

灵巧擦窗机器人非完整约束运动学方程及 镇定问题的研究¹⁾

张慧慧 李开生 费仁元

(北京工业大学机电学院 北京 100022)

(E-mail: jdkz@jdkz. sina. net)

摘要 详细推导了带约束连杆的双车体可重构灵巧擦窗机器人运动学方程,并在此基础上研究了整车体运动控制的反馈镇定问题.

关键词 擦窗机器人,非完整约束运动学方程,镇定

中图分类号 TP24

Research on Non-holonomic Constraint Kinematics Equations and Stabilization for the Window-Cleaning Robot

ZHANG Hui-Hui LI Kai-Sheng FEI Ren-Yuan

(Electromechanical Institute of Beijing Polytechnic University, Beijing 100022)

(E-mail: jdkz@jdkz. sina. net)

Abstract This paper researches into the non-holonomic constraint kinematics equation of the dexterous window-cleaning robot which has a two-vehicle structure with a linking stick. Based on this, the stabilization of feedback is proved for this special structure vehicle.

Key words Window-cleaning robot, non-holonomic constraint kinematics equation, stabilization.

1 引言

为了更加突出现代建筑的美感,阶梯状和弧面玻璃幕墙结构在很多场合得到了广泛应用.所谓阶梯状或弧面幕墙,实际上是由多个单块平板玻璃以一定方式组合而成.而现有的擦窗机器人对这种类型的玻璃幕墙无能为力.为此,北京航空航天大学机器人研究所开发了双车体可重构灵巧擦窗机器人^[1],以适应这种建筑风格变化的要求.由于这种擦窗机器人的

1) 国家“863”计划(863-512/9913-03)资助

Supported by National “863” Project(863-512/9913-03)

收稿日期 2001-06-27 收修改稿日期 2002-01-23

Received June 27, 2001; in revised form January 23, 2002

结构与单体车结构不同,因此有必要建立其位姿空间和非完整运动学方程,以及进行相关运动控制问题的研究.

单车体移动小车的非完整约束运动学方程和镇定问题已有许多文献介绍^[2~9]. 本论文仅涉及灵巧擦窗机器人 DCPM 和 DFPM 运动模式下这方面的问题,而 SCPM 运动模式下的运动学方程与普通单车体一致,这里就不再讨论.

2 灵巧擦窗机器人运动学模型建立

图 1 所示为灵巧擦窗机器人运动机构简图. $OXYZ$ 为参考坐标系,固定于玻璃壁面; $O_R X_R Y_R Z_R$ 为机器人附体坐标系,与后端连杆固连, X_R 为肘关节轴线; $O_B X_B Y_B Z_B$ 为机器人后车体附体坐标系, Z_B 为后腰关节旋转轴线; $O_F X_F Y_F Z_F$ 为机器人前车体附体坐标系, Z_F 为前腰关节旋转轴线; θ_F , θ_B 和 θ_E 分别为前、后腰关节和肘关节转角; Φ_{F1} , Φ_{F2} 和 Φ_{B1} , Φ_{B2} 分别为前、后车驱动轮转角; L 为连杆总长度, θ_L 为连杆与参考坐标系 X 轴方向的夹角; β 为玻璃壁面倾角. 根据腰关节锁定的状态,灵巧擦窗机器人的运动模式可以分为三种:双车吸附自由平面运动(DFPM)、双车吸附约束平面运动(DCPM)和单车吸附约束空间运动(SCPM). 由于 DCPM 状态下系统并不引入新的非完整约束,因此,DCPM 状态仅是 DFPM 状态的一种特例. 本文仅推导 DFPM 模式下的运动学模型.

