



# 混合流水车间调度的遗传下降算法

唐立新 吴亚萍

(东北大学系统工程研究所 沈阳 110006)

(E-mail: qhjytlx@mail. sy. ln. cn)

**摘要** 针对混合流水车间调度问题(Hybrid Flow Shop Scheduling, HFSS)建立了混合整数规划模型, 提出了遗传下降算法(Genetic Descent Algorithm, GDA). GDA 与 HFSS 工件在机器上最优分配规则相结合, 不但能够产生初始可行解, 而且保证交叉和变异后解仍然可行; 同时在遗传算法中嵌入邻域下降策略. 为了验证 GDA 算法的有效性, 随机产生了 230 组数据进行实验. 实验结果表明: 对于 HFSS 问题, 在小规模情况下, GDA 算法与最优解之间的平均偏差为 0.01%; 对于较大规模的情况, GDA 比 NEH 算法平均改进 10.45%.

**关键词** 生产调度, 混合流水车间, 遗传下降算法

**中图分类号** TP29

## A GENETIC DESCENT ALGORITHM FOR HYBRID FLOW SHOP SCHEDULING

TANG Li-Xin WU Ya-Ping

(Department of Systems Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004)

(E-mail: qhjytlx@mail. sy. ln. cn)

**Abstract** This paper first formulates the hybrid flow shop scheduling (HFSS) problem using an integer programming model and then develops a genetic descent algorithm (GDA) for it. The proposed GDA is constructed by combining the optimal job-machine allocation rules with the appropriate genetic coding. This method can not only generate feasible initial solutions, but also guarantee the feasibility of solutions after genetic operations. In the meantime, neighborhood search is imbedded in the iteration process of the algorithm. In order to testify the effectiveness of GDA, simulation is done based on randomly generated 230 instances. Computational experiments show that: 1) for small size HFSS scheduling problems, the average deviation of GDA from the optimal solution is 0.01%; 2) for medium-large size problems, the performance of GDA is 10.45% better than that of NEH algorithm.

**Key words** Production scheduling, hybrid flow shop, genetic descent algorithm

1) 霍英东青年教师基金、国家教育部优秀青年教师基金、国家自然科学基金(70171030)、国家教育部骨干教师基金资助、中国科学院机器人学开放实验室课题

收稿日期 2000-11-30 收修改稿日期 2002-02-04

## 1 引言

混合流水车间由一系列处理阶段组成,每个处理阶段有多个并行处理器,其中某些阶段可能只有一个处理器,但至少有一个阶段存在有两个以上的并行处理器,工件可由并行处理器中的任一处理器处理,且工件在车间里单向流动。混合流水车间的调度在流程制造业中比较常见,如钢铁企业生产工艺可以粗分为炼钢、连铸和热轧三个阶段<sup>[1]</sup>,每个阶段又有多个并行机组成,象连铸阶段是由多个连铸机组组成,这是一个典型的 HFSS 调度问题。

HFSS 是一个集分配和排序为一体的问题,比一般 flowshop 调度问题要复杂得多。即使是小规模问题最优求解也比较困难,而较大规模问题最优求解几乎不可能,该调度问题已被证明是 NP-难题。探讨此问题的最优算法和快速可行的近优算法是一个挑战性的研究课题。Gupta<sup>[2]</sup>证明了以最小化 makespan 为目标函数的两阶段 HFSS 调度问题是 NP-难题。Linn and Zhang<sup>[3]</sup>介绍了 HFSS 调度问题的研究现状。对于多阶段问题的排列排序调度问题,Rajendran and Chaudhuri<sup>[4]</sup>提出了最小化 makespan 的分支定界最优算法,该算法只能解决小规模问题;Brah and Loo<sup>[5]</sup>提出了将解决 flowshop 调度问题的启发式算法应用于求解 HFSS,该文献验证了 NEH 算法是其他算法中解决 HFSS 调度问题的最有效的启发式算法。Santos 等<sup>[6]</sup>提出了求解 HFSS 调度问题 makespan 的一个全局下界,该下界在一定程度上可以用来检验近优解的好坏。本文对 HFSS 排列排序调度问题,建立了数学规划模型,构造了有效的遗传下降算法。

