第29卷 第5期
2003年9月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 29, No. 5
Sept., 2003

含参数不确定性的马尔可夫跳变过程鲁棒正实控制[1)]

刘 飞[1,2] 苏宏业[1] 褚 健[1]

[1](浙江大学工业控制技术国家重点实验室先进控制研究所 杭州 310027)

[2](江南大学自动化研究所 无锡 214036)

(E-mail: Dr_fliu@hot.mail.com)

摘 要 讨论一类具有随机跳变参数的线性系统正实控制问题，其跳变参数的跃迁由有限状态的马尔可夫过程描述.基于随机李亚普诺夫函数的方法，并结合线性矩阵不等式，分别提出依赖于模态的状态反馈和输出反馈控制，以保证相应闭环系统的严格正实性. 进一步针对系统含参数不确定性的情形，引入鲁棒正实性分析，得到鲁棒正实控制器存在的充分条件和设计方法.

关键词 正实控制，鲁棒性，Markov 跳变系统，线性矩阵不等式

中图分类号 TP13

Robust Positive Real Control of Markov Jump Systems with Parametric Uncertainties

LIU Fei[1,2] SU Hong-Ye[1] CHU Jian[1]

[1](*National Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou* 310027)

[2](*Institute of Automation, Southern Yangtze University, Wuxi* 214036)

(E-mail: Dr_fliu@hot.mail.com)

Abstract The positive real analysis and synthesis problems are investigated for a class of linear systems with random jump parameters. The dynamics of the jump parameters is modeled by a continuous-time finite-state Markov process. Based on stochastic Lyapunov functional approach, both state and output-feedback mode-dependent controllers are proposed to guarantee the strict positive realness of the resulting closed-loop systems. For the Markov jump systems subject to parametric uncertainties, sufficient conditions which are in terms of solutions of a set of coupled linear matrix inequalities are developed to design robust controllers such that stochastic stability and positive realness property hold irrespective of all admissible uncertainties.

1) 国家杰出青年基金(NSFC: 60025308)和中国高等学校优秀青年教师教学和科研奖励基金资助

Supported by the National Outstanding Youth Science Foundation of P. R. China (NSFC: 60025308) and the Teaching and Research Award Program for Outstanding Young Teachers in Higher Education Institutions of MOE P. R. China

收稿日期 2001-04-19 收修改稿日期 2002-04-01

Received April 19, 2001; in revised form April 1, 2002

Key words Positive real control, robustness, Markov jump system, LMI

1 引言

一般正实控制问题是针对线性时不变系统[1]，而鲁棒正实控制则考虑系统本身含时不变或时变不确定性的情形[2]. 近 20 年来，上述问题的研究已经取得丰硕成果，然而却鲜有文献涉及随机系统的正实控制问题[3].

本文针对一类含 Markov 跳变过程的线性随机系统，在时域状态空间下讨论其正实控制问题. Markov 跳变模型由 Krasovskii 和 Lidskii 在 1961 年提出[4]，因其能描述大量实际工程系统，逐渐吸引学者的注意和研究兴趣[5~7]，近年来含不确定性的 Markov 跳变系统更成为研究热点[8]. 本文试图在具有 Markov 跳变过程的线性随机系统中引入正实分析，并推广到含参数不确定性的跳变系统，进而基于随机稳定性理论并结合线性矩阵不等式(LMI)给出鲁棒正实控制器存在的条件和设计方法.

2 问题描述

Markov 跳变过程实际是一类具有两种动态的混杂系统:一种称为模态,由连续时间有限离散状态的 Markov 过程描述；另一种称为状态，由每一模态下的状态空间方程描述.本文考虑的系统如下：

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = A(r_t)\boldsymbol{x}(t) + B_w(r_t)\boldsymbol{w}(t) + B(r_t)\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(t), r_t) \tag{1a}$$

$$\boldsymbol{z}(t) = C(r_t)\boldsymbol{x}(t) + D_w(r_t)\boldsymbol{w}(t) + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(t), r_t) \tag{1b}$$

$$\boldsymbol{y}(t) = C_y(r_t)\boldsymbol{x}(t) \tag{1c}$$

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}_0 = 0, \quad r_t = r_0, \quad t = 0$$

