

# 具有混合动态约束的 生产系统优化调度新算法<sup>1)</sup>

翟桥柱 管晓宏 郭燕 孙岚 范炜

(西安交通大学系统工程研究所制造系统国家重点实验室 西安 710049)

(E-mail: qzzhai@sei.xjtu.edu.cn)

**摘要** 研究具有混合动态约束的生产系统优化调度问题. 在 Lagrange 松弛法框架下, 求解包含混合动态约束的子问题仍然十分复杂, 许多算法只能求得子问题的近似解, 降低了 Lagrange 松弛法的有效性. 文中提出了一种新的离散状态定义方法, 解除了子问题中离散决策变量与连续决策变量的耦合, 在此基础上结合动态规划思想, 提出了一种新算法, 在保证整体最优性的前提下, 可以同时离散和连续状态分别寻优. 对算法复杂性进行了初步分析, 新算法效率高且可以得到子问题的精确解. 电力系统调度问题的数值算例验证了新算法的有效性.

**关键词** 生产调度, Lagrange 松弛法, 动态规划, 混合系统

**中图分类号** N94

## A New Method for Production Scheduling with Hybrid Dynamic Constraints

ZHAI Qiao-Zhu GUAN Xiao-Hong GUO Yan SUN Lan Fan Wei

(Systems Engineering Institute, SKLMS Laboratory, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

(E-mail: qzzhai@sei.xjtu.edu.cn)

**Abstract** A class of scheduling problems with hybrid dynamic constraints is studied. Even under the Lagrangian relaxation framework, solving the subproblems with hybrid dynamic constraints is still difficult and almost all existing methods can only obtain sub-optimal dual solutions. This will reduce the effectiveness of the Lagrangian relaxation approach. This paper presents a new method for defining the discrete and continuous state spaces so that the discrete decision variables and the continuous decision variables can be decoupled. A scheme is presented to solve the subproblems with hybrid dynamic constraints where the discrete optimization and continuous optimization can be conducted separately with overall optimality guaranteed. Complexity analysis and numerical testing for a power generation scheduling problem show the new method is efficient and effective.

**Key words** Production scheduling, Lagrangian relaxation, dynamic programming, hybrid system

1) 国家杰出青年科学基金(6970025)、国家自然科学基金重点项目(59937150)以及国家 863 计划(2001AA413910)的资助项目

Supported by National Outstanding Youth Science Foundation of P. R. China(6970025), National Natural Science Foundation of P. R. China(59937150) and National "863" Project(2001AA413910)

收稿日期 2002-10-28 收修改稿日期 2003-03-20

Received October 28, 2002; in revised form March 20, 2003

## 1 引言

生产优化调度的目的是合理安排生产资源,以降低成本、节约能源.很多生产调度问题是 NP 完全的,对于实际系统,几乎不可能求解最优调度.然而,这类问题通常具有可分结构,利用此特点,有可能找到有效的次优调度方法.近几年的研究表明拉格朗日松弛法是求解具有可分结构问题的最有效算法之一<sup>[1~3]</sup>.

然而,对于电力、化工生产中的一类调度问题,即便在拉格朗日松弛框架下,具有混合动态约束的子问题求解仍十分复杂.文献[2]引入一组乘子松弛连续动态约束,再用松弛法解子问题;文献[4]将连续状态离散化后用动态规划法求解;文献[3,5,6]通过再引入一组冗余约束及乘子后求解.以上都是近似方法,不但增加了子问题求解计算量,且不能保证解的质量.文献[7,8]中去掉离散动态约束并假定问题具有凸性后求解,作者将该方法扩展到了具有离散动态约束的调度问题<sup>[9]</sup>,但凸性假设使方法的适用范围受到限制,且对连续动态约束的处理未能充分利用问题结构特性而导致计算过程较复杂.

本文通过对混合动态约束的分析,提出了一种新的状态划分法,将子问题的离散变量与连续变量的优化过程解耦.首先应用动态规划确定最优的连续决策变量,然后再利用动态规划法确定最优的离散状态和控制.新方法可精确求解子问题,且可扩展到非凸目标函数的调度问题.复杂性分析表明新方法计算量较小,对实际电力系统优化调度问题的计算结果也验证了新方法的有效性.