## 2 HFSS 问题的数学规划模型

- 问题参数

$n$ —工件数;

$m$ —阶段数;

$M_j$ — $j$  阶段的并行处理器数目;

$P_{ij}$ —工件  $i$  在  $j$  阶段的处理时间;

$S_{ij}$ —工件  $i$  在  $j$  阶段的开始处理时间,  $S_{ij} \geq 0$ ;

$C_{ij}$ —工件  $i$  在  $j$  阶段的处理结束时间;

$M$ —足够大的数。

- 假设变量

$X_{ip}$ —0,1 整数变量,  $X_{ip} = \begin{cases} 0 & \text{工件 } i \text{ 未被安排在第 } p \text{ 个位置} \\ 1 & \text{工件 } i \text{ 被安排在第 } p \text{ 个位置} \end{cases}$

$Y_{ijk}$ —0,1 整数变量,  $Y_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{工件 } i \text{ 在 } j \text{ 阶段未被分配在 } k \text{ 处理器上} \\ 1 & \text{工件 } i \text{ 在 } j \text{ 阶段被分配在 } k \text{ 处理器上} \end{cases}$

- 混合流水车间排列排序调度问题的数学规划模型为

$$\min \max \{C_{im}, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

s. t.

$$\sum_{i=1}^n X_{ip} = 1, p \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (2)$$

$$\sum_{p=1}^n X_{ip} = 1, i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{M_j} Y_{ijk} = 1, i \in \{1, 2, \dots, n\}, j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (4)$$

$$C_{ij} = S_{ij} + P_{ij}, i \in \{1, 2, \dots, n\}, j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (5)$$

$$C_{ij} \leq S_{i,j+1}, i \in \{1, 2, \dots, n\}, j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ip} S_{ij} \leq \sum_{i=1}^n X_{i,p+1} S_{ij}, i, p \in \{1, 2, \dots, n\}, j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{i,p_1} Y_{ijk} (S_{ij} + P_{ij}) \leq \sum_{i=1}^n X_{i,p_2} Y_{ijk} S_{ij} + \left(1 - \sum_{i=1}^n X_{i,p_2} Y_{ijk} S_{ij}\right) \times M, \\ j \in \{1, 2, \dots, m\}, p_1, p_2 \in \{1, 2, \dots, n\}, p_1 \leq p_2, k \in \{1, 2, \dots, M_j\} \quad (8)$$

上述模型中式(1)表示目标函数是最小化最大完成时间;约束条件(2)确保每个优先级位置只能对应一个工件;约束(3)确保每个工件只有一个优先级位置;约束条件(4)说明在任何阶段,每个工件只能选用并行处理器中的一个进行处理;约束条件(5)说明各工件在各阶段的开始处理时间与结束处理时间的关系;约束(6)确保同一工件在进行下一阶段的处理之前必须先完成当前阶段的加工;约束(7)表示同一阶段,优先级越高的工件开始处理时间越早;约束(8)表示对于同一阶段分配在同一处理器上的工件,优先级较低的工件必须等具有较高优先级的工件结束加工才可进行处理. 当处于不同优先级位置的工件不在同一阶段的同一处理器上进行加工时,式(8)中右式值为大数  $M$ ,保证了式(8)恒成立.

### 3 遗传下降算法

#### 3.1 编码方法

对于 HFSS 排列排序调度问题采用自然数编码. 假设有 5 个工件等待加工,工件编号分别为 1,2,3,4,5. 那么可以用一段顺序码来表示工件处理的优先级顺序:  $\boxed{1} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{4} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{5}$ ,方框内的数字表示工件号,越排在前面的工件优先级越高.

#### 3.2 适应值计算

**定义 1.** 机器无闲置工件分配策略:对于一给定排列顺序  $S = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ ,按工件处理优先级顺序,依次在各阶段将各工件分配在具有最早释放时间的处理器上. 下面以工件在阶段  $j$  的分配具体说明机器无闲置工件分配策略:

1) 将  $S$  中的前  $M_j$  个工件分别分配给阶段  $j$  中的  $M_j$  个处理器. 计算被分配工件完成时间,记录处理器释放时间(可用时间).

