

混杂系统滚动时域状态反馈 预测控制研究与实现¹⁾

李秀改 高东杰

(中科院自动化研究所 综合自动化技术控制工程研究中心 北京 100080)

(E-mail: lxg@sample.ia.ac.cn; gaodj@sample.ia.ac.cn)

摘要 分析了混杂系统混合逻辑动态建模机理,提出混杂系统基于滚动时域状态反馈预测控制策略,并对滚动时域状态估计器的收敛性进行了研究.仿真实例验证了滚动时域状态反馈预测控制策略的有效性.

关键词 混杂系统,混合逻辑动态,模型预测控制,滚动时域状态估计

中图分类号 TP273

Moving Horizon State Feedback Predictive Control for Hybrid System Based on Mixed Logic Dynamic

LI Xiu-Gai GAO Dong-Jie

(Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

(E-mail: lxg@sample.ia.ac.cn; gaodj@sample.ia.ac.cn)

Abstract Modeling mechanism for hybrid system based on mixed logic dynamic is deeply analyzed. A model predictive control algorithm with moving horizon state feedback is presented, and the stability for moving horizon state estimator is also proved. Numerical simulation result shows the validity of this algorithm.

Key words Hybrid system, mixed logic dynamic, model predictive control, moving horizon state estimator

1 引言

混杂系统是指同时存在相互作用的连续时间动态特性和离散事件动态特性的系统,近年来引起了国际控制界的关注^[1,2]. Morari 提出的混合逻辑动态 MLD(mixed logic dynamic)将控制对象的操作约束、逻辑规则和连续特性集成为带有混合整数不等式约束的状态方程形式^[3]. 当采用预测控制对 MLD 系统进行模型预测控制 MPC(model predictive control)

1) 中科院自动化所创新基金(DA01J01)资助

Supported by Innovative Foundation of Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences(DA01J01)

收稿日期 2002-04-26 收修改稿日期 2002-09-11

Received April 26, 2002; in revised form September 11, 2002

时,在存在过程干扰和量测噪声的情况下,为保证系统的状态满足一定的约束条件,应引入能处理约束条件的滚动时域状态估计器 MHE(moving horizon estimation)^[4~6]. 本文设计了 MLD 系统基于滚动时域状态反馈的预测控制策略,并对估计器的收敛性进行了分析,数值仿真验证了所合成控制策略的有效性.

2 滚动时域状态估计

2.1 滚动时域状态估计器的设计

文献[4]根据历史数据的长短,将具有不可知统计特性噪声干扰且带有约束条件的状态估计问题划分为区间时域状态估计 BHE(batch horizon estimation)和滚动时域估计 MHE(moving horizon estimation). 在文献[7]中 Muske 最早提出了 MHE,文献[8]Rao Rawing 等人研究了 MHE 通过初始惩罚项的选择得到保证估计器稳定的条件和此算法应用于系统状态最优平滑问题. 本文在文献[8]的基础上,将估计器统一为(1)的形式,得到 MHE 的收敛性条件

$$\min_{\{w_{k-N+1|k}, \dots, w_{k-1|k}\}} \phi_k^N = \sum_{j=k-N}^k \hat{v}_{j|k}^T R \hat{v}_{j|k} + \hat{w}_{j-1|k}^T Q \hat{w}_{j-1|k} \quad (1)$$