这里 r_t是系统的模态；$\boldsymbol{x}(t)\in R^n$,$\boldsymbol{u}(t)\in R^m$,$\boldsymbol{z}(t)\in R^q$和 $\boldsymbol{y}(t)\in R^w$分别是系统的状态、控制输入、被控输出和测量输出向量；$\boldsymbol{w}(t)\in L_2^q[0,\infty]$为平方可积的干扰输入向量；$\boldsymbol{g}(\cdot)$，$\boldsymbol{h}(\cdot)$表示时变但范数有界的不确定性. $A(r_t)$,$B(r_t)$,$B_w(r_t)$,$C(r_t)$,$D_w(r_t)$,$C_y(r_t)$是依赖于模态 r_t的适当维数的矩阵，而 r_t是随时间 t 在有限集合 $T=\{1,2,\cdots,N\}$中取值的 Markov 过程，其跳变转移率矩阵为 $\Pi=[\pi_{ij}]$，$i,j\in T$，其中跳变概率定义为

$$\Pr\{r_{t+\mathrm{d}t} = j \mid r_t = i\} = \begin{cases} \pi_{ij}\,\mathrm{d}t + o(\mathrm{d}t), & i \neq j \\ 1 + \pi_{ii}\,\mathrm{d}t + o(\mathrm{d}t), & i = j \end{cases} \tag{2}$$

上式中 $\mathrm{d}t>0$,并当 $\mathrm{d}t\to 0$ 时 $o(\mathrm{d}t)/\mathrm{d}t\to 0$；$\pi_{ij}$是从模态 i 跳变到模态 j 的转移率，当 $i\neq j$ 时 $\pi_{ij}\geqslant 0$，并有 $\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\pi_{ij}=-\pi_{ii}$. 为简化表述，后文将略去各变量中的时间 t；当 $r_t=i$ 时分别用 A_i,B_i,B_{wi},C_i,D_{wi},C_{yi}表示 $A(r_t)$,$B(r_t)$,$B_w(r_t)$,$C(r_t)$,$D_w(r_t)$,$C_y(r_t)$；并且约定以记号 Σ 代表系统(1)和(2),且 Σ_f表示 Σ 中 $\boldsymbol{u}=0$,$\boldsymbol{w}=0$，Σ_u表示 Σ 中 $\boldsymbol{u}=0$；在此基础上，若 $\boldsymbol{g}(\cdot)=0$，$\boldsymbol{h}(\cdot)=0$ 称为标称系统以 Σ_n表示，对应地有 Σ_{nf}和 Σ_{nu}.

定义 1. 系统 Σ_{nf}称为随机稳定的,如果对于所有初始状态 $\boldsymbol{x}_0$和模态 r_0有

$$\lim_{T\to\infty} E\left\{\int_0^T \|\boldsymbol{x}(t,\boldsymbol{x}_0,r_0)\|^2\mathrm{d}t \mid \boldsymbol{x}_0, r_0\right\} < \infty \tag{3}$$

定义 2. 系统 Σ_{nu} 称为严格正实的，如果对于所有 $T>0$ 有

$$E\left\{\int_0^T w^T z\mathrm{d}t\right\}>0 \tag{4}$$

在上述定义下 Σ_{nf} 和 Σ_{nu} 的随机稳定性和正实性分析结果如下.

定理 1[5]. 系统 Σ_{nf} 随机稳定，当且仅当存在正定对称矩阵 $P_i, i=1,\cdots,N$，使得

$$\Xi_i := A_i^T P_i + P_i A_i + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j < 0 \tag{5}$$

定理 2. 系统 Σ_{nu} 严格正实，如果存在正定对称矩阵 P_i，$i=1,\cdots,N$，使得

$$\Gamma_i := \Xi_i + (P_iB_{wi} - C_i^T)(D_{wi} + D_{wi}^T)^{-1}(B_{wi}^T P_i - C_i) < 0 \tag{6}$$

证明. 根据定理 1 的证明[5]，对 Σ_{nu} 取随机正定函数 $V(\boldsymbol{x},i)=\boldsymbol{x}^T P_i\boldsymbol{x}$，并进行弱无穷小算子 $\tilde{A}$ 运算，即

$$\tilde{A}V(\boldsymbol{x},i) := \lim_{\Delta\to 0}\frac{1}{\Delta}[E\{V(\boldsymbol{x}(t+\Delta),r_{t+\Delta}\mid \boldsymbol{x}(t),r_t=i\} - V(\boldsymbol{x}(t),r_t=i)] = \\ \boldsymbol{x}^T\Xi_i\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}^T B_{wi}^T P_i\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}^T P_i B_{wi}\boldsymbol{w}\ .$$