## 2 问题描述与拉格朗日松弛法

考虑有  $I$  套生产设备的系统,调度周期为  $T$  个时段,本文所考虑的生产调度问题为

$$\min \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T [C_i(x_i^t) + S_i(z_i^t, v_i^t)] \quad (1)$$

式中  $x_i^t$  和  $z_i^t$  分别是设备  $i$  在第  $t$  时段内的连续和离散状态变量,  $v_i^t \in \{1, -1\}$  为控制设备开关的离散变量,  $x_i^t$  为产量,  $C_i(x_i^t)$  为相应的生产成本,  $S_i(z_i^t, v_i^t)$  为离散状态转换引起的费用(开关机费用).调度问题的约束可分为系统约束与设备约束两类.系统约束主要包括

$$\sum_{i=1}^I x_i^t = X_d^t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^I r_i(x_i^t) \leq X_r^t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (3)$$

其中  $X_d^t$  为第  $t$  时段的产量要求,  $r_i(x_i^t)$  是设备  $i$  在第  $t$  时段内消耗的原料(或表示电力调度中的备用,但不等号相反),  $X_r^t$  是原料限制(或系统备用需求).设备约束主要包括:

连续状态方程(其中  $u_i^t$  为连续控制变量)

$$x_i^{t+1} = x_i^t + u_i^t \quad (4)$$

离散状态方程通常表示设备开机时间( $z_i^t$ 取正值)或关机时间( $z_i^t$ 取负值)的演变

$$z_i^{t+1} = \begin{cases} z_i^t + v_i^t, & \text{若 } z_i^t v_i^t > 0 \\ v_i^t, & \text{否则} \end{cases} \quad (5)$$

连续状态约束通常表示生产能力限制,其中 $\underline{x}_i^t, \bar{x}_i(t)$ 分别为设备的最小和最大输出量

$$\begin{cases} x_i^t = 0, & \text{若 } z_i^t < 0 \\ \underline{x}_i^t \leq x_i(t) \leq \bar{x}_i^t, & z_i^t > 0 \end{cases} \quad (6)$$

连续控制变量约束表示设备输出变化能力,其中 $\Delta_i$ 为设备输出变化率上限

$$|u_i^t| \leq \Delta_i, \quad \text{若 } z_i^t > 0, z_i^{t+1} > 0 \quad (7)$$

离散控制变量约束表示对设备开关机的限制,其中 $\bar{\tau}_i, \underline{\tau}_i$ 分别为最小开、关机时间

$$v_i^t = \begin{cases} 1, & 1 \leq z_i^t < \bar{\tau}_i \\ -1, & -\underline{\tau}_i < z_i^t \leq -1 \\ 1 \text{ 或 } -1 \text{ 中的任何值,} & \text{否则} \end{cases} \quad (8)$$

换一角度看,生产调度问题(1)~(8)也可认为是一个具有混合变量和约束的最优控制问题,对给定的系统初始状态求出各时刻的最优控制变量.

对问题(1)~(8),在 Lagrange 松弛法框架下引入对偶函数如下:

$$L(\lambda, \mu) = \min_{u_i^t, v_i^t} \sum_{i,t} [C_i(x_i^t) + S_i(z_i^t, v_i^t)] + \sum_{t=1}^T \lambda^t (X_d^t - \sum_{i=1}^I x_i^t) + \sum_{t=1}^T \mu^t (\sum_{i=1}^I r_i(x_i^t) - X_r^t) \quad (9)$$

其中求极小时要满足式(4)~(8)五个约束, $\lambda = [\lambda^1, \lambda^2, \dots, \lambda^T]$ 和 $\mu = [\mu^1, \mu^2, \dots, \mu^T]$ 分别是对应于约束(2)和(3)的乘子向量.在此基础上,式(1)~(8)的对偶问题可描述为

$$L^* = \max_{\mu \geq 0, \lambda} L(\lambda, \mu) \quad (10)$$

不难看出,式(9)可分解为

$$L(\lambda, \mu) = \sum_{t=1}^T [\lambda^t X_d^t - \mu^t X_r^t] + \sum_{i=1}^I L_i(\lambda, \mu) \quad (11)$$

其中

$$L_i(\lambda, \mu) = \min_{u_i^t, v_i^t} \sum_{t=1}^T [C_i(x_i^t) + S_i(z_i^t, v_i^t) - \lambda^t x_i^t + \mu^t r_i(x_i^t)] \quad (12)$$

为第 $i$ 个子问题,求解时受式(4)~(8)约束.通常用次梯度法迭代求解对偶问题(10).