$$\text{s. t.} \quad \begin{aligned} \hat{x}_{k-N|k} &= \bar{x}_{k-N|k-N-1} + \hat{w}_{k-N-1|k}, \quad \hat{x}_{j+1|k} = A \hat{x}_{j|k} + B u_k + \hat{w}_{j|k} \\ y_j &= C \hat{x}_{j|k} + \hat{v}_{j|k}, \quad E u_k \leq E_4 \hat{x}_{j|k} + E_5, \quad w_{\min} \leq \hat{w}_{j|k} \leq w_{\max}, \quad j = k-N, \dots, k \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $x \in R^{n_c} \times \{0, 1\}^{n_l}$, $u \in R^{n_{u_c}} \times \{0, 1\}^{n_{u_l}}$, $y \in R^{n_{y_c}} \times \{0, 1\}^{n_{y_l}}$, $\delta \in \{0, 1\}^{n_{\delta}}$, $n_c + n_l = n_x$, $z \in R^{n_z}$, $n_{u_c} + n_{u_l} + n_{\delta} + n_z = n_u$, $n_{y_c} + n_{y_l} = n_y$, $u(k) = [u(k)^T \quad \delta(k)^T \quad z(k)^T]^T$, $B = [B_1 \quad B_2 \quad B_3]$, $E = [-E_1 \quad E_2 \quad E_3]$, $\bar{x}_{k-N|k-N-1}$ 为 $k-N-1$ 时刻对 $k-N$ 时刻状态预测初值.

2.2 估计器稳定性分析^[8]

定理 1. 假设 MLD 系统 $\{C, A\}$ 能观, N 为时域估计的步长. 若 $0 \leq \sum_{j=k-N}^k \hat{v}_{j|k}^T R \hat{v}_{j|k} + \hat{w}_{j-1|k}^T Q \hat{w}_{j-1|k} \leq \rho$, 则 $\|\hat{x}_k - x_k\| \leq \epsilon$, \hat{x}_k 表示 k 时刻系统的估计状态, x_k 表示 k 时刻系统的真实状态.

证明. 考虑用做状态估计带有过程干扰和量测噪声的 MLD 系统模型如式(2)所示,由状态运动方程(设: $\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_k$, $\bar{x}_0 = \hat{x}_{k-N|k-N-1}$)

$$\hat{x}_k = A^N \bar{x}_0 + \sum_{j=0}^N A^{N-j} (B u_{k-N+j-1} + \hat{w}_{k-N+j-1|k}) \hat{y}_{k|k} = C A^N \bar{x}_0 + C \sum_{j=0}^N A^{N-j} (B u_{k-N+j-1} + \hat{w}_{k-N+j-1|k}) \quad (3)$$

由范数的三角不等式得

$$\|\hat{x}_k - x_k\| \leq \|A^N (\bar{x}_0 - A^{k-N} x_0)\| + \left\| \sum_{j=0}^N A^{N-j} \hat{w}_{k-N+j-1|k} \right\| \quad (4)$$

由假设 MLD 系统为完全可观的,定义系统可观阵 $\Psi^T = [C^T \quad (CA)^T \quad \dots \quad (CA^N)^T]$,

$$\|\bar{x}_0 - x_0\| \leq 1/\beta \sum_{j=0}^N \left\| y_{k-N+j} - CA^j \bar{x}_0 - \sum_{l=0}^{j-1} CA^{j-1-l} B u_{k-N+l} \right\| \quad (5)$$

($\beta = \sqrt{\lambda_{\min}(\Psi^T \Psi)}$ 表示 $\Psi^T \Psi$ 的最小特征值)系统的输出噪声估计为

$$\sum_{j=0}^N \|\hat{v}_{k-N+j|k}\| = \sum_{j=0}^N \|\mathbf{y}_{k-N+j} - \hat{\mathbf{y}}_{k-N+j|k}\| \geq \sum_{j=0}^N \|\mathbf{y}_{k-N+j} - CA^j \bar{\mathbf{x}}_0\| - \sum_{j=0}^N \left\| CA^j \bar{\mathbf{x}}_0 + \sum_{l=0}^{j-1} CA^{j-l-1} B \mathbf{u}_{k-N+l} - \hat{\mathbf{y}}_{k-N+j|k} \right\| \quad (6)$$

$$\left\| CA^j \bar{\mathbf{x}}_0 + \sum_{l=0}^{j-1} CA^{j-l-1} B \mathbf{u}_{k-N+l} - \hat{\mathbf{y}}_{k-N+j|k} \right\| \leq \sum_{l=0}^j \|A\|^{j-l} \|C\| \|\hat{w}_{k-N+l-1|k}\| \quad (7)$$

