

非线性系统参数估计的一类有效搜索策略¹⁾

王 凌 李令莱 郑大钟

(清华大学自动化系 北京 100084)

(E-mail: wangling@mail. tsinghua. edu. cn)

摘 要 结合模拟退火的随机概率突跳性搜索和单纯形法的凸多面体几何搜索,提出了非线性系统参数估计的一类有效搜索策略. 通过对多种非线性定常系统的多维参数估计和非线性时变水箱系统的参数与时滞在线联合估计的仿真研究,验证了该方法的可行性、有效性及其一定的抗噪声能力.

关键词 模拟退火,单纯形法,非线性系统,参数估计

中图分类号 TP18;TP214

A Class of Effective Search Strategies for Parameter Estimation of Nonlinear Systems

WANG Ling LI Ling-Lai ZHENG Da-Zhong

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084)

(E-mail: wangling@mail. tsinghua. edu. cn)

Abstract Combining the probabilistic jumping search of simulated annealing with the geometry search in convex polyhedron of simplex method, this paper proposes a class of effective search strategies for parameter estimation of nonlinear systems. Simulation results, including multiple parameter estimation of several nonlinear constant systems and joint parameters and time-delay on-line estimation of time-varying nonlinear water tank system, demonstrate the feasibility, effectiveness and certain anti-noise ability of the proposed strategies.

Key words Simulated annealing, simplex method, nonlinear systems, parameter estimation

1 引言

非线性系统的参数估计是控制工程中重要研究课题,而非线性时变系统参数与时滞的

1) 国家自然科学基金项目(60204008)和“973”国家基础研究项目(2002CB312200)

Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China(60204008) and “973” Program (2002CB312200)

收稿日期 2001-07-03 收修改稿日期 2001-11-26

Received July 3, 2001; in revised form November 26, 2001

在线联合估计已成为国际上一个公开性的难题^[1]. 传统最小二类方法大多针对线性系统, 且通常在模型结构已知的基础上进行, 难以确定时滞和阶次, 尤其本质上的梯度下降显然对多峰目标易于陷入局部极小, 因而应用局限. 近年来, 遗传算法、模拟退火等^[2~4]搜索方法在控制工程中得到应用, 但其性能很大程度上依赖于算法参数, 且易早熟收敛. 目前, 算法混合已成为改进性能的主要途径和研究方向^[5,6]. 本文将模拟退火算法^[6]的随机概率突跳性搜索和单纯形法^[7]的凸多面体几何搜索有机结合, 提出了非线性参数估计的一类有效搜索策略. 通过对典型非线性定常系统的多维参数估计和非线性时变水箱系统的参数与时滞在线联合估计的仿真研究来验证方法的可行性、有效性及其抗噪声能力.