由 Dynkin 公式，在零初始条件下有 $E\{V(\boldsymbol{x},r_T)\}=E\left\{\int_0^T\tilde{A}V(\boldsymbol{x},r_t)\mathrm{d}t\right\}$，不妨设

$$J_T = E\left\{\int_0^T[\tilde{A}V(\boldsymbol{x},r_t) - \boldsymbol{z}^T\boldsymbol{w} - \boldsymbol{w}^T\boldsymbol{z}]\mathrm{d}t\right\} - E\{V(\boldsymbol{x},r_T)\} < 0 \tag{7}$$

因 $E\{V(\boldsymbol{x},r_T)\}>0$，故

$$J_T \leqslant E\left\{\int_0^T[\tilde{A}V(\boldsymbol{x},r_t) - \boldsymbol{z}^T\boldsymbol{w} - \boldsymbol{w}^T\boldsymbol{z}]\mathrm{d}t\right\} = \\ E\left\{\int_0^T[\boldsymbol{x}^T\Xi_i\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}^T(B_{wi}^T P_i - C_i)\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}^T(P_iB_{wi} - C_i^T)\boldsymbol{w} - \boldsymbol{w}^T(D_{wi} + D_{wi}^T)\boldsymbol{w}]\mathrm{d}t\right\} < 0 \tag{8}$$

显然 $\Gamma_i<0$ 保证上式，从而由式(7)满足定义 2.　　证毕.

注 1. 定理 2 的假设条件是 $D_{wi}+D_{wi}^T>0$，即严格正实问题，在不致混淆的情况下简称正实. 由定理 2 显然 $\Gamma_i<0$ 必须 $\Xi_i<0$，即系统严格正实性保证了稳定性.

注 2. 定义 2 中的正实性是一般线性系统的正实性在随机系统中一种推广，若 Σ_{nu} 不含 Markov 跳变模态，则定理 2 退化为一般确定线性系统的正实定理[9].

3　依赖模态的正实控制器设计

使 Σ_n 闭环严格正实的反馈控制器称为正实控制器. 当模态 $r_t=i$ 时，依赖模态的状态反馈控制器为 $\boldsymbol{u}=K_i\boldsymbol{x}$，动态输出反馈控制器为 $\dot{\boldsymbol{x}}_k=A_{ki}\boldsymbol{x}_k+B_{ki}\boldsymbol{y}$，$\boldsymbol{u}=C_{ki}\boldsymbol{x}_k$，$\boldsymbol{x}_k\in R^n$，相应的闭环系统分别为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = (A_i + B_iK_i)\boldsymbol{x} + B_{wi}\boldsymbol{w},\quad \boldsymbol{z} = C_i\boldsymbol{x} + D_{wi}\boldsymbol{w} \tag{9}$$

$$\dot{\bar{\boldsymbol{x}}} = \bar{A}_i\bar{\boldsymbol{x}} + \bar{B}_{wi}\boldsymbol{w},\quad \boldsymbol{z} = \bar{C}_i\bar{\boldsymbol{x}} + \bar{D}_{wi}\boldsymbol{w} \tag{10}$$

其中 $\bar{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}\\ \boldsymbol{x}_k\end{bmatrix}$，$\bar{A}_i=\begin{bmatrix}A_i & B_iC_{ki}\\ B_{ki}C_{yi} & A_{ki}\end{bmatrix}$，$\bar{B}_{wi}=\begin{bmatrix}B_{wi}\\ 0\end{bmatrix}$，$\bar{C}_i=[C_i\quad 0]$，$\bar{D}_{wi}=D_{wi}$.

定理 3. 对闭环系统(9)若存在正定对称矩阵 $X_i\in R^{n\times n}$ 和矩阵 $Y_i\in R^{m\times n}$，$i=1,\cdots,N$，满足

$$\Psi_i := \begin{bmatrix} X_iA_i^{\mathrm{T}} + A_iX_i + B_iY_i + Y_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}} + \pi_{ii}X_i & B_{wi} - X_iC_i^{\mathrm{T}} & R_i(X) \\ B_{wi}^{\mathrm{T}} - C_iX_i & -D_{wi} - D_{wi}^{\mathrm{T}} & 0 \\ R_i^{\mathrm{T}}(X) & 0 & S_i(X) \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

式中

$$R_i(X) = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i1}}X_i & \cdots & \sqrt{\pi_{i(i-1)}}X_i & \sqrt{\pi_{i(i+1)}}X_i & \cdots & \sqrt{\pi_{iN}}X_i \end{bmatrix},$$

$$S_i(X) = -\operatorname{diag}\{X_1 \quad \cdots \quad X_{i-1} \quad X_{i+1} \quad \cdots \quad X_N\}.$$

则状态反馈正实控制器增益矩阵 $K_i = Y_iX_i^{-1}$.

