

基于振荡型混沌神经网络的 智能信息处理研究¹⁾

余群明 王耀南

(湖南大学电气与信息工程学院 长沙 410082)

(E-mail: yu-qunming@sohu.com)

摘要 提出了振荡型混沌神经网络的结构模型和动力方程,证明了该网络的稳定性和 Hopf 分支的必要条件,得到了在三维模式空间中的轨迹,利用功率谱密度分析了重迭函数的波形. 试验结果表明输入模式在靠近和远离记忆模式两种情况时,网络具有不同的信息处理能力. 该网络在时空模式的动力信息处理和智能信息处理系统中有很重要的应用价值.

关键词 振荡型混沌神经网络, 智能信息处理, 混沌轨迹, 极限环

中图分类号 TP391

RESEARCH OF INTELLIGENT INFORMATION PROCESSING BASED ON OSCILLATORY-CHAOTIC NEURAL NETWORK

YU Qun-Ming WANG Yao-Nan

(*Institute of Electricity and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082*)

(E-mail: yu-qunming@sohu.com)

Abstract The construction model and dynamics equation of oscillatory-chaotic neural network are proposed. The stability and the necessary condition of this network are proved. Orbits in the three dimensional pattern space are obtained. The waveforms of the overlap function are analyzed by using power spectrum density. It has been shown that the network possesses different information processing capacities when an input pattern is close to or far from a memory pattern. This network has very important application value in dynamics information processing of spatiotemporal patterns and intelligent information processing systems

Key words Oscillatory-chaotic neural networks, intelligent information processing, chaotic orbit, limit cycle

1 引言

最近,振荡现象在哺乳动物的大脑视觉皮层和嗅觉球中均已被观察到.例如在猫的视觉

1) 国家自然科学基金(60075008,60102010)资助

皮层(区域 17 和 18),Eckhorn^[1]等记录了区域 17 的定位细胞和区域 18 的运动方向细胞间有条理的或同步的振荡;Gray^[2]等发现只有在具有同样定位优先权的细胞之间才有同步振荡. 这些同步振荡作为脑中连接特征机理引起人们很大注意. Freeman^[3]等已报道,在兔子嗅觉球中,准极限环活动使兔子想起可感觉到的特定气味,混沌活动使它想起新的气味. 然而,这种混沌动力并不被认为是杂乱的和随机性的,而是具有自发搜索机理的一种新的信息处理方法. 因此,振荡型混沌神经网络不仅在生物上,而且在时空模式的动力信息处理中都是很重要的. Amari^[4]的早期研究指出,由 E-I(Excitatory-Inhibitory)细胞的相互作用可出现振荡,并在理论上分析了振荡的条件. 在此基础上,本文研究了一种具有 E-I 副的振荡型混沌神经网络.

2 振荡型混沌神经网络结构模型

在脑中振荡归功于激活-抑制(E-I)细胞的相互作用,由 E-I 神经元组成的网络在一定条件下表现出混沌特征. 下面考虑一种由 E-I 细胞组成的具有简单网络结构的振荡型混沌神经网络.