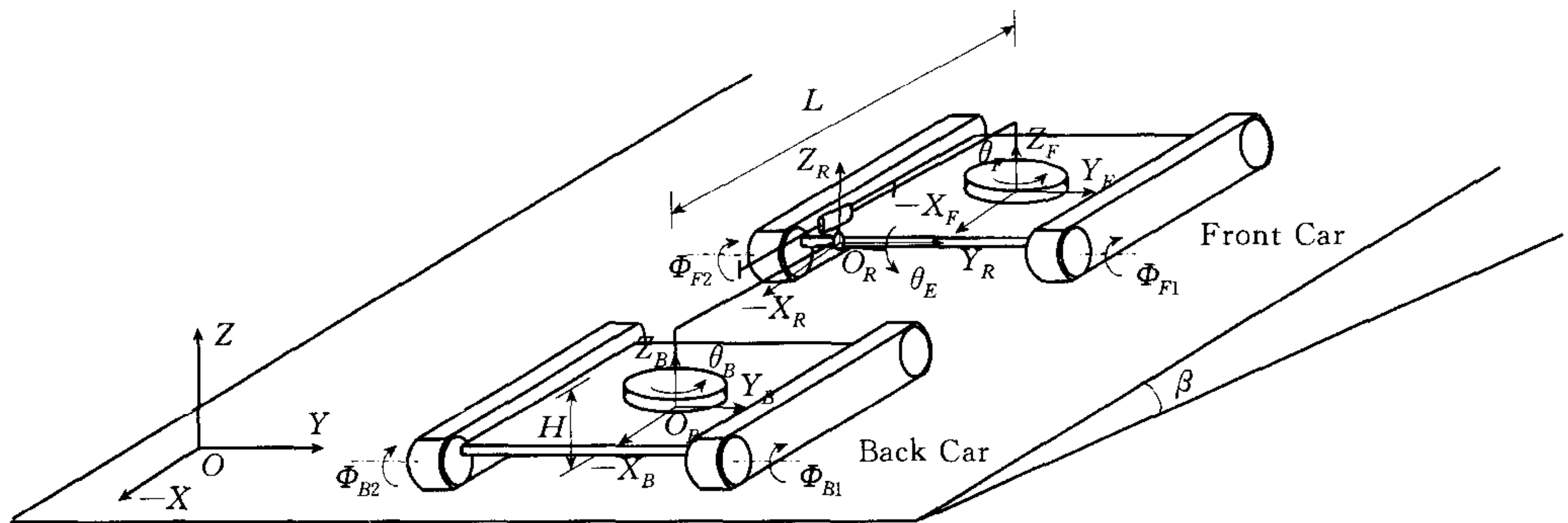


图 1 机器人坐标系

Fig. 1 Robot coordinate system

由图 1 可以写出机器人各约束方程如下.

1) 由连杆约束的完整约束方程

$$(x_{OF} - x_{OB})^2 + (y_{OF} - y_{OB})^2 = L^2 \quad (1)$$

或者

$$x_{OB} = x_{OF} - L \cdot \cos\theta_L \quad (2)$$

$$y_{OB} = y_{OF} - L \cdot \sin\theta_L \quad (3)$$

令 θ_L 是连杆与世界坐标系 X 轴正向的夹角,且逆时针为正,顺时针为负.

2) 由小车轮不能侧向移动的非完整约束方程

$$-\dot{x}_{OF} \sin\theta_F + \dot{y}_{OF} \cos\theta_F = 0 \quad (4)$$

$$-\dot{x}_{OB} \sin\theta_B + \dot{y}_{OB} \cos\theta_B = 0 \quad (5)$$

式(4)和(5)分别是前、后小车的非完整约束运动学方程.

3)由履带纵向不打滑条件,得到

$$\theta_F = \frac{r}{a}(\Phi_{F1} - \Phi_{F2}), \quad \theta_B = \frac{r}{a}(\Phi_{B1} - \Phi_{B2}) \quad (6), (7)$$

其中 a 为车体宽度, r 为驱动轮半径.