### 3 新的状态划分思想——离散控制变量与连续控制变量解耦

若无连续控制约束(7)(即 $\Delta_i = +\infty$ ),则用动态规划法可精确求解子问题(12)<sup>[2,3,5,6]</sup>,算法基于图1左半部分所示状态转移图<sup>[2]</sup>,图中左、右两列圆圈分别表示设备 $i$ 在第 $t$ 时段、第 $t+1$ 时段内的可能离散状态;圆圈左边的数字表示在该状态时 $z_i^t$ 或 $z_i^{t+1}$ 的取值.因无约束(7),每一离散状态对应的最优连续状态唯一,即若 $z_i^t > 0$ ,则相应的最优连续状态为

$$\begin{aligned} x_i^{*t} &= \arg \min C_i(x_i^t) - \lambda^t x_i^t + \mu^t r_i(x_i^t) \\ \text{s. t. } & \underline{x}_i^t \leq x_i^t \leq \bar{x}_i^t \end{aligned} \quad (13)$$

由此可得设备 $i$ 处于开机状态的最优费用,处于关机状态时由约束(6)可知状态费用为0.离散状态转换引起的费用 $S_i(z_i^t, v_i^t)$ 与图中的有向线段对应.在状态转移图上根据标明的费用按动态规划法求解,即可得子问题的精确解.