将式(7)代入式(6)中,并结合式(4),可得

$$\begin{aligned} \|\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k\| &\leq \beta' \|A^N\| \left(\sum_{j=0}^N \|\hat{v}_{k-N+j|k}\| + \sum_{j=0}^N \left\| CA^j \bar{\mathbf{x}}_0 + \sum_{l=0}^{j-1} CA^{j-l-1} B \mathbf{u}_{k-N+l} - \hat{\mathbf{y}}_{k-N+j|k} \right\| \right) + \\ &\left\| \sum_{j=0}^N A^{N-j} \hat{w}_{k-N+j-1|k} \right\| \leq \beta' \|A\|^N \left(\sum_{j=0}^N \|\hat{v}_{k-N+j|k}\| + \sum_{j=0}^N \|C\| \sum_{l=0}^j \|A\|^{j-l} \|\hat{w}_{k-N+l-1|k}\| \right) + \\ &\left\| \sum_{j=0}^N A^{N-j} \hat{w}_{k-N+j-1|k} \right\| \leq \alpha \beta' \|A\|^N \sum_{j=0}^N (1 + \|C\| \sum_{l=0}^j \|A\|^{j-l} + A^{N-j} / \beta' A^N) = \alpha K \quad (8) \end{aligned}$$

其中

$$\alpha = \max_{j=0,1,\dots,N} \{ \|\hat{v}_{k-N+j|k}\|, \|\hat{w}_{k-N+j-1|k}\| \} K = \beta' \|A\|^N \sum_{j=0}^N (1 + \|C\| \sum_{l=0}^j \|A\|^{j-l} + A^{N-j} / \beta' A^N)$$

为了使 $\|\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k\| \rightarrow 0$, 应有 $\max_{j=0,1,\dots,N} \{ \|\hat{v}_{k-N+j|k}\|, \|\hat{w}_{k-N+j-1|k}\| \} \rightarrow 0$, 即

$$\eta \alpha \leq \eta \left(\sum_{j=k-N}^k \|\hat{v}_{j|k}\|_R + \|\hat{w}_{j-1|k}\|_Q \right)^{1/2} \leq \eta \sum_{j=k-N}^k (\hat{v}'_{j|k} R \hat{v}_{j|k} + \hat{w}'_{j-1|k} Q \hat{w}_{j-1|k})^{1/2} \quad (9)$$

$\eta = \min(\sqrt{\lambda_{\min}(R^{-1})}, \sqrt{\lambda_{\min}(Q^{-1})})$, 存在 $\rho > 0, \epsilon > 0$, 若满足 $0 < \rho \leq (\epsilon/K)^2$, 则当 $\sum_{j=k-N}^k \hat{v}'_{j|k} R \hat{v}_{j|k}$

$+ \hat{w}'_{j-1|k} Q \hat{w}_{j-1|k} \leq \rho$, $\|\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k\| \leq \frac{K}{\eta} (\eta \alpha) \leq \frac{K}{\eta} \left(\eta \frac{\epsilon}{K} \right) \leq \epsilon$, 即当 $\sum_{j=k-N}^k \hat{v}'_{j|k} R \hat{v}_{j|k} + \hat{w}'_{j-1|k} Q \hat{w}_{j-1|k} \leq$

$\rho \rightarrow 0$, 则 $\|\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k\| \leq \epsilon$.

证毕.

3 滚动时域状态反馈预测控制算法实现

在分析了滚动时域估计收敛性的基础上,设计混杂系统带有滚动时域状态反馈的预测控制器结构如图 1 所示.