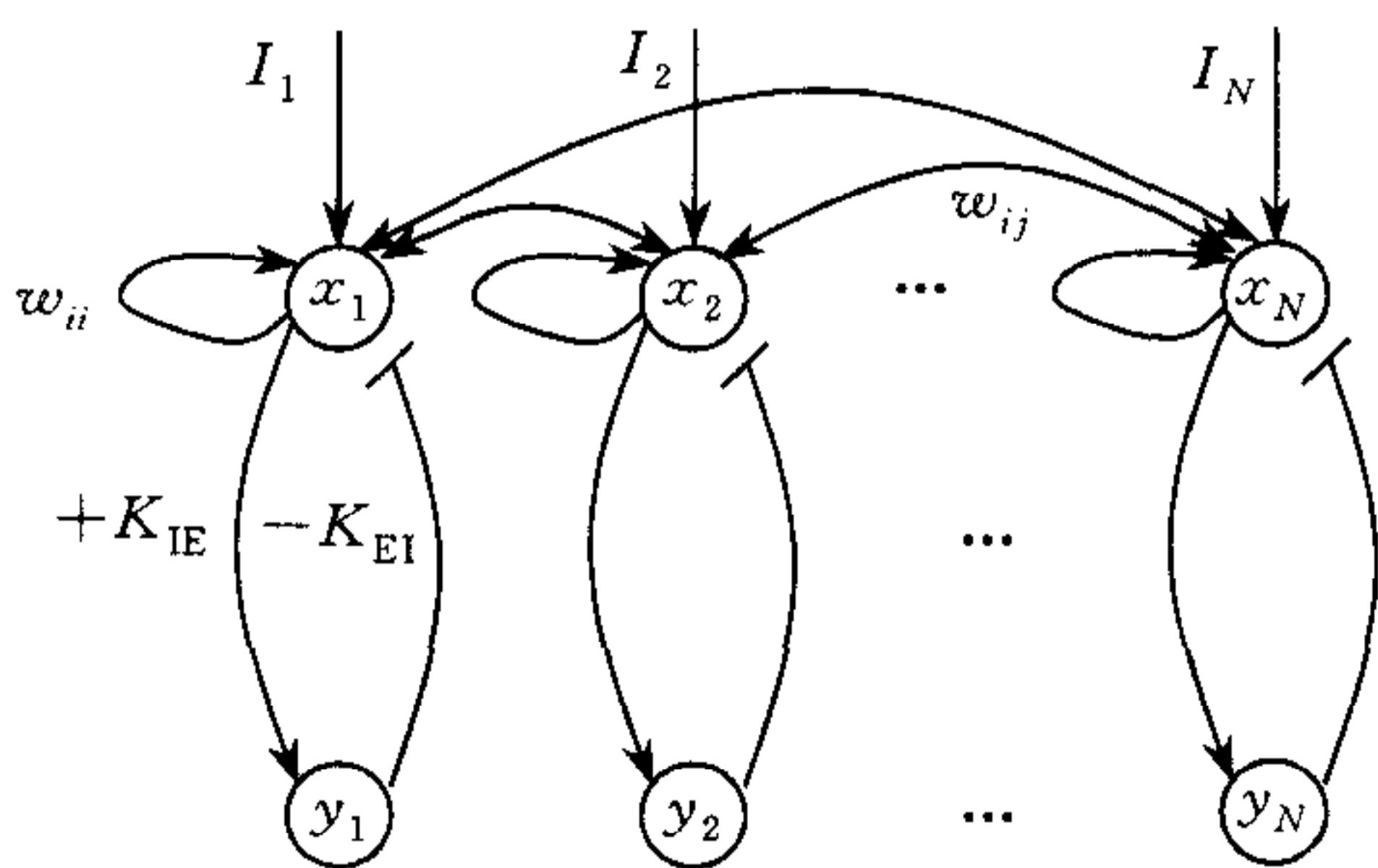


图 1 振荡型混沌神经网络结构图

网络由包含 N 个细胞的激活神经元组和抑制神经元组构成,在网络中每个细胞不是一个单一神经元,而是每个激活细胞与一个抑制细胞连接成一个对应副(corresponding pair,以下简称为 E-I 副),并与其它激活细胞有相互连接关系,同时每个抑制细胞只有一个与其对应的激活细胞相连接,如图 1 所示.

对网络中的细胞的动力方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = -x_i + F\left(\sum_{j=1}^N w_{ij}x_j - K_{EI}^{(i)}y_i + I_i\right) \\ \dot{y}_i = -y_i + F(K_{IE}^{(i)} \cdot x_i) \\ F(z) = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{z}{a}\right) \\ w_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\beta=1}^M \xi_i^\beta \xi_j^\beta + \delta_{ij} (N > M) \end{cases} \quad (1)$$

上式中 \dot{x}_i 和 \dot{y}_i 分别表示变量 x_i 和 y_i 对时间的导数; x_i 和 y_i 分别为激活细胞和抑制细胞的平均脉冲密度; $F(z)$ 是从平均隔膜电位到平均脉冲宽度的 S 型函数; a 是函数 $F(z)$ 的斜率;激活细胞 i 和激活细胞 j 之间的相互连接 w_{ij} 由 M 个记忆模式(pattern) ξ^β ($\beta=1, 2, \dots, M$) 的自相关矩阵确定, ξ^β 的每个部分取二值 ± 1 ; δ_{ij} 表示 Kronecker 的 δ 函数,根据自相关矩阵的特性有 $w_{ii} = (N+M)/N$ 和 $w_{ji} = w_{ij}$,从抑制细胞到激活细胞的第 i 个 E-I 副是以连接权值 $-K_{EI}^{(i)}$ 来抑制连接,从激活细胞到抑制细胞是以连接权值 $K_{IE}^{(i)}$ 来激活连接; I_i 是对第 i 个激活细胞的输入偏置,输出模式由激活细胞 $x_i(t)$ 的激活值输出.