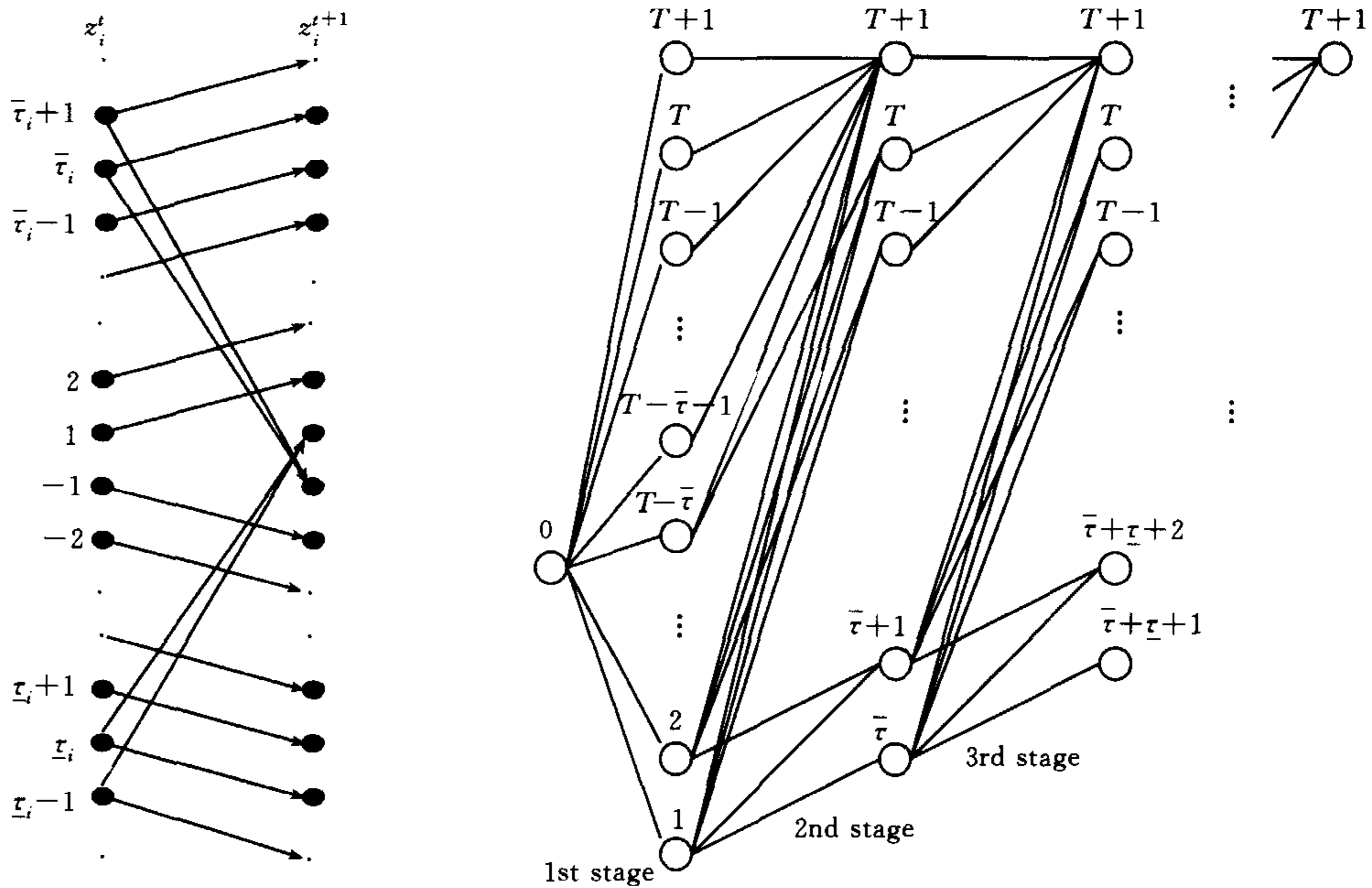


图 1 旧、新状态转移图

Fig. 1 The Old and New State Transition Diagrams

若有约束(7),则在连续的若干个开机时段内,连续状态变量互相关联,式(13)已不适用,若沿用此状态转移图,则子问题的最优解无法用动态规划法得到.为此,本文提出按离散控制变量的变化来划分阶段,此时新的状态转移图如图 1 右半部分所示(为方便,假定设备初始时处于关机状态且已关够最小关机时间,其余情况下状态转移图的建立过程类似).

在新状态转移图中,每个表示状态的圆圈上的数字对应一个时段编号.由于初始时设备已关够最小关机时间,故最早的可开机时段是时段 1.既然时段 1 可作为第 1 次开机时段,其余时段均可作为第 1 次开机时段.另外,设备  $i$  可以一直不开机,为容纳这种决策,在图中加入一个时段,编号为  $T+1$ ,因此第 1 阶段的所有决策含义已明确(每个决策对应一条线段).接下来是第 2 阶段,以第一次开机操作发生在第 2 时段为例,由于约束(8)表明设备必须开够最小开机时间,所以至少要开到第  $\bar{\tau}_i+1$  时段才能关机,当然也可以开到更晚的时段再关机,还可以一直不关,所有这些决策就是图中第 2 阶段以时段 2 为起点的线段的含义.其余决策可做类似理解.依此类推,第 3 阶段决定第 2 次开机何时进行,第 4 阶段决定第 2 次关机何时进行,等等.

综上所述,新状态转移图中任一策略(首尾相接的决策链)对应了一种可能的开关机操作序列,反之亦真,故只要求得每个决策的费用,则用动态规划法易得设备  $i$  的最优离散状态序列.新图实现了连续量与离散量的解耦.在新图中,每个决策对应一个开关机区间,关机区间决策的费用为相应的离散状态转换费用(相应于关机区间之后的开机操作费用),开机区间决策费用计算放在下节讨论,在其计算中顺便求出了对应于区间的最优连续控制变量.在开机区间内,按已计算好的最优连续控制变量确定最优连续状态就完全解决了子问题.

## 4 连续控制变量优化及计算复杂性

假定  $T_1 \rightarrow T_2$  对应于一个开机区间决策, 由式(12)知决策费用为离散状态转换费用(相应于开机区间之后的关机操作费用, 此项费用易计算)与下述连续优化问题的最优值之和

$$\min \sum_{t=T_1}^{T_2} f_i^t(x_i^t) \quad (14)$$

其中  $f_i^t(x_i^t) = C_i(x_i^t) - \lambda^t x_i^t + \mu^t r_i(x_i^t)$ , 所受约束包括

$$\text{s. t. } x_i^{t+1} = x_i^t + u_i^t, \quad t = T_1, \dots, T_2 - 1 \quad (15)$$

$$|u_i^t| \leq \Delta_i, \quad t = T_1, \dots, T_2 - 1 \quad (16)$$

$$\underline{x}_i^t \leq x_i^t \leq \bar{x}_i^t, \quad t = T_1, \dots, T_2 \quad (17)$$