2 问题描述

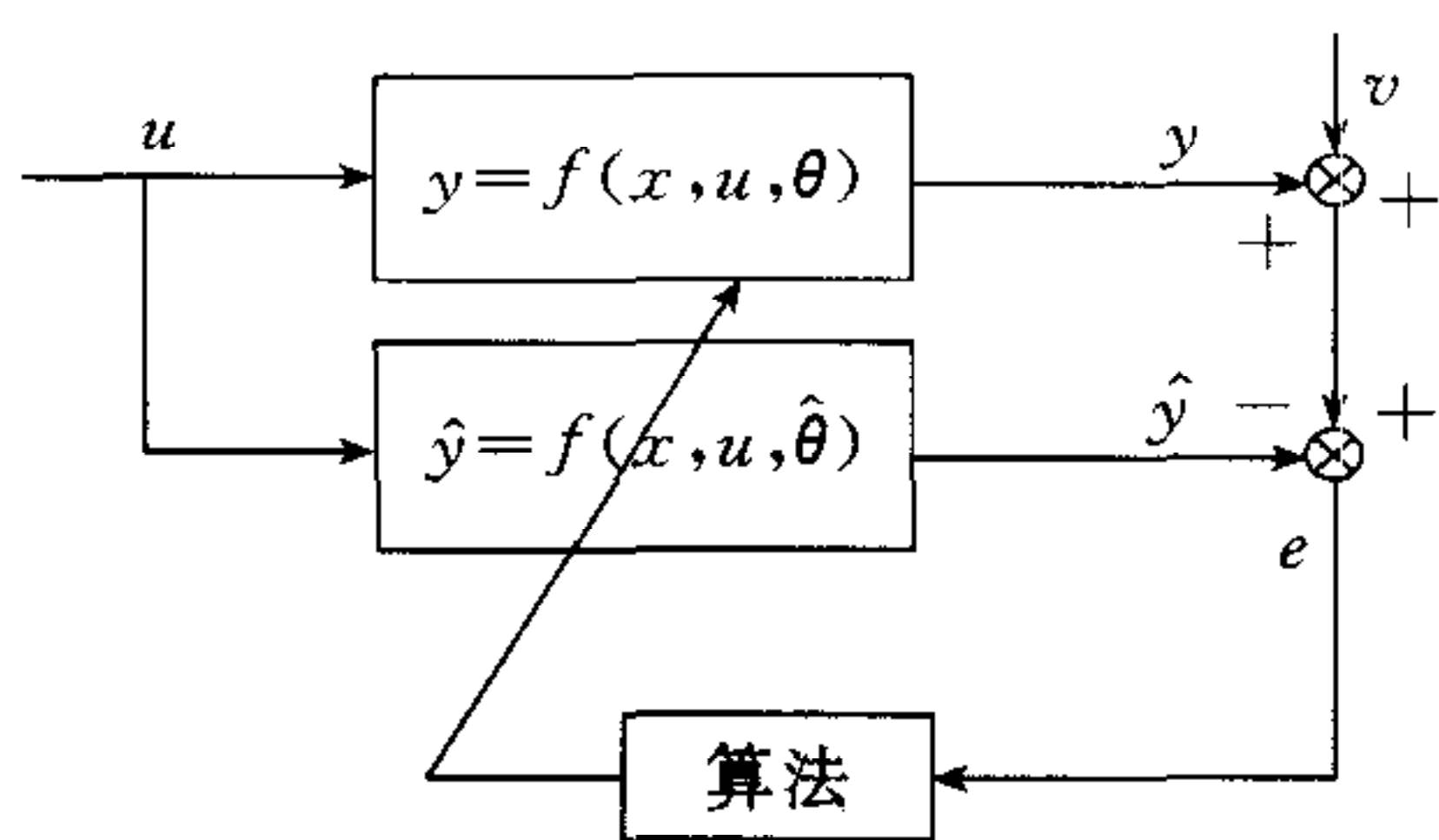


图 1 非线性系统参数估计的原理图
Fig. 1 Structure of parameter estimation for nonlinear systems

非线性系统参数估计的原理可用图 1 来描述, 其中 y 和 \hat{y} 分别为真实系统和估计系统的输出, u 为系统输入, x 为系统状态, θ 和 $\hat{\theta}$ 分别为真实参数和估计参数且可能时变, f 为非线性映射, v 为外部噪声, $e = y + v - \hat{y}$ 为输出误差.

所谓参数估计, 即在一定的系统输入下, 通过某种算法最小化输出误差的平均平方误差, 即 $J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e(k)^2$,

来获得非线性系统参数的估计值, 其中 N 为估计长度. 显然, 参数估计本质上是一个多维参数寻优问题, 但由于问题的非线性特性, 待估计参数多, 目标函数通常存在多个分布不规则的局部极小, 用传统方法难以取得满意结果, 尤其容易陷入局部极小点. 而本文旨在提出结合确定性单纯形方法和随机性模拟退火的一类高效混合搜索策略 (simplex method/simulated annealing, 以下简称 SMSA 策略).

3 SMSA 策略及其实现

单纯形搜索法 (SM)^[7], 也称可变多面体搜索法, 是一种处理无约束最优化问题的确定性直接算法. SM 原理简单、优化快速, 且不要求目标函数可导, 但对初始解依赖性较强, 容易陷入局部极小, 且性能随搜索维数的增加明显下降. SA 可概率接受劣解以实现局部极小的突跳, 而且这种随机搜索性能可通过控制温度加以控制. 为了有效解决非线性系统参数的估计问题, 克服系统非线性、参数多维甚至动态时变、目标函数存在局部极小等难点, 出于算法机制、结构和行为融合, 本文将 SA 与 SM 合理结合来构造混合算法, 增强全局和局部意义下的搜索能力和效率.