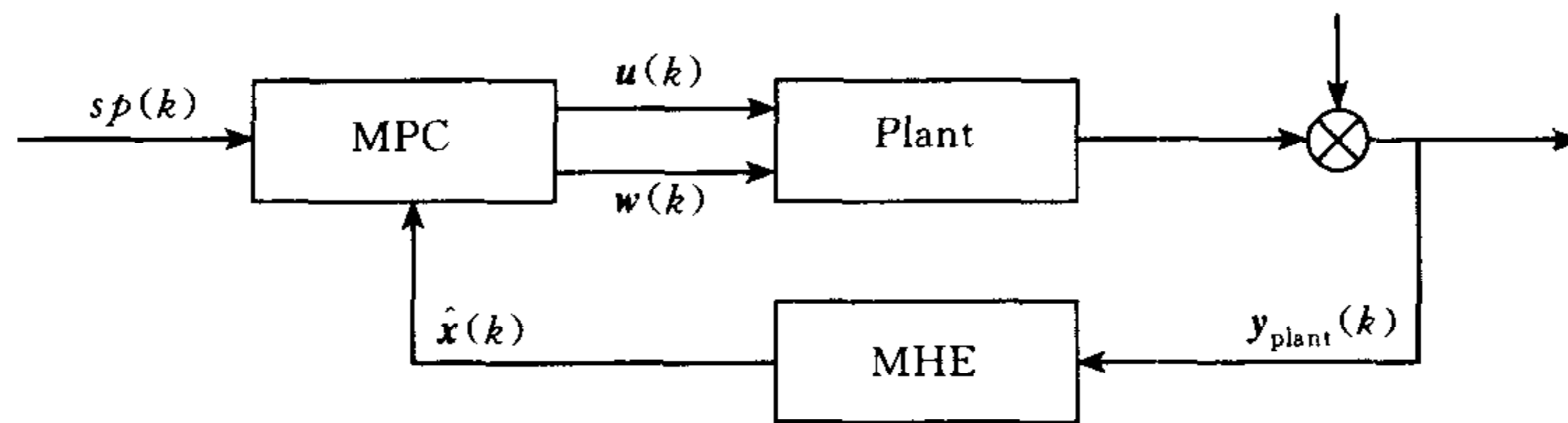


图 1 滚动时域状态反馈预测控制系统结构图

Fig. 1 Structure of model predictive control based on moving horizon state estimation

根据估计器与控制器设计分离原则,算法实施步骤如下:

Step 1. 初始条件 1) 预测控制器参数 P (预测时域), M (控制时域), sp, Ω (控制加权), Λ

(输出加权), 约束 $u_{\min}, u_{\max}, y_{\min}, y_{\max}, x_{\min}, x_{\max}$; 2) MHE 参数 R (输出干扰加权), Q (过程干扰加权);

Step 2. 利用已知的量测数据设计 MHE, 得到 k 时刻的最优状态估计值 $\hat{x}_{k|k}$;

Step 3. 将 $\hat{x}_{k|k}$ 带入基于 MLD 模型的预测控制器设计中, 预测控制的性能指标设为

$$\min_{\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+M-1)} J = \sum_{t=0}^{M-1} \|\Delta u(k+t)\|_{\Omega}^2 + \sum_{j=1}^P \|y(k+j) - sp(k+j)\|_{\Lambda}^2$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \text{MLD 模型 } u_{\min} \leq u(k+j) \leq u_{\max}, & j = 0, 1, \dots, M-1 \\ \Omega = \Omega' > 0, \Lambda = \Lambda' \geq 0, y_{\min} \leq y(k+i) \leq y_{\max}, & i = 1, 2, \dots, P \end{cases} \quad (10)$$

将 MLD 系统的状态运动方程和输出方程代入预测控制器性能指标中, 形成如下所示的标准混合整数二次规划^[9] (公式中各矩阵的具体推导过程这里略去);

Step 4. 当 $k=k+1$, 返回 Step 2

$$J = \min_U \frac{1}{2} (\Delta u)^T H (\Delta u) + 2f^T (\Delta u)$$

$$\text{s. t. } G(\Delta u) \leq W + Sx(k)$$

$$H = \Omega + S_{uy}^T \Lambda S_{uy}, \quad f = 2(S_{xy}x(k) - sp)^T \Lambda S_{uy} \quad (11)$$

