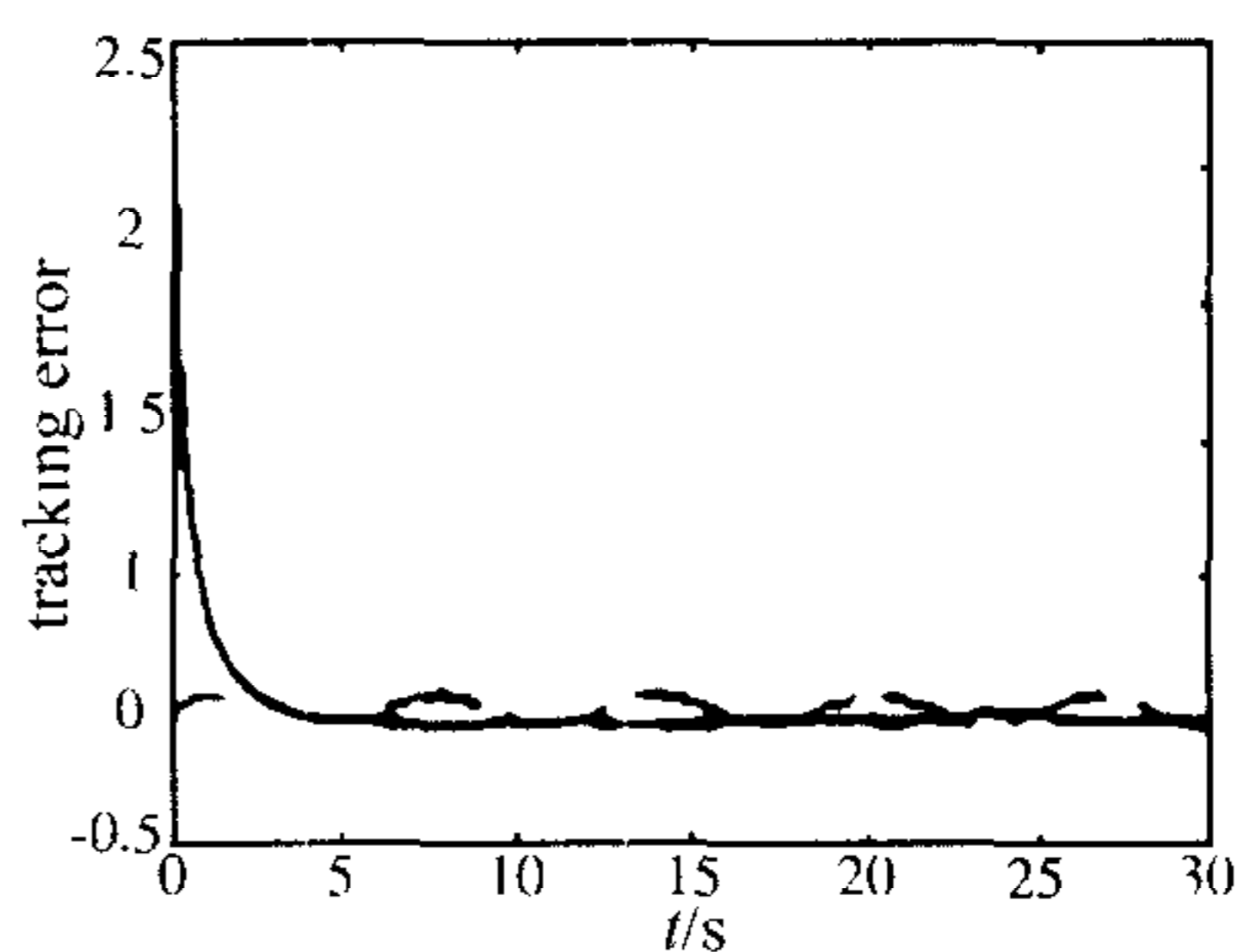