SMSA 策略的搜索流程^[8]可描述如下:

- 1) 随机初始化, 确定初温;
- 2) 判断算法收敛条件是否满足, 若是则结束搜索并输出结果, 否则进行以下步骤;
- 3) 利用 SM 的反射、扩张、内缩和缩边等策略进行 L 步几何搜索, 得到局部极小解;
- 4) 对所有搜索状态进行并行 SA 搜索, 以概率接受新状态;

5) 判断 SA 抽样稳定条件是否满足,若是则进行退温并转步骤 2), 否则转步骤 4)。

显然, SMSA 策略保留了 SM 和 SA 的通用性, 对典型高维复杂函数的研究表明 SMSA 具有良好的优化性能^[8]。为了解决非线性系统的参数估计, 在此对算法操作作如下设计。

1) SM 是确定性无约束优化方法, 为了改善搜索性能和效率, 通常对变量限定一定的搜索区间。文献中大多采用撞壁法, 即一旦几何搜索使变量越出搜索域就取其边界值, 但对多极小问题, 边界本身就可能是局部极小, 或者在边界点的小邻域内存在多个局部极小, 从而很容易陷入局部极小。因此, 本文对通常的反射操作, 即 $X^{(n+2)} = \bar{X} + \gamma(\bar{X} - X^{(H)})$, $\gamma=1$, 进行判断。若 $X^{(n+2)}$ 越出搜索域, 则令 $\gamma=0.9$, 并重新计算 $X^{(n+2)}$ 直到它在搜索域内。

2) SA 状态产生函数采用附加扰动方式, 即 $x' = x + \eta \cdot \xi$, 其中 ξ 为满足柯西分布的随机扰动。令 $\min\{1, \exp(-\Delta/t)\} > \text{random}[0, 1]$ 为接受新状态的条件, 其中 Δ 为新旧状态的目标值差, t 为温度。同时, 及时采用保优策略以免遗失最优解。

3) 设置概率 $p_r \in (0, 1)$, 当 SM 随机产生 $n+1$ 个状态后, 由接受函数可确定初温 $t_0 = (f_b - f_w) / \ln(p_r)$, 其中 f_b 和 f_w 分别为起始最佳和最差个体的目标值。

4) 采用指数退温以折衷优化质量和时间, 即 $t_k = \alpha \cdot t_{k-1}$, α 为退温速率。

5) 采用定步长 SA 抽样, 即在各温度下均进行 L_1 步抽样, 达到阈值则退温。若最优解在连续 L_2 次的退温期间均不变, 则认为算法可终止。

4 非线性定常系统参数估计的仿真与分析

本节基于几类典型系统^[2,4]来考察 SMSA 对非线性定常系统的参数估计性能。模型 1 为二阶惯性带延迟的传递函数形式, 如式(1), 待估计参数为 k, T_1, T_2 和 τ ; 模型 2 为状态空间模型, 如式(2), 待估计参数为 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 和 θ_4 ; 模型 3 为 Hammerstein 模型, 如式(3), 待估计参数为 a_1, a_2, b_0, b_1 和 d 。

$$y(s)/u(s) = ke^{-\tau s} / (T_1 s^2 + T_2 s + 1) \quad (1)$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 x_1(t) x_2(t) \\ \theta_2 x_1^2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u(t) \end{bmatrix} \\ y(t) = \theta_3 x_2(t) - \theta_4 x_1^2(t) \\ x_1(0) = x_2(0) = 1 \\ t = 0, 1, \dots, 50 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})\phi[u(k)] \\ A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} \\ B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} \\ \phi[u] = \begin{cases} \sqrt{u+1/2} - \sqrt{1/2}, & 5 \geq u \geq -1/2 \\ -\sqrt{|u+1/2|} - \sqrt{1/2}, & -5 \leq u < -1/2 \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