证明. 设存在正定对称矩阵 $P_i, i=1,\cdots,N$, 使闭环系统(9)满足定理 2, 即

$$(A_i+B_iK_i)^{\mathrm{T}}P_i + P_i(A_i+B_iK_i) + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j + (P_iB_{wi} - C_i^{\mathrm{T}})(D_{wi}+D_{wi}^{\mathrm{T}})^{-1}(B_{wi}^{\mathrm{T}}P_i - C_i) < 0.$$

上式前后同乘 P_i^{-1}, 并令 $P_i^{-1} = X_i, K_iX_i = Y_i$, 即可等价于式(11). 证毕.

定理 4. 对闭环系统(10)若存在正定对称矩阵 $X_i, Y_i \in R^{n\times n}$ 和矩阵 $F_i \in R^{m\times n}$, $L_i \in R^{n\times w}$, $i=1,\cdots,N$, 使得 $Y_i - X_i^{-1} > 0$ 并满足

$$\Phi_{1i} := \begin{bmatrix} X_iA_i + A_i^{\mathrm{T}}X_i + L_iC_{yi} + C_{yi}^{\mathrm{T}}L_i^{\mathrm{T}} + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}X_j & (B_{wi}^{\mathrm{T}}X_i - C_i)^{\mathrm{T}} \\ B_{wi}^{\mathrm{T}}X_i - C_i & -D_{wi} - D_{wi}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$\Phi_{2i} := \begin{bmatrix} A_iY_i + Y_iA_i^{\mathrm{T}} + B_iF_i + F_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}} + \pi_{ii}Y_i & (B_{wi}^{\mathrm{T}} - C_iY_i)^{\mathrm{T}} & R_i(Y) \\ B_{wi}^{\mathrm{T}} - C_iY_i & -D_{wi} - D_{wi}^{\mathrm{T}} & 0 \\ R_i^{\mathrm{T}}(Y) & 0 & S_i(Y) \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

则得输出反馈控制器增益矩阵

$$\begin{aligned} A_{ki} &= (X_i - Y_i^{-1})^{-1}[A_i^{\mathrm{T}} + X_iA_iY_i + X_iB_iF_i + L_iC_{yi}Y_i + \\ &\quad (B_{wi}^{\mathrm{T}}X_i - C_i)^{\mathrm{T}}(D_{wi} + D_{wi}^{\mathrm{T}})^{-1}(B_{wi}^{\mathrm{T}} - C_iY_i) + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}Y_j^{-1}Y_i]Y_i^{-1}, \\ B_{ki} &= (Y_i^{-1} - X_i)^{-1}L_i, \quad C_{ki} = F_iY_i^{-1}. \end{aligned}$$

证明. 由定理 2 并运用文献[6]中的控制器变量变换方法即可得证. 证毕.

4 跳变过程鲁棒正实控制分析与设计

上节正实分析和综合推广至一类不确定系统,考虑时变范数有界参数不确定性 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},i) = H_i\Delta_i(t)E_i\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},i) = H_{zi}\Delta_i(t)E_i\boldsymbol{x}$,其中 H_i, H_{zi}, E_i是依赖于模态 $r_t = i$ 的适当维数的常数矩阵, $i=1,\cdots,N$, $\Delta_i(t)$是时变的未知矩阵满足$\|\Delta_i(t)\| \leqslant I$,

定义 3. Σ_f鲁棒随机稳定,如果对于所述不确定性满足定理 1.

定义 4. Σ_u鲁棒严格正实,如果对于所述不确定性满足定理 2.