用动态规划法对式(14)~(17)求解, 首先递归定义出发费用函数如下:

$$g_i^t(x_i^t) = \min_{u_i^t, \dots, u_i^{T_2-1}} \sum_{k=t}^{T_2} f_i^k(x_i^k) = f_i^t(x_i^t) + \min_{u_i^t} g_i^{t+1}(x_i^{t+1}) \quad (18)$$

上式的极小化受式(16), (17)约束. 考虑到式(15), 记

$$h_i^t(x_i^t) = \min_{u_i^t} g_i^{t+1}(x_i^{t+1}) \quad (19)$$

于是

$$g_i^t(x_i^t) = f_i^t(x_i^t) + h_i^t(x_i^t) \quad (20)$$

由此可得问题(14)~(17)的动态规划递推算法如下:

**Step 1.** 反向递推, 置  $g_i^{T_2}(x_i^{T_2}) = f_i^{T_2}(x_i^{T_2})$ , 对  $t = T_2 - 1, T_2 - 2, \dots, T_1$ , 由式(20)求得  $g_i^t(x_i^t)$ ;

**Step 2.** 正向递推, 置  $x_i^{*T_1} = \arg \min g_i^{T_1}(x_i^{T_1})$ , 其中  $x_i^{T_1}$  受式(17)约束, 对  $t = T_1, T_1 + 1, \dots, T_2 - 1$ , 依次在式(19)中置  $x_i^t$  为  $x_i^{*t}$ , 求得式(19)的最优解为  $u_i^{*t}$ , 置  $x_i^{*(t+1)} = x_i^{*t} + u_i^{*t}$ .

在上述算法的第一步, 要得到出发费用函数  $g_i^t(x_i^t)$  的表达式. 若  $C_i(\cdot), r_i(\cdot)$  均为凸的分段线性函数, 则可证  $g_i^t(\cdot)$  也是凸分段线性函数<sup>[7]</sup>, 所以只需确定其转折点.

**引理 1.** 若  $C_i(\cdot)$  和  $r_i(\cdot)$  均为凸、连续的分段线性函数, 则对所有  $t, g_i^t(\cdot)$  也是连续的分段线性凸函数<sup>[7]</sup>.

下文总假定  $C_i(\cdot)$  和  $r_i(\cdot)$  为凸、连续的分段线性函数. 约束(15)~(17), (19)的严格描述为

$$h_i^t(x_i^t) = \min_{u_i^t} g_i^{t+1}(x_i^t + u_i^t) \quad (21)$$

$$\text{s. t. } \underline{x}_i^{t+1} \leq x_i^t + u_i^t \leq \bar{x}_i^{t+1} \quad (22)$$

$$-\Delta_i \leq u_i^t \leq \Delta_i \quad (23)$$

对于  $x_i^t$  的不同取值, 上述问题的最优解和最优目标函数值随其变化. 要保证问题可行, 必须限制  $x_i^t$  的取值. 实际上若  $x_i^t > \bar{x}_i^{t+1} + \Delta_i$  或  $x_i^t < \underline{x}_i^{t+1} - \Delta_i$  时, 上述问题不可行. 另外,  $x_i^t$  的变化范围还受式(17)的限制. 不失一般性, 置  $x_i^t$  的上下限为

$$\bar{x}_i^t = \min\{\bar{x}_i^{t+1} + \Delta_i, \bar{x}_i^t\}, \quad \underline{x}_i^t = \max\{\underline{x}_i^{t+1} - \Delta_i, \underline{x}_i^t\} \quad (24)$$

即  $x_i^t$  必须取自对应所有可行解的子集. 新的上下限定义使得只要  $x_i^t$  在自己的上下限间变

化,则式(21)~(23)总有可行解.下文假定对本开机区间内各时段的连续状态变量上下限均按式(24)反向递推地做了重新定义.若能证明  $h_i^t(\cdot)$  是分段线性凸函数,则式(20)表明  $g_i^t(\cdot)$  可通过两个分段线性凸函数之和计算.下述定理表明为获得  $h_i^t(\cdot)$  不需要直接对式(21)~(23)的决策变量  $u_i^t$  求解,而只需对  $g_i^{t+1}(\cdot)$  进行平移计算.