模型 1 采用阶跃输入信号, 采样时间 $\Delta T=0.1$, 取 $N=100, L=100, L_1=70, L_2=50$, $p_r=0.2, \alpha=0.9$; 模型 2 取 $N=50$, 其他参数同模型 1; 模型 3 的输入信号为 $[-5, 5]$ 均匀分布的白噪声, 取 $N=50, L=150, L_1=100, L_2=100, p_r=0.2, \alpha=0.95$ 。算法搜索时对时滞 d 其进行四舍五入取整, 并限定时滞和阶次的搜索区间在 $(0, 10)$, 其他参数的搜索区间限定在

[-5, 5]. 对上述模型各 20 次随机仿真的统计结果如表 1~3 所示.

表 1 模型 1 的仿真结果

Table 1 Simulation results of Model 1

参数	真实值	最优估计值	平均估计值	估计值方差
k	1	1.0000	1.0000	0
T_1	1	1.0000	0.9990	4.25e-5
T_2	2	2.0000	2.0009	1.12e-5
τ	1	1.0000	1.0000	0

表 2 模型 2 的仿真结果

Table 2 Simulation results of model 2

参数	真实值	最优估计值	平均估计值	估计值方差	文献[2]结果	文献[4]结果
θ_1	0.5	0.5000	0.5000	0	0.4916	0.5069
θ_2	0.3	0.3000	0.3000	0	0.3014	0.3048
θ_3	1.8	1.8000	1.8000	0	1.8432	1.8095
θ_4	0.9	0.9000	0.9000	0	0.9267	0.9077

表 3 模型 3 的仿真结果

Table 3 Simulation results of model 3

参数	真实值	最优估计值	平均估计值	估计值方差	文献[2]结果	文献[4]结果
d	2	2	2	0	2	2
a_1	-1.5	-1.4999	-1.4997	1.86e-5	-1.4982	-1.5004
a_2	0.7	0.7000	0.6990	2.19e-5	0.6970	0.6984
b_0	1	1.0002	0.9976	9.22e-4	1.3654	0.9861
b_1	0.5	0.4996	0.5155	0.0068	-0.0371	0.4516

可见,基于 SMSA 的模型参数估计的结果优于单一遗传算法^[2]和 GASA 混合算法^[4]. 尽管在估计 Hammerstein 模型的 b_1 参数时仍存在一定的误差(由于 b_1 对模型输出效果的影响远小于其他参数,而估计过程仅依赖于模型输出数据),SMSA 的估计结果是可以接受的.

5 非线性时变系统参数在线估计的仿真与分析

对德国 Amira 公司生产的三容水箱系统 DTS200^[3]进行仿真实验. 其模型如下:

$$\begin{cases} A \cdot dh_1/dt = Q_1 - Q_{13} \\ A \cdot dh_2/dt = Q_{13} - Q_{32} \\ A \cdot dh_3/dt = Q_{32} - Q_{20} \end{cases} \quad (4)$$

其中 $Q_{13} = az_1 S_n \operatorname{sgn}(h_1 - h_3) (2g |h_1 - h_3|)^{1/2}$, $Q_{32} = az_3 S_n \operatorname{sgn}(h_3 - h_2) (2g |h_3 - h_2|)^{1/2}$, $Q_{20} = az_2 S_n (2gh_2)^{1/2}$, az_i 是流出系数, h_i 是液位 (m), Q_{ij} 是流量 (m^3/s), $(i, j) \in \{(1, 3); (3, 2); (2, 0)\}$, Q_1 是补给流量即系统的输入 (m^3/s), A 是水箱截面积 (m^2), S_n 是连接管道的截面积 (m^2), sgn 为符号函数. 参数设定为 $A = 0.0154 \text{m}^2$, $S_n = 5 \times 10^{-5} \text{m}^2$, $Q_{1\max} = 100 \text{ml/s}$, 液位最大值 $H_{\max} = (62 \pm 1) \text{cm}$, $g = 9.81 \text{m/s}^2$, $az_1 = 0.490471$, $az_2 = 0.611429$, $az_3 = 0.450223$. 按 $\Delta T = 0.5$ 进行欧拉离散化,并在输入端加入纯迟延,令 $x(k) = [x_1(k), x_2(k), x_3(k)]^T = [h_1(k), h_2(k), h_3(k)]^T$, $y(k) = x_1(k) = h_1(k)$, $u(k) = [Q_1(k)]$, $f[x(k),$