3 振荡型混沌神经网络稳定性及 Hopf 分支的理论分析

在一般情况下振荡型混沌神经网络的理论分析是很困难的,因此本文仅对其局部稳定性以及 Hopf 分支的必要条件进行理论分析.

定理 1. 如果非耦合系统在记忆模式附近有一个渐近稳定点,并且在稳定点处的 Jacobian 矩阵是可逆的,那么具有足够小的连接参数 $K_{IE} \equiv \epsilon > 0$ 的振荡型混沌神经网络也具有一个类似的渐近稳定点(其中符号 ‘ \equiv ’ 表示定义为,以下相同).

证明. 系统为非耦合系统时,将不考虑激活细胞与抑制细胞的连接,此时网络模型简化为具有输入偏置 I_i 的常规联想记忆模型,方程(1)变为

$$\dot{x}_i = -x_i + F\left(\sum_{j=1}^N w_{ij}x_j + I_i\right) \equiv f_i(x_1, x_2, \dots, x_N), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

若在记忆模式 ξ^β 附近存在一个渐近稳定点 $\{\bar{x}_i\}$ (如在输入偏置 I_i 取一个较大的正比于记忆模式 ξ^β 的值的条件下),那么在稳定点 $\{\bar{x}_i\}$ 处的线性化方程将具有负实部的特征值.

在上面的假设条件下,当 K_{IE} 的值足够小时,通过微扰动分析来证明在振荡型混沌神经网络中存在一个类似的渐近稳定点.

首先证明存在一个微扰动平衡点 $\{\tilde{x}_i\}$. 若存在一个平衡状态,则此时应有 $\dot{y}_i = 0$, 由方程(1)有 $y_i = F(K_{IE}x_i)$. 对足够小的 $K_{IE} \equiv \epsilon > 0$, 将 $F(\epsilon x_i)$ 按 Taylor 展开得到

$$y_i = F(\epsilon x_i) = F(0) + \epsilon x_i F'(0) + O(\epsilon^2) \approx \frac{2\epsilon}{\pi a} x_i \quad (3)$$

方程(1)近似为

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= -x_i + F\left(\sum_{j=1}^N w_{ij}x_j - \frac{2K_{EI}\epsilon}{\pi a}x_i + I_i\right) = \\ &= -x_i + F\left(\sum_{j=1, j \neq i}^N w_{ij}x_j + \left(w_{ii} - \frac{2K_{EI}\epsilon}{\pi a}\right)x_i + I_i\right) \equiv \tilde{f}_i(x_1, x_2, \dots, x_N) \end{aligned} \quad (4)$$

从(4)式可以看出,激活细胞的连接权值 w_{ii} 微扰动到

$$w_{ii}^* = w_{ii} - \frac{2K_{EI}\epsilon}{\pi a} \quad (5)$$

下面考虑 $\tilde{f}_i(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0$ 的解,若该方程的解存在,则该解即为一个平衡点. 在解 $\{\tilde{x}_i\}$ 处,可得到 \tilde{f}_i 关于 $\delta x, \delta w_{ii}$ 的微扰动展开形式为

$$(\tilde{f}_i)_{x_k = \tilde{x}_k} = [f_i]_{x_k = \tilde{x}_k} + [\partial f_i / \partial x_j]_{x_k = \tilde{x}_k} \cdot \delta x + \text{diag}[\partial f_i / \partial w_{ii}]_{x_k = \tilde{x}_k} \cdot \delta w_{ii} + \text{高阶项} \quad (6)$$

由(2)式和假设可知,(6)式中的第一项 $[f_i]_{x_k = \tilde{x}_k} = 0$; 由(5)式可知,(6)式中的第三项里的 $\delta w_{ii} \sim O(\epsilon)$; 根据前提中假设稳定点处的 Jacobian 矩阵是可逆的,可得到 $[\partial f_i / \partial x_j]_{x_k = \tilde{x}_k}^{-1}$ 是非奇异矩阵,于是(6)式中的第二项里的

$$\delta x = -[\partial f_i / \partial x_j]_{x_k = \tilde{x}_k}^{-1} \cdot \text{diag}[\partial f_i / \partial w_{ii}]_{x_k = \tilde{x}_k} \cdot \delta w_{ii} \sim O(\epsilon).$$