**定理 1.**  $h_i^t(x_i^t)$  是凸的连续的分段线性函数,且有

1) 若  $g_i^{t+1}(\cdot)$  在定义域内单调增,则

$$h_i^t(x_i^t) = \begin{cases} g_i^{t+1}(x_i^t - \Delta_i), & \text{若 } \underline{x}_i^{t+1} + \Delta_i \leq x_i^t \leq \bar{x}_i^{t+1} + \Delta_i \\ g_i^{t+1}(\underline{x}_i^{t+1}), & \text{若 } \underline{x}_i^{t+1} - \Delta_i \leq x_i^t < \underline{x}_i^{t+1} + \Delta_i \end{cases} \quad (25)$$

2) 若  $g_i^{t+1}(\cdot)$  在定义域内单调减,则

$$h_i^t(x_i^t) = \begin{cases} g_i^{t+1}(x_i^t + \Delta_i), & \text{若 } \underline{x}_i^{t+1} - \Delta_i \leq x_i^t \leq \bar{x}_i^{t+1} - \Delta_i \\ g_i^{t+1}(\bar{x}_i^{t+1}), & \text{若 } \bar{x}_i^{t+1} - \Delta_i < x_i^t \leq \bar{x}_i^{t+1} + \Delta_i \end{cases} \quad (26)$$

3) 若存在  $x^*$ , 使  $x \leq x^*$  时  $g_i^{t+1}(x)$  单调减, 而  $x \geq x^*$  时  $g_i^{t+1}(x)$  单调增, 则

$$h_i^t(x_i^t) = \begin{cases} g_i^{t+1}(x_i^t + \Delta_i), & \text{若 } \underline{x}_i^{t+1} - \Delta_i \leq x_i^t \leq x^* - \Delta_i \\ g_i^{t+1}(x^*), & \text{若 } x^* - \Delta_i < x_i^t < x^* + \Delta_i \\ g_i^{t+1}(x_i^t - \Delta_i), & \text{若 } x^* + \Delta_i \leq x_i^t \leq \bar{x}_i^{t+1} + \Delta_i \end{cases} \quad (27)$$

**证明.** 由式(24)可知,  $h_i^t(x_i^t)$  实际是  $g_i^{t+1}(\cdot)$  在区间  $[\underline{x}_i^{t+1}, \bar{x}_i^{t+1}]$  与  $[x_i^t - \Delta_i, x_i^t + \Delta_i]$  的交集上的最小值, 由前文分析知此最小值是参量  $x_i^t$  的函数. 由于  $g_i^{t+1}(\cdot)$  是凸函数, 根据凸函数的性质,  $g_i^{t+1}(\cdot)$  的单调性只可能有三种情况, 即单调增、单调减、先单调减再单调增. 相应于这三种情况,  $h_i^t(x_i^t)$  的计算公式分别为(25)~(27). 以第一种情况为例, 由于  $g_i^{t+1}(\cdot)$  单调增, 所以在区间  $[\underline{x}_i^{t+1}, \bar{x}_i^{t+1}]$  与  $[x_i^t - \Delta_i, x_i^t + \Delta_i]$  的交集上的最小值在左端点取得, 式(25)表达的正是此意; 式(26)和(27)的证明类似. 由于  $g_i^{t+1}(\cdot)$  的凸性以及式(25)~(27)三个公式只是对  $g_i^{t+1}(\cdot)$  进行平移和下饱和计算, 因而仍然是凸的. 注意, 由式(24)知, 在式(25)~(27)中  $x_i^t$  的所有可能取值均被考虑. 证毕.

若  $C_i(\cdot)$  和  $r_i(\cdot)$  非凸但仍为连续分段线性函数, 可证明  $g_i^t(\cdot)$  也是连续分段线性函数, 上述方法可推广后使用, 但计算过程较凸函数时复杂, 限于篇幅, 另文讨论.