上面两式反映了 θ_F, θ_B 与 Φ_{F1}, Φ_{F2} 和 Φ_{B1}, Φ_{B2} 的线性关系. 实际的控制作用由后面 4 个量产生.

以变量 $\Phi_{F1}, \Phi_{F2}, \Phi_{B1}, \Phi_{B2}$ 为受控变量, 并取机器人系统的输入为

$$u_1 = \frac{r}{2}(\dot{\Phi}_{F1} + \dot{\Phi}_{F2}), \quad u_2 = \frac{r}{a}(\dot{\Phi}_{F1} - \dot{\Phi}_{F2}) \quad (8), (9)$$

$$u_3 = \frac{r}{a}(\dot{\Phi}_{B1} - \dot{\Phi}_{B2}), \quad u_4 = \frac{r}{2}(\dot{\Phi}_{B1} + \dot{\Phi}_{B2}) \quad (10), (11)$$

由以上各方程可以看出: 灵巧机器人的位姿实际上仅由 5 个独立的变量确定, 即

$$q = (x_{OF}, y_{OF}, \theta_F, \theta_B, \theta_L)^T \quad (12)$$

由于灵巧擦窗机器人的双体结构, 可以指定前车或后车为基准或参考, 化简后可以分别得到灵巧擦窗机器人整车非完整约束方程

$$\begin{cases} \dot{x}_{OF} = u_1 \cos \theta_F \\ \dot{y}_{OF} = u_1 \sin \theta_F \\ \dot{\theta}_F = u_2 \\ \dot{\theta}_B = u_3 \\ \dot{\theta}_L = \frac{1}{L} \frac{\sin(\theta_F - \theta_B)}{\cos(\theta_L - \theta_F)} u_4 \end{cases} \quad (13)$$

和

$$\begin{cases} \dot{x}_{OB} = u_4 \cos \theta_B \\ \dot{y}_{OB} = u_4 \sin \theta_B \\ \dot{\theta}_F = u_2 \\ \dot{\theta}_B = u_3 \\ \dot{\theta}_L = \frac{1}{L} \frac{\sin(\theta_F - \theta_B)}{\cos(\theta_L - \theta_F)} u_1 \end{cases} \quad (14)$$

如不特殊声明, 以下的讨论均以前车为参考即式(13)来进行.

按照文献[2]的方法, 构造零化 Pfaffian 约束的矢量场, 将 \dot{q} 写成控制形式, 有

$$\dot{q} = g_1(q)u_1 + g_2(q)u_2 + g_3(q)u_3 + g_4(q)u_4 \quad (15)$$

那么, 式(15)中各 $g_i(q)$ 有

$$g_1(q) = \begin{bmatrix} \cos \theta_F \\ \sin \theta_F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g_2(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g_3(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g_4(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\cos(\theta_F - \theta_B)}{L \sin(\theta_L - \theta_F)} \end{bmatrix} \quad (16)$$

3 灵巧擦窗机器人运动方程的标准化

为了将式(14)变换成标准链式形式,我们对位姿向量 Q 和控制向量 u 进行如下变换

$$\begin{cases} x_1 = x_{OF} \\ x_2 = \operatorname{tg}\theta_F \\ x_3 = y_{OF} \\ x_4 = \theta_B \\ x_5 = L\theta_L \end{cases}, \quad \begin{cases} v_1 = u_1 \cos\theta_F \\ v_2 = u_2 \sec^2\theta_F \\ v_3 = u_3 \\ v_4 = \frac{\sin(\theta_F - \theta_B)}{\cos(\theta_L - \theta_F)} u_4 \end{cases} \quad (17), (18)$$

通过上面两个变换,可以得到灵巧机器人的链式控制形式

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = v_1 \\ \dot{x}_2 = v_2 \\ \dot{x}_3 = x_2 \cdot v_1 \\ \dot{x}_4 = v_3 \\ \dot{x}_5 = v_4 \end{cases} \quad (19)$$