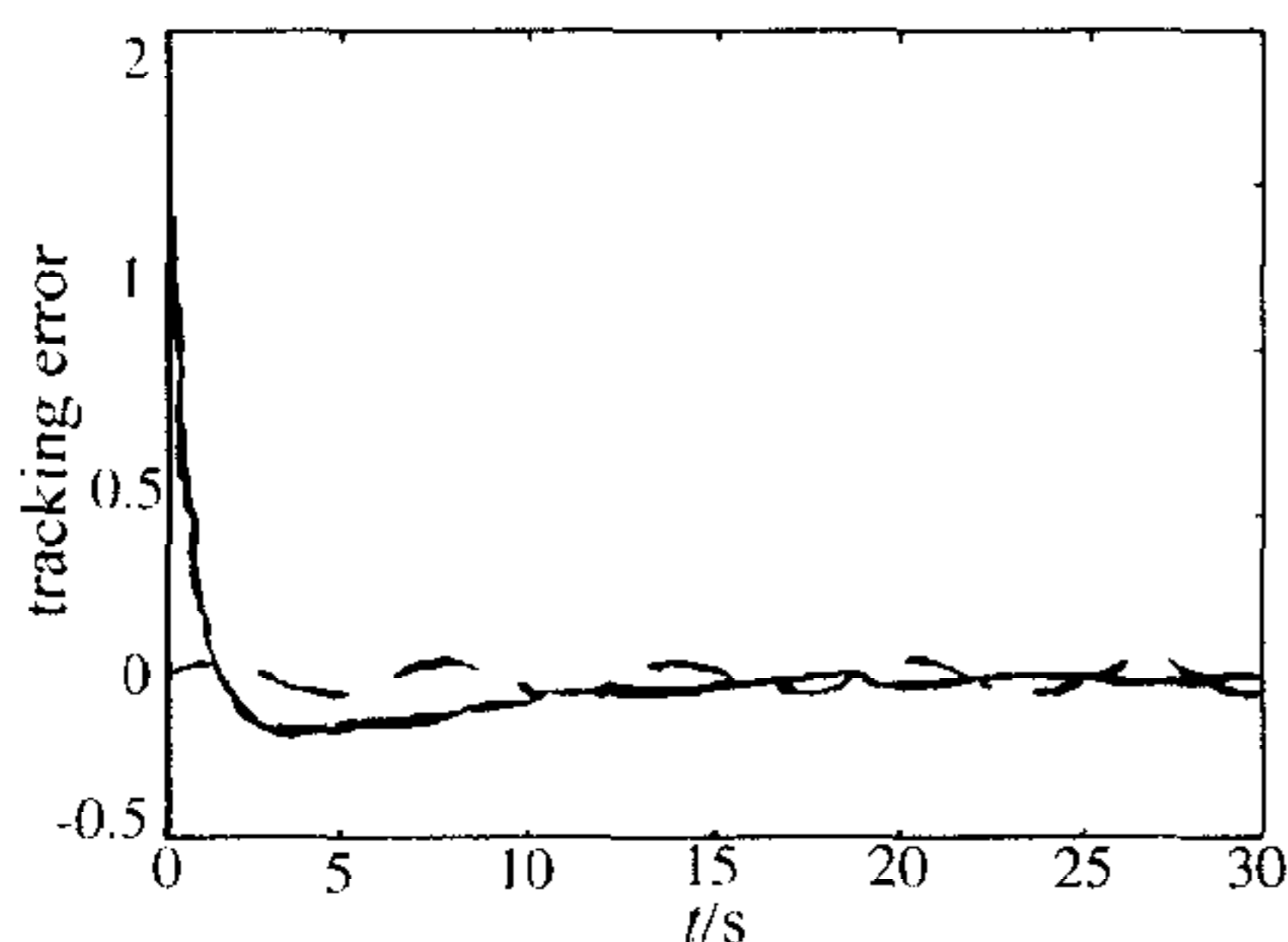