对于一个决策(即一个开/关机区间), 其费用中总包含一个由离散状态转换引起的费用, 该项费用的计算只要代入函数  $S_i(z_i^t, v_i^t)$  的表达式即可, 在实际问题中函数  $S_i(z_i^t, v_i^t)$  通常是非常简单的. 主要的计算量是由问题(14)~(17)引起的, 它与开机区间决策费用有关.

在定理 1 给出的问题(14)~(17)的计算过程中, 只涉及对  $g_i^{t+1}(\cdot)$  的平移运算, 同结构动态规划法<sup>[7,8]</sup>相比, 不仅算法描述变得简单清晰且计算量也显著降低. 另外, 由式(25)~(27)可见, 分段线性函数  $h_i^t(\cdot)$  的分点数不超过  $g_i^{t+1}(\cdot)$  的分点数再加 1, 由此立即得到如下定理.

**定理 2.** 设分段线性函数  $f_i^t(x_i^t)$  的分点个数为  $m_i^t$ ,  $g_i^t(x_i^t)$  的分点个数为  $n_i^t$ , 则  $n_i^t \leq m_i^t + m_i^{t+1} + \dots + m_i^{T_2} + T_2 - t$ .

**证明.** 由定理 1 结论中三个公式可知连续分段线性函数  $h_i^t(x_i^t)$  的分点数目不超过  $g_i^{t+1}(x_i^{t+1})$  的分点数目  $n_i^{t+1}$  加 1, 又由式(20)知  $g_i^t(x_i^t)$  是  $f_i^t(x_i^t)$  与  $h_i^t(x_i^t)$  两个分段线性函数之和, 所以  $g_i^t(x_i^t)$  的分点数目不超过  $f_i^t(x_i^t)$  与  $h_i^t(x_i^t)$  的分点数目之和, 即  $n_i^t \leq m_i^t + n_i^{t+1} + 1$ , 对此式利用数学归纳法即可完成定理证明. 证毕.

定理 2 表明分点数目是线性增长的, 实际计算时分点数远小于定理 2 中给出的上界. 此外, 若  $T_0 \rightarrow T_2$  是另一个开机区间决策且  $T_0 < T_1$ , 则在计算  $T_1 \rightarrow T_2$  开机区间决策费用时的很多信息可重复利用, 因为若  $T_1 \leq t \leq T_2$ , 则  $g_i^t(x_i^t)$  对两个区间而言相同. 有些决策可能在很多阶段重复出现, 比如第 2 阶段的开机区间决策  $(T-\bar{\tau}) \rightarrow T$ , 它可能在第 4, 6, 8 等等阶段重复出现, 因此有关计算只需进行一次. 所有这些处理可减少很多计算量.

## 5 实例分析

新算法已用 Matlab 在 PIII667MHzPC 上实现, 并用一个电力系统短期优化调度问题<sup>[10]</sup>进行了测试. 该问题中有 10 台火电机组参与调度, 总时段为 24 小时, 原始数据见文献<sup>[10]</sup>. 为分析方便, 表 1 中仅列出了各机组的最小开关机时间  $\tau_i$ ,  $\bar{\tau}_i$  和输出功率变化上限  $\Delta_i$ .

表 1 各机组的参数 (单位 MW)  
Table 1 Parameters of units

机组编号 $i$	$\bar{\tau}_i$	$\tau_i$	$\Delta_i$ (MW)	机组编号 $i$	$\bar{\tau}_i$	$\tau_i$	$\Delta_i$ (MW)
1	8	13	355	6	3	5	60
2	8	13	355	7	3	5	60
3	5	9	40	8	1	1	45
4	5	9	40	9	1	1	45
5	6	10	137	10	1	1	45

表 2 中给出了新算法得到的对偶解, 为节省篇幅, 表中仅列出了机组 4 和 5 的  $x_i^t$  取值, 其它状态变量与控制变量的值由约束方程(4)~(8)不难得到. 对比表 1 和表 2 可知对偶解满足连续控制变量约束(7). 表中  $x_i^t = 0$  表示机组处于关机状态. 解费用和求解时间见表 3. 从表 3 可见, 对偶间隙只有 0.9%, 即无论用其它任何方法寻找的可行调度方案都不可能把生产费用再降低 0.9%. 这主要是由于新方法找到的对偶解不是近似的, 而是精确的, 从而对偶解更接近于原问题的最优解. 从计算时间看, 似乎比较长, 这主要是由 Matlab 语言本身特性造成的, 将该算法用 C++ 实现后, 求解同样的问题在同一台机器上所需时间不到 2s. 目前, 该算法已被用于大规模电力系统调度软件包, 经大量实际问题测试表明算法非常有效.