式(19)可以改写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sec^2\theta_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sin(\theta_F - \theta_B)}{\cos(\theta_L - \theta_F)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (20)$$

变换矩阵行列式为

$$\begin{vmatrix} \cos\theta_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sec^2\theta_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sin(\theta_F - \theta_B)}{\cos(\theta_L - \theta_F)} \end{vmatrix} = \frac{\sin(\theta_F - \theta_B)}{\cos(\theta_L - \theta_F) \cos\theta_F} \quad (21)$$

显然,如果 $\theta_F \neq \theta_B$, 且 $\theta_L - \theta_F \neq \pm 90^\circ$, 则式(21)的变换就属于非奇异变换. $\theta_F = \theta_B$ 表明,前后两车的姿态一样,此时应保证 $u_4 = u_1$, θ_F , θ_B 和 θ_L 保持不变,也即相当于各腰关节处于锁定状态,双车运动学模型转化为单车模型. $\theta_L - \theta_F = \pm 90^\circ$ 表示前车纵向轴线与连杆成直角,此时前车只能绕连杆的另一端作圆周运动. 通常情况下,这种状态是不稳定的,即前后车的进一步运动可以打破这种状态.

4 灵巧擦窗机器人非完整约束的镇定问题

移动机器人的反馈镇定是指:对于任意给定的初始状态 $(x_{10}, x_{20}, x_{30}, x_{40}, x_{50})$ 和终点状态 $(x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, x_{4t}, x_{5t})$, 寻找反馈控制 u 使得系统(14)从初始状态运动至终点状态. 通常为了使分析简化,假定终点状态为零态,即

$$(x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, x_{4t}, x_{5t}) = (0, 0, 0, 0, 0).$$

此时, 镇定问题可以叙述为: 对于任意给定的初始状态 $(x_{10}, x_{20}, x_{30}, x_{40}, x_{50})$, 寻找反馈控制 u 使得系统(14)从初始状态运动至零态 $(0, 0, 0, 0, 0)$.

对方程组(19), 分别选定 v_1, v_3, v_4 为如下形式

$$\dot{x}_1 = v_1 = -k_1 x_1, \quad \dot{x}_4 = v_3 = -k_3 x_4, \quad \dot{x}_5 = v_4 = -k_4 x_5 \quad (22), (23), (24)$$

这里 k_1, k_3, k_4 为大于 0 的实数. 解上面方程, 得

$$x_1 = x_1(0)e^{-k_1 t}, \text{ 显然当 } k_1 > 0 \text{ 时, 随着 } t \text{ 的不断增加 } x_1 \text{ 趋向于 } 0;$$

$$x_4 = x_4(0)e^{-k_3 t}, \text{ 显然当 } k_3 > 0 \text{ 时, 随着 } t \text{ 的不断增加 } x_4 \text{ 趋向于 } 0;$$

$$x_5 = x_5(0)e^{-k_4 t}, \text{ 显然当 } k_4 > 0 \text{ 时, 随着 } t \text{ 的不断增加 } x_5 \text{ 趋向于 } 0.$$

对于 x_2, x_3 , 当 $x_1(0) \neq 0$, 对于有限 t , 有 $x_1(t) \neq 0$. 令 $\tilde{x}_3 = \frac{x_3}{x_1}$, 有

$$\dot{\tilde{x}}_3 = -k_1 x_2 + k_1 \tilde{x}_3 \quad (25)$$

经过上面的变换, x_2, x_3 的微分方程可以转换为

$$\dot{x}_2 = v_2 \quad (26)$$

$$\dot{\tilde{x}}_3 = -k_1 x_2 + k_1 \tilde{x}_3$$

写成矩阵形式, 有

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} v_2 \quad (27)$$

取 v_2 为

$$v_2 = c_1 x_2 + c_2 \tilde{x}_3 = [c_1 \quad c_2] \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \quad (28)$$