2) 比较  $M_j$  个处理器的释放时间,将第  $M_j + 1$  个工件安排在具有最小释放时间的处理器上. 计算被分配工件完成时间,更新处理器释放时间.

3) 重复步骤 2) 安排剩下工件.

**定理 1.** 对于以最小化最大完成时间为目地函数的 HFSS 排列排序调度问题,在一给定的工件处理优先级顺序下,机器无闲置工件分配策略是一种最优分配模式.

根据定义 1 和定理 1, 在 HFSS 排列排序调度问题中, 得到一段顺序编码后的下一步工作是对该编码所代表的工件优先级顺序在各阶段处理器上进行机器无闲置工件分配, 分配结束后产生的工件最大完成时间作为该段编码的适值函数值.

#### 3.3 遗传操作

GDA 采用传统的滚动轮策略,选择的同时采用了最优保持策略,即用当前群体中适应

值最好的个体替换掉新产生群体中的适应值最差的个体。在交叉上，采用部分匹配交叉(PMX, Partial Mapped Crossover)的遗传操作如下。在变异上，采用互换变异方式，并选择变异概率为  $p_m = 0.01$ 。

### 3.4 改进策略

在每次遗传操作后，将当代种群中的个体解作为此下降算法搜索的多个出发点，分别对各个出发点进行邻域搜索，获得该解的局部最优解，然后用这些局部最优解替代原个体组成新的种群参与以后的遗传进化过程。实验结果表明，这一改进策略大大改善了算法的性能，在邻域搜索算法中采用互换式邻域结构(SWAP)，因为 Glass and Potts<sup>[7]</sup>验证了在多出发点下降算法中 SWAP 是一种有效的邻域结构。

**定义 2.** SWAP 邻域结构。互换顺序码中的任意两个位置的工件。例如  $\boxed{1} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{4} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{5}$  是  $\boxed{1} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{4} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{5}$  的一个邻域解。其邻域大小为  $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$ ，其中  $n$  为工件数。

## 4 实验及算法性能比较

对于小规模问题，其规模表示为  $n \times m$ ，其中  $n$  表示工件数， $m$  表示阶段数。每个阶段均设置为发散型混合流水车间：2-阶段并行处理器分布为 {2, 3}，3-阶段为 {1, 2, 3}，5-阶段为 {1, 2, 2, 3, 3}，8-阶段为 {1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3}。组合后如表 1 所示产生 11 种规模，每一种规模由随机产生的 10 组数据组成，共 110 组数据。对于中规模问题，其规模表示为  $n \times m \times M$  ( $M$  表示每个阶段的并行处理器的数目)，其中应用的问题规模为： $n \in \{5, 10, 20, 30\}$ ， $m \in \{2, 4, 6\}$ ，取  $M=3$ ，组合后如表 2 产生 12 种规模，每一种规模由随机产生的 10 组数据组成，共 120 组数据。经过遗传下降算法参数优化配置，本文选择一组优化参数如下，染色体数为 10，迭代次数为 200，每代培育个数为 10，搜索深度采用完全下降搜索策略。结果如表 1 和表 2 所示。

表 1 BB 分别与 GDA 和 GLB 的性能比较

$n \times m$	BB		GDA		BB		GLB	
	最优性能	运算时间(s)	最优性能	运算时间(s)	最优性能	运算时间(s)	最优性能	运算时间(s)
8×2	1.0000	0.10	1.0005	0.20	1.0573	0.10	1.0000	0.00
8×3	1.0000	0.10	1.0000	0.20	1.0508	0.10	1.0000	0.00
8×5	1.0000	0.20	1.0000	0.40	1.0595	0.20	1.0000	0.00
8×8	1.0000	0.40	1.0000	0.50	1.0690	0.40	1.0000	0.00
10×2	1.0000	10.20	1.0000	0.40	1.0653	10.20	1.0000	0.00
10×3	1.0000	5.90	1.0000	0.40	1.0704	5.90	1.0000	0.00
10×5	1.0000	3.00	1.0000	0.70	1.0723	3.00	1.0000	0.00
10×8	1.0000	7.40	1.0002	0.80	1.0728	7.40	1.0000	0.00
11×2	1.0000	297.90	1.0006	0.40	1.0694	297.90	1.0000	0.00
11×3	1.0000	181.50	1.0000	0.50	1.0650	181.50	1.0000	0.00
11×5	1.0000	313.50	1.0000	0.80	1.0732	313.50	1.0000	0.00