表 2 对偶解  $x_i^t$  (单位 MW)  
Table 2 Dual solution of the system

$t$	机组 4	机组 5	$t$	机组 4	机组 5	$t$	机组 4	机组 5
1	0	0	9	130	100.35	17	130	25
2	0	0	10	130	162	18	130	25
3	0	0	11	130	162	19	130	31.85
4	20	0	12	130	162	20	130	162
5	60	0	13	130	162	21	130	100.35
6	100	0	14	130	100.35	22	130	0
7	130	0	15	130	38.7	23	130	0
8	130	52.4	16	130	25	24	130	0

表 3 实例计算结果  
Table 3 Results for the example

对偶解费用(美元)	可行解费用(美元)	对偶间隙(%)	CPU 时间(s)
563484.00	568639.31	0.9066	435

## 6 结论

对具有复杂混合动态约束的生产系统调度问题,目前广泛采用的 Lagrange 松弛法在求对偶解时只能得到近似解.本文仔细分析了现有离散状态定义的缺陷,提出了一种新的离散状态变量划分法,消除了离散变量与连续变量的耦合.应用动态规划思想,提出了一种可以精确求解子问题的新算法,解决了长期存在的计算效率和精度的矛盾.电力系统调度的实例测试表明新算法非常有效.

### References

- 1 Wang Zhao-Hui, Chen Hao-Xun, Hu Bao-Sheng. Scheduling for batch chemical process using lagrangian relaxation-based approach. *Acta Automatica Sinica*, 1998, **24**(1):1~8(in Chinese)
- 2 Guan X, Luh P B, Yan H. An optimization-based method for unit commitment. *International Journal of Electric Power & Energy Systems*, 1992, **14**(1):9~17
- 3 Svoboda A J, Tseng C L, Li C, Johnson R B. Short-term resource scheduling with ramp constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1997, **12**(1):77~83
- 4 Bard J F. Short-term scheduling of thermal-electric generators using lagrangian relaxation. *Operations Research*, 1988, **36**(5):756~766
- 5 Lai S Y, Baldic R. Unit commitment with ramp multipliers. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1999, **14**(1):58~64
- 6 Peterson W L, Brammer S R. A capacity based lagrangian relaxation unit commitment with ramp rate constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1995, **10**(2):1077~1084
- 7 Bannister C H, Kaye R J. A rapid method for optimization of linear systems with storage. *Operations Research*, 1991, **39**(2):220~232
- 8 Travers D, Kaye R J. Dynamic dispatch by constructive dynamic programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1998, **13**(1):72~78
- 9 Fan W, Guan X, Zhai Q. A new method for unit commitment with ramping constraints. *Electric Power Systems Research*, 2002, **63**(3):215~224
- 10 Kazarlis S A, Bakirtzis A G, Petridis V. A genetic algorithm solution to the unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1996, **11**(1):83~92

**翟桥柱** 博士研究生. 主要研究方向为生产系统优化调度、大系统优化理论及应用.

(**ZHAI Qiao-Zhu** Ph.D. candidate. His research interests include production systems scheduling, optimization of large systems.)

**管晓宏** 教授, 博士生导师, 长江特聘教授. 主要研究方向为生产系统优化调度、电力市场理论与应用.

(**GUAN Xiao-Hong** Cheung Kong Professor of System Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University. His research interests include production systems scheduling, theory of electric power market.)

**郭燕** 硕士研究生. 主要研究方向为生产系统优化调度.

(**GUO Yan** Master candidate. Her research interests include production systems scheduling.)

**孙岚** 硕士研究生. 主要研究方向为生产系统优化调度.

(**SUN Lan** Master candidate. Her research interests include production systems scheduling.)