将式(28)代入式(27), 可以得到

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \quad (29)$$

解方程(29), 得

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(0) \\ \tilde{x}_3(0) \end{bmatrix} \cdot e^{-At} \quad (30)$$

上式中 $A = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix}$; $e^{-At} = L^{-1}[(sI - A)^{-1}]$; c_1, c_2 的选取使矩阵 A 的最小多项式的零

点全部在复平面的左半闭平面内, 最小多项式(特征方程)为

$$s^2 - (k_1 + c_1)s + k_1(c_1 + c_2) = 0 \quad (31)$$

零点全部在复平面的左半闭平面内的条件为

$$\begin{cases} -(k_1 + c_1) > 0 \\ k_1(c_1 + c_2) > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c_1 < -k_1 \\ c_2 > -c_1 \end{cases} \quad (32)$$

则

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_2(0) \\ \tilde{x}_3(0) \end{bmatrix} \cdot e^{-At} \text{ 随着 } t \text{ 的不断增加趋于 } 0.$$

$\tilde{x}_3 \rightarrow 0$, 即, $\frac{x_3}{x_1} \rightarrow 0$, 也就是说 x_3 的衰减速度比 x_1 快的多, 即 $x_3 \rightarrow 0$.

证毕.

5 结束语

灵巧擦窗机器人采用带约束连杆的双车体可重构结构是擦窗机器人研究领域的前沿课题. 由于此类机器人具有多驱动、可变形的特点, 使其控制系统的设计与实现成为有相当大难度的关键技术问题. 论文详细推导了该机器人的非完整约束运动学方程, 并且证明了其镇定问题.

References

- 1 Wang Wei. Research on an agile window-cleaning robot[Ph. D. dissertation]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2000(in Chinese)
- 2 Richard M Murray, Zexiang Li, S Shankar Sastry. A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. Beijing: Mechanical Industry Publishing House, 1998(in Chinese)
- 3 Claude Samso. Time-varying feedback stabilization of car-like wheeled mobile robots. *International Journal of Robotics Research*, 1993, **12**(3): 274~287
- 4 Yutaka Kanayama, Yoshihiko Kimura, Fumio Miyazaki. A stable tracking control method for an autonomous mobile robot. In: 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Ohio: Cincinnati, 1990. 384~389
- 5 Claude Samson. Control of chained system application to path following and time-varying point-stabilization of mobile robots. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **11**(2): 1681~1692
- 6 Sordalen OJ, Egeland O. Exponential stabilization of nonholonomic chained system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **40**(1): 35~49
- 7 Ranjan Mukherjee. Feedback control strategies for a non-holonomic mobile robot using a nonlinear oscillator. *Journal of Robotic Systems*, 1999, **16**(4): 237~248
- 8 d' Andres-Novel B, Campion G, Bastin G. Control of non-holonomic wheeled mobile robots by state feedback linearization. *International Journal of Robotics Research*, 1995, **14**(6): 543~559
- 9 Kyucheol Park, Jang Gyu Lee, Hakyoung Chung. Point stabilization of mobile robots via state space exact feedback linearization. In: Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics & Automation Detroit, Michigan: 1999. 2626~2640

张慧慧 1966年毕业于北京工业大学, 1982年获硕士学位, 教授. 研究方向为机器人技术、流体传动与控制.

(ZHANG Hui-Hui Graduated from Beijing Polytechnic University in 1966, Received her master degree in 1982. Now she is a professor. Her research interests include robotics, pneumatic transmission, and control.)

李开生 1984年毕业于西安交通大学, 现为北京工业大学博士生, 副教授. 研究方向为工业自动化、计算机应用和机器人控制技术.

(LI Kai-Sheng Graduated from Xi'an Jiaotong University in 1984, Ph. D. candidate at Beijing Polytechnic University, associate professor. His research interests include industrial automation, application of computer technology, and robot control.)