图 1 标准跟踪控制系统不发生故障跟踪误差曲线
Fig. 1 The tracking error standard control with no fault

图 2 可靠跟踪控制系统不发生故障跟踪误差曲线
Fig. 2 The tracking error reliable control with no fault

它所描述的故障为执行器第一条通道完全失效 $u_1(t) = 0$, 第二条通道输出信号为正常信号的 30%.

对于可靠跟踪控制系统, 闭环系统仍然渐近稳定 (图 3), 其闭环特征值集合为

$$\sigma(A + BMK_f) = \{-32.1005, -1.4701, -0.7093, -0.0116\}$$

对于标准跟踪控制系统, 闭环系统失去稳定性 (图 4), 其闭环特征值集合为

$$\sigma(A + BMK_s) = \{0.1950 + 3.2794i, 0.1950 - 3.2794i, -0.1315 + 0.1615i, -0.1315 - 0.1615i\}$$

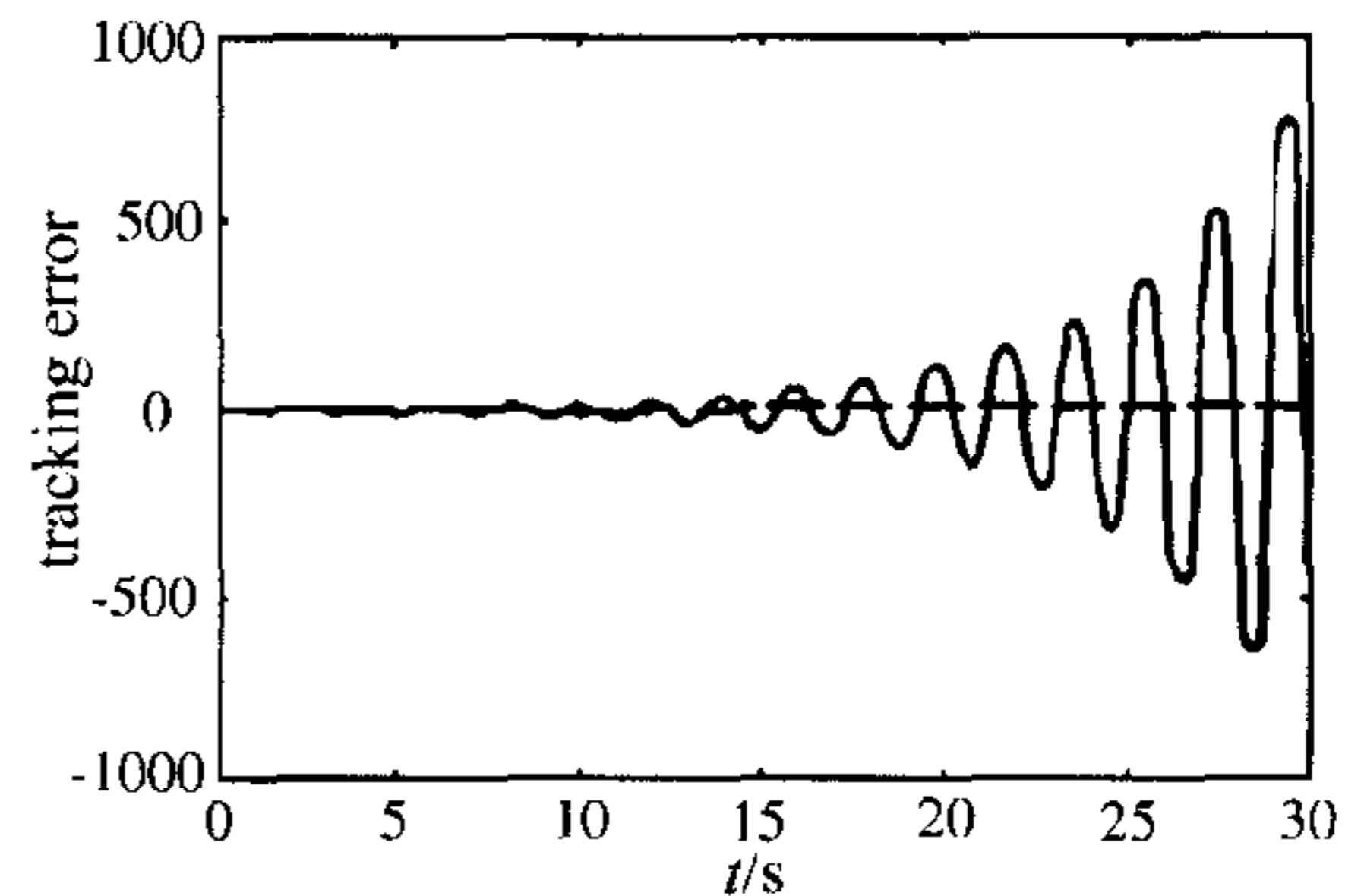
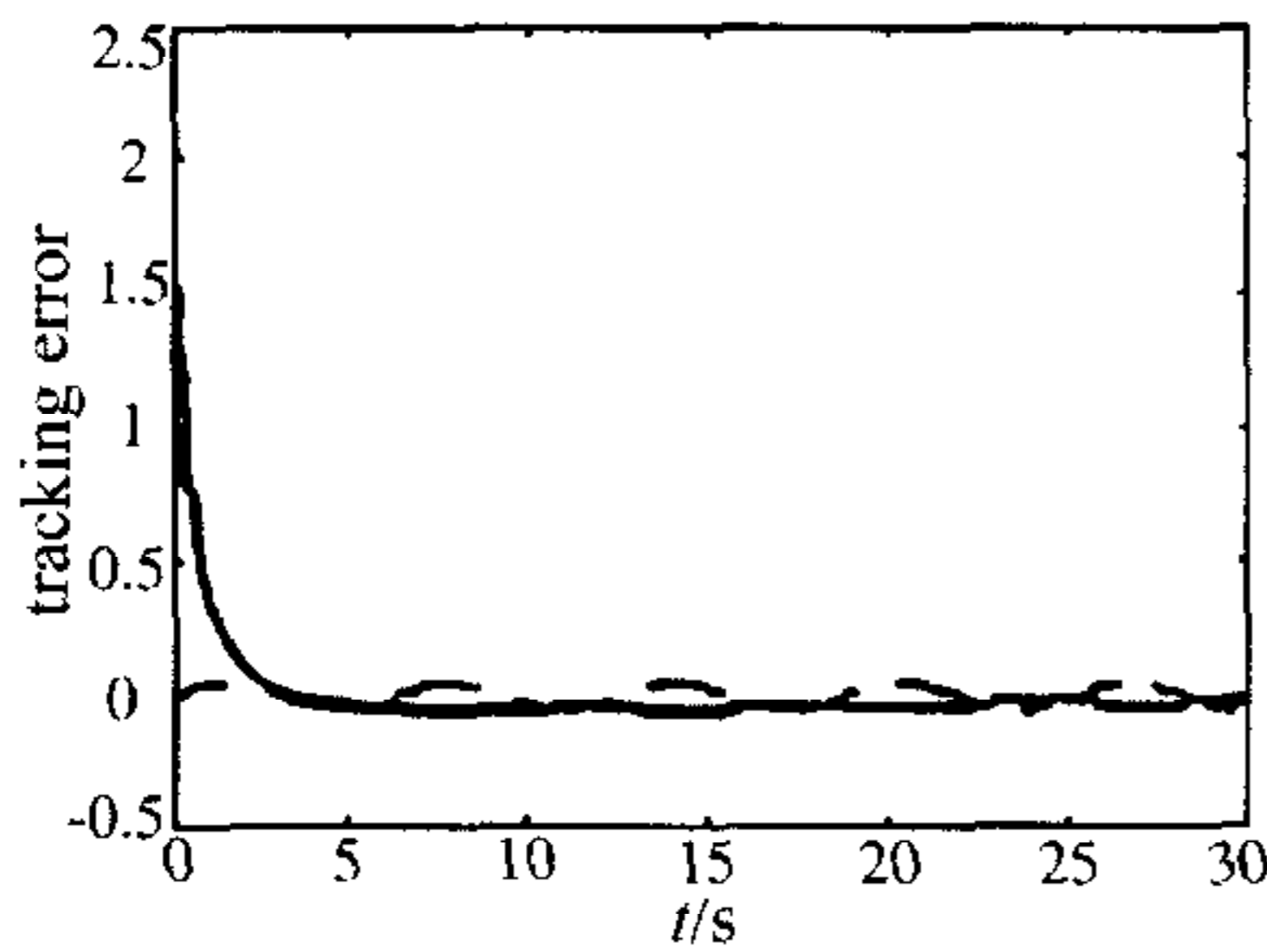