$$u(k-D(k))] = x(k) - \frac{\Delta T}{A} \begin{bmatrix} -Q_{13}(k) + u(k-D(k)) \\ Q_{13}(k) - Q_{32}(k) \\ Q_{32}(k) - Q_{20}(k) \end{bmatrix}, g[x(k+1)] = [1, 0, 0] \cdot x(k+1),$$

则 $x(k+1) = f[x(k), u(k-D(k))]$, $y(k+1) = g[x(k+1)]$

在系统的一个已知稳态点 $Q_1 = 30 \text{ml/s}$, $h_1 = 0.2159 \text{m}$, $h_2 = 0.0491 \text{m}$, $h_3 = 0.1396 \text{m}$ 附近做仿真实验,输入信号为 $Q_1(k) = (3 + 0.3\sigma) \times 10^{-5} \text{m}^3/\text{s}$,其中 $\{\sigma(k)\}$ 为服从 $[0, 1]$ 均匀分布的白噪声.

1) $D(k)$ 的单独估计:仿真实验共进行 250 步,仿真时取估计窗口大小 $N = 5$, $L = 20$,

$L_1 = 20, L_2 = 10$, 时滞搜索区间为 $(0, 40]$, 算法从第 5 步开始估计时滞, 图 2(a) 是噪声比 0% 的动态估计结果, 图 2(b) 是噪声比 10% 的估计结果.

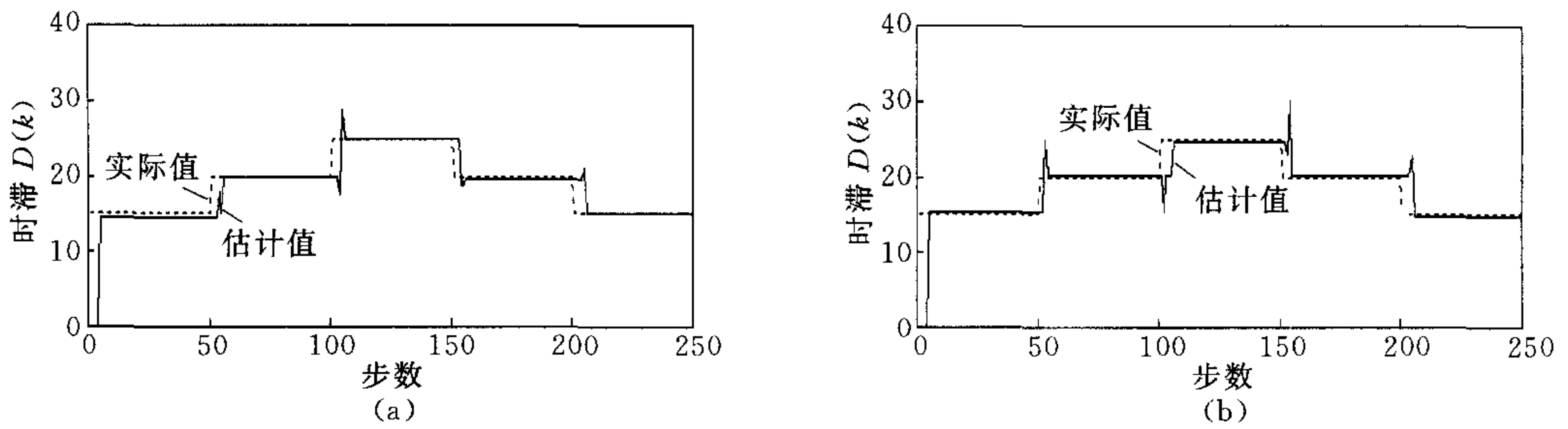


图 2 时变时滞单独估计的仿真结果

Fig. 2 Simulation results of alone estimation for time-varying time delay

由图 2(a) 可见, SMSA 能够有效地对时滞进行动态估计, 仅在时滞发生变化的时刻附近存在一定跳变, 但是跳变幅度不大, 时间也很短, 估计值能够很快跟踪上真实值, 而滞后时间约等于估计窗口的大小 N . 由图 2(b) 可见, 在有噪声的情况下 SMSA 依然能够很好地估计时滞并跟踪其变化, 这说明基于 SMSA 算法的估计有一定的抗噪声能力. 同时, 本文估计结果较文献[3]的结果有明显改善.