表 2 GDA 与其他算法的性能比较

$n \times m \times M$	GLB		GDA		NEH	
	最优性能	运算时间(s)	最优性能	运算时间(s)	最优性能	运算时间(s)
5×2×3	1.0000	0.00	1.0728	0.00	1.1289	0.00
5×4×3	1.0000	0.00	1.0224	0.20	1.0319	0.00
5×6×3	1.0000	0.00	1.0035	0.20	1.0230	0.00
10×2×3	1.0000	0.00	1.0750	0.90	1.2053	0.00
10×4×3	1.0000	0.00	1.1156	1.50	1.2010	0.00

(续 表)

$n \times m \times M$	GLB		GDA		NEH	
	最优性能	运算时间(s)	最优性能	运算时间(s)	最优性能	运算时间(s)
10×6×3	1.0000	0.00	1.0964	1.90	1.1897	0.00
20×2×3	1.0000	0.00	1.0033	14.30	1.0707	0.00
20×4×3	1.0000	0.00	1.0607	26.30	1.1863	0.00
20×6×3	1.0000	0.00	1.1633	101.00	1.2974	0.00
30×2×3	1.0000	0.00	1.0006	113.00	1.0726	0.00
30×4×3	1.0000	0.00	1.0290	217.90	1.1509	0.00
30×6×3	1.0000	0.00	1.0848	349.60	1.2148	0.00

从表 1 和表 2 的计算结果可以得出如下结论

- 对于小规模,提出的 GDA 算法与最优分支定界算法 BB 之间的误差在 0~0.06% 的范围内,而在运算时间却远小于 BB 算法,具有优越性.
- 对于中大规模,GDA 算法明显优于 NEH 启发式算法,平均改进为 10.45%.

## 5 结论

由于混合流水车间 HFS 排列排序调度问题的复杂性,使得该类问题的小规模最优求解比较困难,而大规模最优算法几乎不可行. 针对这一现状,本文设计并实施了遗传下降算法来求解此问题,并进行了大规模实验测试. 实验结果表明该算法在计算时间上优于最优算法,而在性能上优于此问题的 Benchmark 算法,表明该算法是求解 HFSS 排列排序调度问题一种有效的近优算法.

## 参 考 文 献

- Tang L X, Liu J Y, Rong A Y, Yang Z H. A review of planning & scheduling systems and methods for integrated steel production. *European Journal of Operational Research*, 2001, **133**(1): 1~18
- Gupta J N D. Two-stage hybrid flowshop scheduling problem. *Journal of Operational Research Society*, 1988, **34**(4): 359~364
- Linn R, Zhang W. Hybrid flow shop scheduling: A survey. *Computers and Industrial Engineering*, 1999, **37**(1): 57~61
- Rajendran C, Chaudhuri D. A multi-stage parallel-processor flowshop problem with minimum flowtime. *European Journal of Operational Research*, 1992, **57**(1): 111~122
- Brah S A, Loo L L. Heuristics for scheduling in a flow shop with multiple processors. *European Journal of Operational Research*, 1999, **113**(1): 113~122
- Santos D L, Hunsucker J L, Deal D E. Global lower bounds for flow shops with multiple processors. *European Journal of Operational Research*, 1995, **80**(1): 112~120
- Glass C A, Potts C N. A comparison of local search methods for flow shop scheduling. *Annals of Operations Research*, 1996, **63**: 489~509

**唐立新** 教授,博士生导师,东北大学系统工程研究所副所长.曾应邀在美国、英国和香港进行累计两年的合作研究.研究方向为生产计划与调度的理论研究与应用开发、组合最优化的精确与近优化算法研究和制造业物流和供应链建模与优化研究.

**吴亚萍** 2001 年东北大学系统工程研究所硕士毕业.研究方向为生产调度的理论研究与智能优化算法.现工作在美国贝尔(北京)实验室.