4 数值仿真

以二阶分段线性系统为例, 说明基于滚动时域状态反馈预测控制算法的有效性.

$$x(k+1) = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0.02 & -0.3464 \\ 0.3464 & 0.02 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) + w(k), & \text{if } x_1(k) \geq 0 \\ \begin{bmatrix} 0.02 & 0.3464 \\ -0.3464 & 0.02 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) + w(k), & \text{if } x_1(k) < 0 \end{cases}$$

$$y(k) = [1 \ 0]x(k) + v(k), \quad [-1 \ 1]^T \leq X(k) \leq [1 \ 1]^T, \quad u(k) \in [-1 \ 1] \quad (12)$$

引入逻辑变量 $\delta(k)$: $[\delta(k)=1] \leftrightarrow [1 \ 0]x(k) \geq 0$ 和辅助变量 $z(k)$. 将式(12)可化为 MLD 形式^[3]. 控制器参数设计为 $M=1, P=3, \Lambda=1.77, \Omega=[1, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01]$, $Q=0.5I_2, R=0.5$.

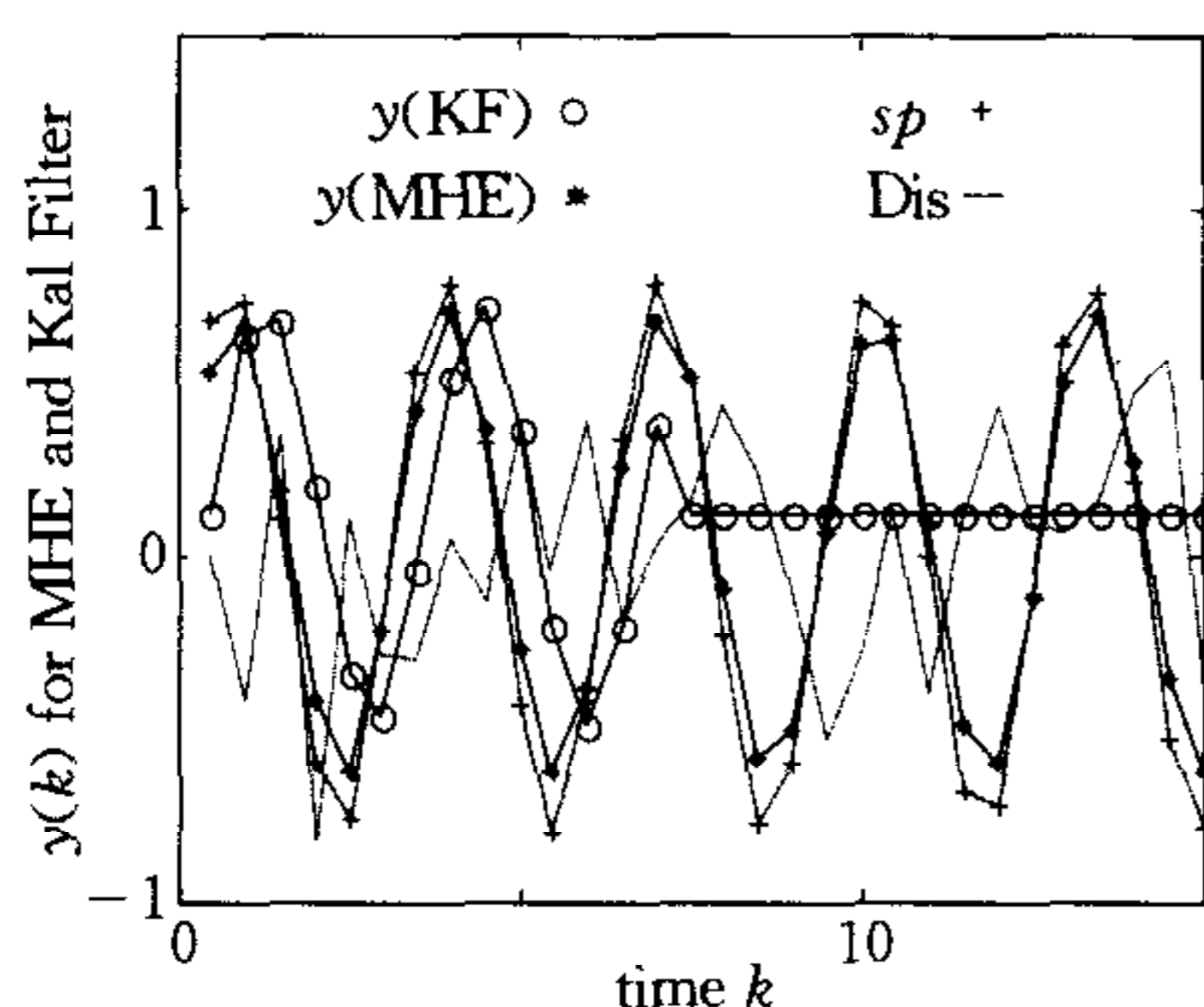


图 2 $x_0 = [1 \ -1]$, $sp = 0.8\sin(t)$ 时系统响应
Fig. 2 System response with $x_0 = [1 \ -1]$,
 $sp = 0.8\sin(t)$