2) $D(k)$ 和 $az_2(k)$ 的联合估计: 仿真进行 250 步, 参数同上, 并限定 az_2 的搜索区间为 $(0, 1)$, 算法从第 5 步开始估计, 图 3(a) 是噪声比 0% 的动态估计结果, 图 3(b) 是噪声比 10% 的估计结果.

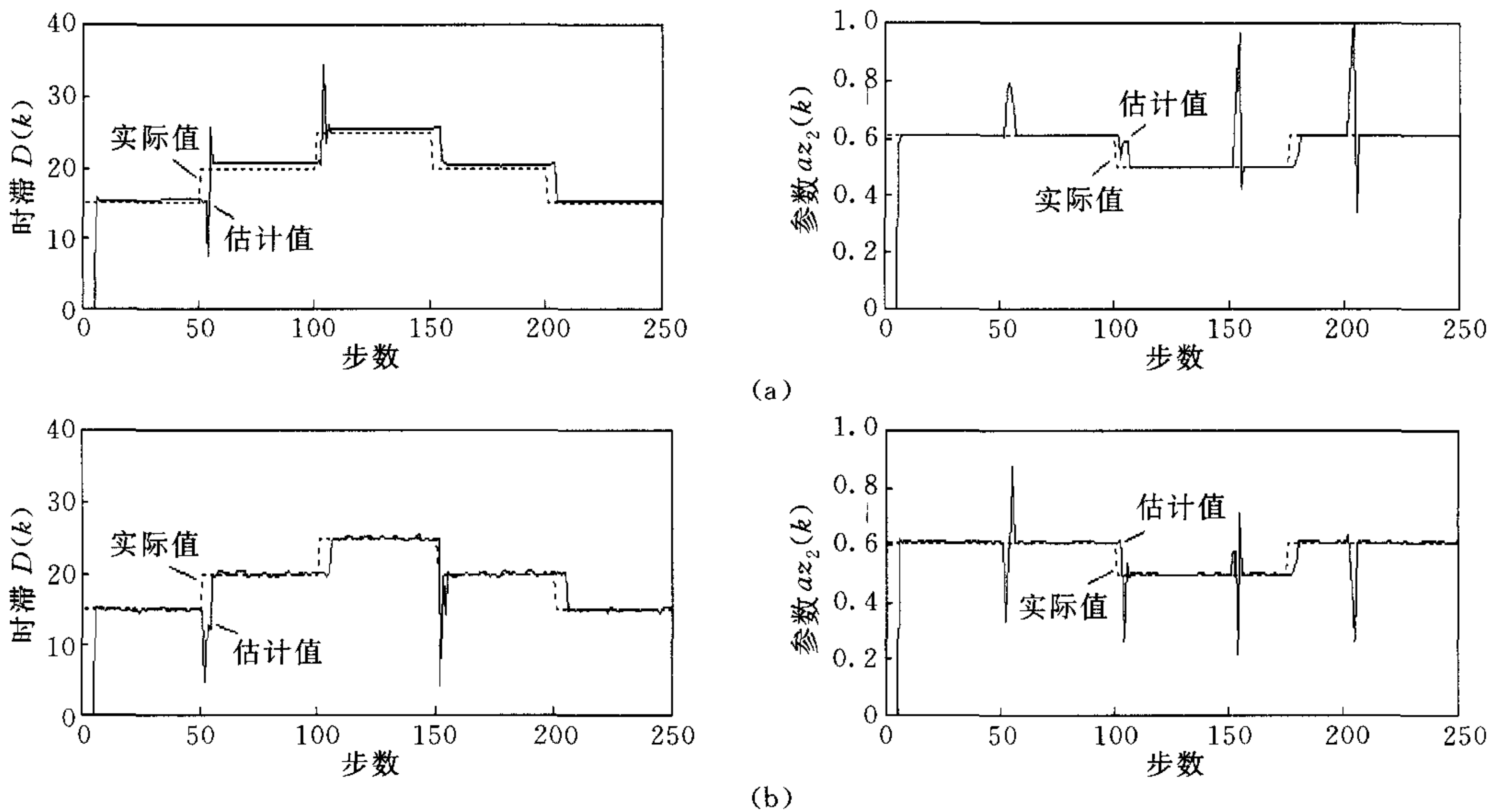


图 3 时变时滞和参数在线联合估计的仿真结果

Fig. 3 Simulation results of joint estimation for time-varying time delay and parameters

由图 3(a) 可见, SMSA 能有效地进行时滞和参数的在线联合估计, 与单独的时滞估计一样, 估计值只是在参数发生改变的时刻附近有一些跳动, 而其余时刻均能很好地估计时滞和参数并跟踪其变化. 图 3(b) 和图 3(a) 相比较, 可以看到在有噪声的情况下, 估计值围绕在

真实值附近存在一定的波动,但幅度很小,且能很快跟踪上真实值的变化.因此,有噪声时的联合估计结果也很理想.同时,与时滞的单独估计相比较,联合估计的搜索空间要大得多,估计的准确性有所下降,跳动也有所增加,但估计结果依然比较满意,而且进一步调整算法参数还可以获得更好的估计结果.此外,尽管算法具有一定的随机性,但多次随机仿真的结果几乎相同,这也说明 SMSA 具有一定的初值鲁棒性.

因此,SMSA 是非线性系统参数估计(包括在线动态估计)的一类有效搜索策略.进一步的工作是 SMSA 策略的实际应用以及与强跟踪滤波器的结合.

References

- 1 Zhou D H, Frank F M. A real-time estimation approach to time-varying time delay and parameters of NARX process. *Computers and Chemical Engineering*, 2000, **23**(11/12): 1763~1772
- 2 Jiang B, Wang B W. Parameter estimation of nonlinear system based on genetic algorithm. *Control Theory and Applications*, 2000, **17**(1): 150~152 (in chinese)
- 3 Zhang Y J, Zhou D H. Online estimation approach based on genetic algorithm to time-varying time delay of nonlinear system. *Control and Decision*, 2000, **15**(6): 756~758 (in chinese)
- 4 Wang L, Li W F, Zheng D Z. Estimating model-parameter and tuning controller-parameter by a class of hybrid strategy. *Control and Decision*, 2001, **16**(5): 530~534 (in chinese)