定理 5. Σ_u是鲁棒严格正实的,若存在正定对称矩阵 P_i和实数$\lambda_i > 0$, $i=1,\cdots,N$, 满足

$$\Xi_i + \lambda_i^{-1}P_iH_iH_i^{\mathrm{T}}P_i + \lambda_iE_i^{\mathrm{T}}E_i + (P_iB_{wi} - C_i^{\mathrm{T}} - \lambda_i^{-1}P_iH_iH_{zi}^{\mathrm{T}})(D_{wi} + D_{wi}^{\mathrm{T}} - \lambda_i^{-1}H_{zi}H_{zi}^{\mathrm{T}})^{-1}(B_{wi}^{\mathrm{T}}P_i - C_i - \lambda_i^{-1}H_{zi}H_i^{\mathrm{T}}P_i) < 0 \quad (14)$$

$$D_{wi} + D_{wi}^{\mathrm{T}} - \lambda_i^{-1}H_{zi}H_{zi}^{\mathrm{T}} > 0 \quad (15)$$

证明. 对于 Σ_u, 设存在正定对称矩阵 P_i, $i=1,\cdots,N$,满足 $\Gamma_i < 0$, 具体地,

$$\Xi_i + P_i H_i \Delta_i(t) E_i + E_i^{\mathrm{T}} \Delta_i^{\mathrm{T}}(t) H_i^{\mathrm{T}} P_i +$$
$$(P_i B_{wi} - C_i^{\mathrm{T}} - E_i^{\mathrm{T}} \Delta_i^{\mathrm{T}}(t) H_{zi}^{\mathrm{T}})(D_{wi} + D_{wi}^{\mathrm{T}})^{-1}(B_{wi}^{\mathrm{T}} P_i - C_i - H_{zi}\Delta_i(t) E_i) < 0 \qquad (16)$$

对式(16)重新整理，再考虑不等式 $HFE + E^{\mathrm{T}} F^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}} \leqslant \varepsilon^{-1} HH^{\mathrm{T}} + \varepsilon E^{\mathrm{T}} E, \forall \varepsilon > 0, \|F\| \leqslant I$，那么式(16)成立如果存在实数 $\lambda_i > 0$，$i = 1, \cdots, N$，使得

$$\begin{bmatrix} \Xi_i & P_i B_{wi} - C_i^{\mathrm{T}} \\ B_{wi}^{\mathrm{T}} P_i - C_i & -D_{wi} - D_{wi}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} + \lambda_i^{-1} \begin{bmatrix} P_i H_i \\ -H_{zi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_i^{\mathrm{T}} P_i & -H_{zi}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} + \lambda_i \begin{bmatrix} E_i^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i & 0 \end{bmatrix} < 0 \qquad (17)$$

上式经由 Schur 补等矩阵运算，即得式(14)和式(15)．　　证毕.

注 3. 由定理 5 鲁棒严格正实性保证了鲁棒稳定性.

对应定理 3 和定理 4，可得鲁棒正实控制器存在的条件及设计方法.

定理 6. 若耦合线性矩阵不等式(18)关于 X_i，Y_i及正实数μ_i有解，则 $K_i = Y_i X_i^{-1}$.

$$\begin{bmatrix} \Psi_i & Z_{2i}(X_i, \mu_i) \\ Z_{2i}^{\mathrm{T}}(X_i, \mu_i) & Z_{1i}(\mu_i) \end{bmatrix} < 0 \qquad (18)$$

其中 $Z_{1i}(\mu_i) = -\mathrm{diag}\{\mu_i \quad \mu_i\}$，$Z_{2i}^{\mathrm{T}}(X_i, \mu_i) = \begin{bmatrix} \mu_i H_i^{\mathrm{T}} & -\mu_i H_{zi}^{\mathrm{T}} & 0 \\ E_i X_i & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

证明. 利用定理 5 中的式(17)，其余与定理 3 类似，最后令 $\mu_i = \lambda_i^{-1}$.　　证毕.