图 3 可靠跟踪控制系统发生故障跟踪误差曲线

图 4 标准跟踪控制系统发生故障跟踪误差曲线

Fig. 3 The tracking error reliable control with fault

Fig. 4 The tracking error standard control with fault

注 6. 在图 1~4 中, 实线为输出跟踪误差曲线; 虚线为外部干扰曲线.

5 结论

根据 Lyapunov 稳定性理论, 对一类线性不确定性系统, 给出了标准跟踪控制器和可靠跟踪控制器存在的充分条件, 通过求解 LMI 给出了设计两种控制器的方法. 通过仿真实例可以看到, 文中所给出的控制器设计方法是可行的. 并且将标准跟踪控制系统和可靠跟踪控制系统进行比较, 可以看出, 按照文中设计的可靠跟踪控制器对于抵御执行器的故障具有较强的鲁棒性. 仿真实例进一步说明对系统进行可靠控制的必要性.

References

- 1 Veillette R J, Medanic J V, Perkins W R. Design of reliable control system. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1992, **37**(3): 770 ~ 784
- 2 Wilkie J, Arelhi R, Johnson M A. Measurement failure robustness in reliable controller synthesis. *Measurement*, 1998, 23: 221 ~ 228
- 3 Veillette R J. Reliable linear-quadratic state-feedback control. *Automatica*, 1995, **31**(7): 137 ~ 143
- 4 Yang G H, Lam J, Wang J. Reliable controller design for nonlinear system. In: *Proceedings of 35rd IEEE Conference on Decision Control*. Kobe, Japan: 1996. 112 ~ 117
- 5 Yang G H, Wang J L, Soh Y C. Reliable design for linear system. *Automatica*, 2001, **37**(3): 717 ~ 725
- 6 Zhao Q, Jiang J. Reliable tracking control system design against actuator failures. In: *Proceedings of SICE*. Tokushiima: 1997. 1019 ~ 1024
- 7 Liao F, Wang J L, Yang G H. LMI-Based reliable robust tracking control against actuator faults with application to flight control. In: *Proceedings of 39rd IEEE Conference on Decision Control*. Sydney: 2000. 3914 ~ 3919

- 8 Liao F, Wang J L, Yang G H. LMI-Based reliable robust preview tracking control against actuator faults. In: Proceedings of Americal Control Conference. Arlington, Virginia, USA: 2001. 1047 ~ 1052
- 9 Liao F, Wang J L, Yang G H. Reliable robust flight tracking control: an LMI approach. *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, 2002, **10**(1) 76 ~ 89
- 10 Wang Y Y, Xie L H E de souza. Robust control of uncertain nonlinear systems. *Systems and Control Letters*, 1992, **19**(2): 139 ~ 149
- 11 Khargonekar P P, Petersen I R, Zhou K. Robust stabilization of uncertain systems and optimal control. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1990, **35**(3): 351 ~ 361

姚 波 1994 年和 2003 年在东北大学分别获应用数学专业理学硕士和控制理论与控制工程工学博士学位, 现为沈阳师范大学副教授, 主要研究方向为广义系统的可靠控制等.

(**YAO Bo** Received Master degree and Ph.D. degree from Northeastern University in 1994 and 2003, respectively. She is an Associate Professor of Shenyang Normal University. Her research interests include descriptor systems, reliable control theory and application.)

王福忠 2004 年在东北大学获控制理论与工程博士学位. 研究领域为广义系统、线性系统的可靠控制和鲁棒控制.

(**WANG Fu-Zhong** Received Ph.D. degree from of Northeastern University in 2004. His research interests include linear systems, decentralized control and computer network. reliable control theory and application.)

张庆灵 东北大学理学院院长, 教授, 博士生导师. 研究领域为广义系统、鲁棒控制及分散控制.

(**ZHANG Qing-Ling** Professor, Ph.D director and the Dean of School of Science of Northeastern University. His research interests include descriptor systems, robust control and decentralized control.)

2003 年为本刊审稿者名单

丁 锋	丁永生	丁明跃	卜东波	万百五	于之训	于海斌	于盛林	于景元	马 良
马少平	马宇飞	马宏绪	马保离	马颂德	尹朝万	文成林	方华京	方棣棠	毛宗源
毛剑琴	王 龙	王 伟	王 宏	王 岩	王 珏	王 凌	王 硕	王 联	王士同
王大均	王广雄	王飞跃	王中生	王书宁	王仁华	王天然	王少萍	王文渊	王正东
王正志	王永初	王永骥	王玉振	王田苗	王兆其	王先来	王庆林	王执铨	王行仁
王志珍	王国胤	王诗宓	王金枝	王树青	王家熳	王润生	王培良	王朝珠	王越超
王煦法	王精业	王蕴红	王耀南	王耀清	邓 辉	邓飞其	邓自立	韦 庆	付宜利
付俊庆	冯 兵	冯冬芹	冯纯伯	冯祖仁	冯德兴	卢汉清	史定华	史忠科	史忠植
叶 昊	叶庆凯	叶银忠	甘作新	田 捷	田 琦	田玉平	白 硕	石纯一	石宗英
艾海舟	边肇祺	任 勇	任 章	任主明	任志良	任雪梅	伍乃骐	伍清河	关治洪
关新平	刑汉承	刑科义	刘 民	刘 清	刘大有	刘永清	刘华平	刘吉林	刘迎健
刘妹琴	刘建平	刘康生	刘理天	刘增良	孙优贤	孙先仿	孙树栋	孙振东	孙富春
孙增圻	孙德敏	安 凯	年晓红	朱 枫	朱大铭	朱允民	朱礼涛	朱学峰	朱翼隼
毕树生	汤淑明	汤善健	许 超	许可康	达飞鹏	阮荣耀	齐国元	齐翔林	严加安
严洪森	何 芸	何克忠	何振亚	何新贵	余永权	余达太	余跃庆	佟明安	佟绍成