- 5 Wang L, Zheng D Z. An effective hybrid optimization strategy for job shop scheduling problems. *Computers and Operations Research*, 2001, **28**(6): 585~596
- 6 Wang L. Intelligent Optimization Algorithms with Applications. Beijing: Tsinghua University & Springer Press. 2001(in Chinese)
- 7 Lagarias J C. Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimension. *SIAM J on Optimization*, 1998, **9**(1): 112~158
- 8 Wang L, Yan M, Li Q S, Zheng D Z. A class of effective hybrid optimization strategy for complex functions with high dimension. *Journal of Tsinghua University*, 2001, **41**(9): 118~121 (in Chinese)

王 凌 1999年在清华大学自动化系获博士学位,现为该系副教授.主要研究方向为智能优化算法理论与应用、生产调度等.

(WANG Ling Received his Ph. D. degree from Tsinghua University in 1999, and currently is an associate professor of the same department. His research interests include intelligent optimization algorithm and manufacturing and scheduling.)

李令莱 现为清华大学自动化系博士生.主要研究方向为智能优化算法应用.

(LI Ling-Lai Ph. D. candidate in the Department of Automation at Tsinghua university. His research interests include intelligent optimization algorithms and applications.)

郑大钟 见本刊 29 卷 1 期第 141 页.

(ZHENG Da-Zhong Professor in the Department of Automation at Tsinghua University. His main research fields include control theory, DEDS, scheduling, HDS, etc.)