综上所述,(6)式的右边近似等于 0,所以 $(\tilde{f}_i)_{x_k = \tilde{x}_k} = 0$ 的解存在,它为一个微扰动平衡点

$$\tilde{x}_i = x_i + \epsilon x_i^* + O(\epsilon^2) \quad (7)$$

然后讨论微扰动平衡点 $\{\tilde{x}_i\}$ 的稳定性. 在振荡型混沌神经网络中,平衡点 $\{\tilde{x}_i\}$ 处的线性化方程的 Jacobian 矩阵为

$$\begin{bmatrix} -1 + w_{11}^* F'_{1b} & w_{12} F'_{1b} & \cdots & w_{1N} F'_{1b} \\ w_{21} F'_{2b} & -1 + w_{22}^* F'_{2b} & \cdots & w_{2N} F'_{2b} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{N1} F'_{Nb} & w_{N2} F'_{Nb} & \cdots & -1 + w_{NN}^* F'_{Nb} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中

$$F'_{ib} = F' \left(\sum_{j=1, j \neq i}^N w_{ij} \tilde{x}_j + w_{ii}^* \tilde{x}_i + I_i \right) \quad (9)$$

将(5)和(7)式代入(9)式并按 Taylor 展开,整理后得

$$F'_{ib} = F' \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} \bar{x}_j + I_i \right) + \varepsilon \cdot \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} x_j^* - \frac{2K_{EI} \bar{x}_i}{\pi a} \right) \cdot F'' \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} \bar{x}_j + I_i \right) + O(\varepsilon^2) =$$

$$F'_{ia} + \varepsilon \cdot \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} x_j^* - \frac{2K_{EI} \bar{x}_i}{\pi a} \right) \cdot F''_{ia} + O(\varepsilon^2) \quad (10)$$

其中 $F'_{ia} = F' \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} \bar{x}_j + I_i \right)$.

将(10)式代入(8)式,整理后得到最后的 Jacobian 矩阵形式为 $J + \varepsilon A + O(\varepsilon^2)$. 这里 εA 为扰动矩阵,并且 A 由 $0 < F''(z) \leq 1/\pi a^2$, $-1 < \bar{x}_i$ 和 $x_i^* < 1$, $w_{ii} = (N+M)/N$, $w_{ij} = O(1/N)$ 等条件约束,因此在 ε 足够小时, $\varepsilon A \rightarrow 0$; 同时 J 为稳定点 $\{\bar{x}_i\}$ 处的 Jacobian 矩阵,其特征值有负实部,所以在足够小的 $K_{IE} \equiv \varepsilon$ 时,平衡点 $\{\bar{x}_i\}$ 处的线性化方程的 Jacobian 矩阵(8)的特征值也具有负实部,因此平衡点是渐近稳定的. 证毕.

定理 2. 对于只有一个 E-I 副的神经网络,在平衡点处发生 Hopf 分支的必要条件是

$$K_{EI} > w_{ii} \pi \bar{x}_i / 2 \text{ 和 } w_{ii} \geq \pi a, \text{ 其中 } \bar{x}_i = \frac{2}{\pi} \arctan \sqrt{\frac{w_{ii} - \pi a}{\pi a}}.$$

证明. 在证明该定理之前,首先说明一下发生 Hopf 分支的必要条件. 讨论中只考虑一对 E-I 副,即 $\dot{x}_i = -x_i + F(w_{ii} x_i - K_{EI} y_i + I_i)$, $\dot{y}_i = -y_i + F(K_{IE} x_i)$.

假设只有一个平衡点 (\bar{x}_i, \bar{y}_i) 和在平衡点处有一个微扰动 $(\delta x_i, \delta y_i)$, 下面讨论在平衡点 (\bar{x}_i, \bar{y}_i) 处线性化方程 $\frac{d(\bar{x}_i + \delta x_i)}{dt} = -(\bar{x}_i + \delta x_i) + F(w_{ii}(\bar{x}_i + \delta x_i) - K_{EI}(\bar{y}_i + \delta y_i) + I_i)$, 即 $\frac{d\bar{x}_i}{dt} + \frac{d(\delta x_i)}{dt} = -\bar{x}_i - \delta x_i + F((w_{ii} \bar{x}_i - K_{EI} \bar{y}_i + I_i) + w_{ii} \delta x_i - K_{EI} \delta y_i)$.