定理 7. 若存在实数 $\lambda_i > 0$ 使下列耦合线性矩阵不等式(19)，(20)以及 $Y_i - X_i^{-1} > 0$，关于 X_i，Y_i，F_i和 L_i有解

$$\begin{bmatrix} \Phi_{1i} & Z_{4i}(X_i) \\ Z_{4i}^{\mathrm{T}}(X_i) & Z_{3i}(\lambda_i) \end{bmatrix} < 0 \qquad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{2i} & Z_{5i}(Y_i) \\ Z_{5i}^{\mathrm{T}}(Y_i) & Z_{3i}(\lambda_i) \end{bmatrix} < 0 \qquad (20)$$

其中 $Z_{3i}(\lambda_i) = -\mathrm{diag}\{\lambda_i \quad \lambda_i^{-1}\}$，

$$Z_{4i}^{\mathrm{T}}(X_i) = \begin{bmatrix} H_i^{\mathrm{T}} X_i & -H_{zi}^{\mathrm{T}} \\ E_i & 0 \end{bmatrix}, \quad Z_{5i}^{\mathrm{T}}(Y_i) = \begin{bmatrix} H_i^{\mathrm{T}} & -H_{zi}^{\mathrm{T}} & 0 & \cdots & 0 \\ E_i Y_i & 0 & \underbrace{0 \quad \cdots \quad 0}_{N-1} \end{bmatrix},$$

则有

$$A_{ki} = (X_i - Y_i^{-1})^{-1}[A_i^{\mathrm{T}} + X_i A_i Y_i + X_i B_i F_i + L_i C_{yi} Y_i + \lambda_i^{-1} X_i H_i H_i^{\mathrm{T}} +$$
$$\lambda_i E_i^{\mathrm{T}} E_i Y_i + \sum_{j=1}^{N} \pi_{ij} Y_j^{-1} Y_i + (B_{wi}^{\mathrm{T}} X_i - C_i - \lambda_i^{-1} H_{zi} H_i^{\mathrm{T}} X_i)^{\mathrm{T}} (D_{wi} + D_{wi}^{\mathrm{T}} -$$
$$\lambda_i^{-1} H_{zi} H_{zi}^{\mathrm{T}})^{-1} (B_{wi}^{\mathrm{T}} - C_i Y_i - \lambda_i^{-1} H_{zi} H_i^{\mathrm{T}})] Y_i^{-1},$$
$$B_{ki} = (Y_i^{-1} - X_i)^{-1} L_i, \quad C_{ki} = F_i Y_i^{-1}.$$

证明. 利用定理 5，其余方法与定理 4 类似，此处略.

注 4. 定理 6 的条件中包含了定理 3 的条件，显然当系统无不确定性时，定理 6 退化为定理 3；同样有定理 7 和定理 4 的关系.

5　结论

在状态空间下研究了 Markov 跳变过程正实分析和综合问题，并推广到含参数不确定

性的情形. 结果表明，无论通过状态反馈还是输出反馈，依赖于模态的(鲁棒)正实控制器存在的条件和综合问题等价于一组耦合线性矩阵不等式的可解性问题.

References

1 Sun W, Khargonekar P P, Shim D. Solution to the positive real control problem for linear time-invariant systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, **39**(10): 2034～2046

2 Xie L, Soh Y C. Positive real control problem for uncertain linear time-invariant systems. *Systems and Control Letters*, 1995, **24**(2): 265～271

3 Aliyu M D S. Passivity and stability of nonlinear systems with Markovian jump parameters. In: Proceedings of the American Control Conference, San Diego, California, USA:IEEE Press, 1999,**2**: 953～957

4 Krasovskii N N, Lidskii E A. Analytical design of controllers in systems with random attributes. *Automation and Remote Control*, 1961, **22** (I-III): 1021～1025

5 Ji Y, Chizeck H J. Controllability, stability and continuous-time Markovian jump linear quadratic control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, **35**(7): 777～788

6 de Farias D P, Geromel J C, do Val J B R, Costa O L V. Output feedback control of Markov jump linear systems in continuous-time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(5): 944～949

7 Feng X, Loparo K A, Ji Y, Chizeck H J. Stochastic stability properties of jump linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, **37**(1): 38～53

8 Boukas E K, Shi P, Benjelloun K. On stabilization of uncertain linear systems with jump parameters. *International Journal of Control*, 1999, **72**(9): 842～850

9 Boyd S, Ghaoui L El, Feron E, Balakrishnan V. Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory. Philadelphia: SIAM Press, 1994

刘 飞,苏宏业,褚 健 简介见本刊第 28 卷第 6 期.

(**LIU Fei** Ph. D., associate professor. His research interests include robust control, industrial process modeling and control, and computer real-time control systems.)

(**SU Hong-Ye** Ph. D., professor, vice-director. His research interests include time-delay system control, nonlinear control, and robust control.)

(**CHU Jian** Ph. D., professor, director. His research interests include time-delay system control, CIPS, and advanced process control.)