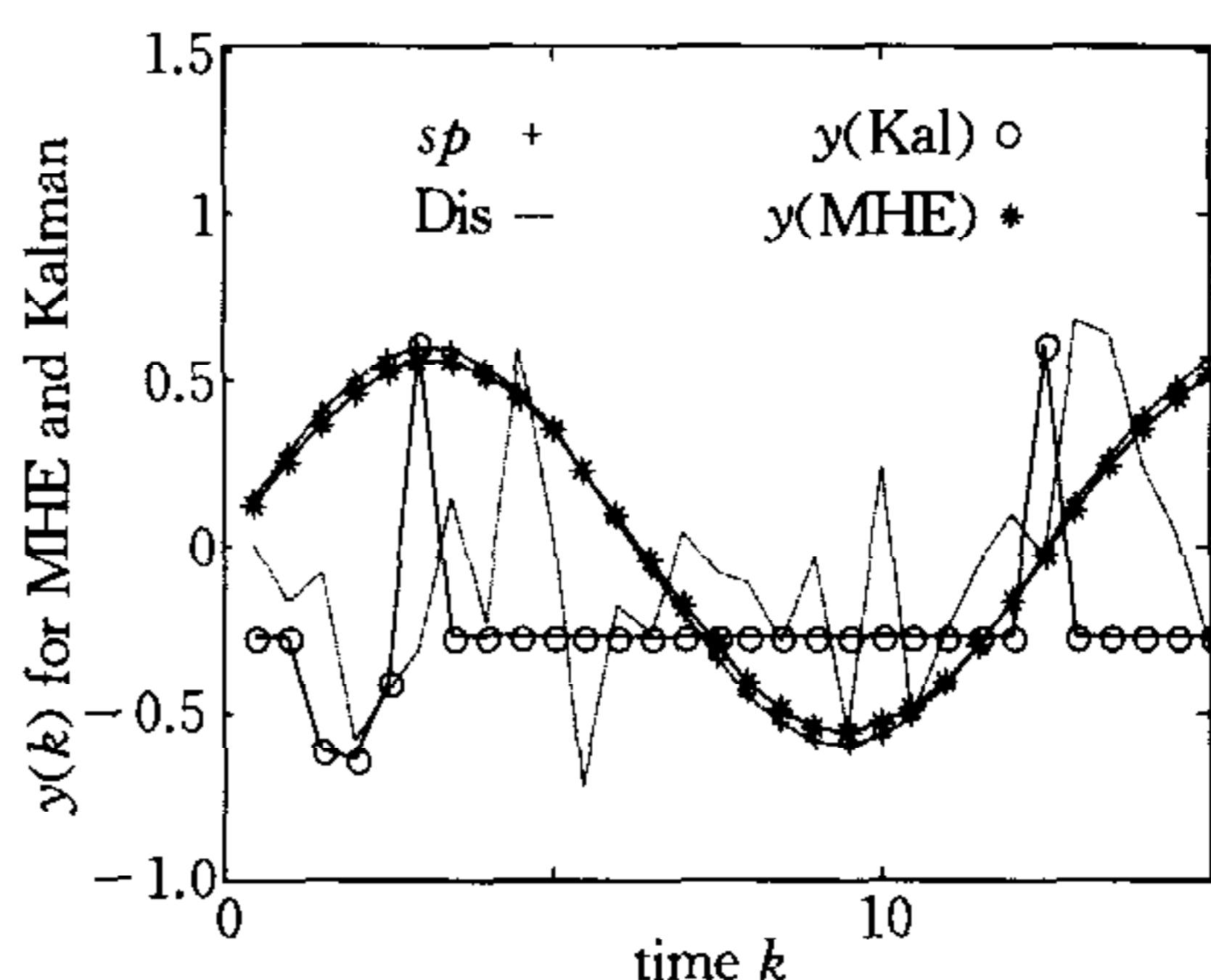


图 3 $x_0 = [0 \ 0]$, $sp = 0.5\sin(t/8)$ 时系统响应
Fig. 3 System response with $x_0 = [0 \ 0]$,
 $sp = 0.5\sin(t/8)$

5 结论

本文分析了混杂系统基于混合逻辑动态建模机理,设计了混杂系统基于混合逻辑动态滚动时域状态反馈预测控制,并对估计器的收敛性进行了分析.滚动时域状态估计能处理具有不可知统计特性的噪声干扰及估计状态含有约束条件的情况.在对状态含有约束条件的系统设计预测控制策略时,系统关键状态的估计将直接影响到控制器的效果.采用 MHE 的状态反馈预测控制能得到更为准确的状态估计值,为控制器的设计提供了保证.

References

- 1 Antsaklis P J. Special issue on hybrid systems: theory and applications a brief introduction to the theory and applications of hybrid systems. In: Proceeding of the IEEE Conference, 2000, **88**(7):879~887
- 2 Dimitriadis V D, Shah N. Optimal design of hybrid controllers for hybrid process systems. *Lecture Notes on Computers and Science*, 1997, 244~257
- 3 Bemporad A, Morari M. Control integrity the logic dynamics and constraints. *Automatica*, 1999, **35**(2):407~427
- 4 Muske K R, Rawings J B. Nonlinear moving horizon state estimation. In: Berber R Ed. *Methods of Model Process Control*. Kluwer Academic Publishers; 1995. 349~365
- 5 Rao C V, Rawings J B. Constrained process monitoring: Moving-horizon approach. *AIChE Journal*, 2002, **48**(1):97~109
- 6 Bemporad A, Migenone D. Moving horizon estimation for hybrid systems and fault detection. In: Proceedings of the 1999 American Control Conference. San Diego, California; 1999. 2471~2475
- 7 Muske K R, Rawings J B, Rao, Lee J H. Receding horizon recursive state estimation. In: Proceedings of the 1993 American Control Conference. Georgia; 1993. 900~904
- 8 Rao C V, Rawings J B. Constrained linear state estimation-a moving horizon approach. *Automatica*, 2001, **37**(5): 1619~1628
- 9 Lazimy R. Mixed integer quadratic programming. *Mathematical Programming*, 1985, **22**:332~349

李秀改 中国科学院自动化研究所控制工程中心博士研究生.从事混杂动态系统的建模和控制方法研究.

(**LI Xiu-Gai** Ph. D. candidate of Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. Research directions focus on modeling methods and control strategy for hybrid system.)

高东杰 研究员、博士生导师.主要研究方向为多变量预测控制、系统辨识、自适应控制等.

(**GAO Dong-Jie** Research fellow of Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. Research fields major in multivariable predictive control, system identification and adaptive control.)