令 $v_e = w_{ii} \bar{x}_i - K_{EI} \bar{y}_i + I_i$, 则

$$\begin{aligned} \delta x &= \frac{d(\delta x_i)}{dt} = -\delta x_i + F(v_e + w_{ii} \delta x_i - K_{EI} \delta y_i) - F(v_e) = \\ &= -\delta x_i + F(v_e) + F'(v_e) \cdot w_{ii} \delta x_i - F'(v_e) K_{EI} \delta y_i + \text{高阶项} - F(v_e) \approx \\ &= (-1 + w_{ii} F'(v_e)) \delta x_i - K_{EI} F'(v_e) \delta y_i. \end{aligned}$$

同理可得到 $\delta y = K_{IE} F'(v_i) \delta x_i - \delta y_i$, 其中 $v_i = K_{IE} \bar{x}_i$, 写成矩阵形式为 $\begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 + w_{ii} F'(v_e) & -K_{EI} F'(v_e) \\ K_{IE} F'(v_i) & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \end{pmatrix}$. 对于 2×2 阶矩阵,利用矩阵 A 的迹 $\text{tr}A$ 和行列式 $\det A$, 可得到矩阵 A 的特征值 λ 满足 $\lambda^2 - (\text{tr}A)\lambda + (\det A) = 0$, 因此特征值 λ 为 $\lambda = [(\text{tr}A) \pm \sqrt{(\text{tr}A)^2 - 4 \cdot (\det A)}] / 2$.

由文献[5]可知,在 Hopf 分支点,矩阵的两个特征值均为虚数,即等价于 $\text{tr}A = 0$ 时

$\det A > 0$.

下面证明定理 2, 首先讨论 $\text{tr} A = 0$ 这个条件. 由于 $\text{tr} A = -2 + w_{ii}F'(v_e)$, 令上式为零得到

$$\frac{2}{w_{ii}} = F'(v_e) = \frac{2a}{\pi(a^2 + v_e^2)} \quad (11)$$

即 $\pi(a^2 + v_e^2) = aw_{ii}$, 将 $v_e = w_{ii}\bar{x}_i - K_{EI}\bar{y}_i + I_i$ 代入(11)式, 整理后得

$$-\pi I_i^2 - 2\pi(w_{ii}\bar{x}_i - K_{EI}\bar{y}_i)I_i - \pi(w_{ii}\bar{x}_i - K_{EI}\bar{y}_i)^2 + a(w_{ii} - \pi a) = 0 \quad (12)$$

由于输入量 I_i 为实数, 所以(12)式的判别式

$$\Delta = [-2\pi(w_{ii}\bar{x}_i - K_{EI}\bar{y}_i)]^2 + 4\pi[-\pi(w_{ii}\bar{x}_i - K_{EI}\bar{y}_i)^2 + a(w_{ii} - \pi a)] = 4\pi a(w_{ii} - \pi a) \geq 0, \quad \text{即 } w_{ii} \geq \pi a.$$

接着讨论 $\text{tr} A = 0$ 时 $\det A > 0$. 由 $\text{tr} A = 0$ 得 $-2 + w_{ii}F'(v_e) = 0 \Rightarrow w_{ii}F'(v_e) = 2$, 因此

$$\det A = -1 + 2K_{EI} \cdot K_{IE} \cdot F'(v_i)/w_{ii} > 0,$$

即 $w_{ii} < 2K_{EI} \cdot K_{IE} \cdot F'(v_i) = 2K_{EI} \cdot K_{IE} \cdot \frac{2a}{\pi(a^2 + v_i^2)} = \frac{4K_{EI}K_{IE}a}{\pi(a^2 + v_i^2)}$. 将 $v_i = K_{IE}\bar{x}_i$ 代入上式并整理得

$$(\pi w_{ii}\bar{x}_i^2)K_{IE}^2 - (4K_{EI}a)K_{IE} + (\pi w_{ii}a^2) < 0 \quad (13)$$

由于 K_{IE} 为大于零的实数, 所以(13)式的判别式 $\Delta = (4K_{EI}a)^2 - 4(\pi w_{ii}\bar{x}_i^2)(\pi w_{ii}a^2) > 0$, 即得

到 $K_{EI} > \frac{w_{ii}\pi\bar{x}_i}{2}$, 其中 $\bar{x}_i = F(v_e) = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{v_e}{a}\right) = \frac{2}{\pi} \arctan \sqrt{\frac{w_{ii} - \pi a}{\pi a}}$. 证毕.

Eckmann 曾对各种分支过程进行了研究, 归纳出走向混沌的三种途径^[6]: 1) Feigenbaum 途径(通过叉状分支); 2) Ruelle-Takens-Newhouse 方案(通过 Hopf 分支); 3) Pomeau-Mannèville 途径(通过阵发混沌). 上述定理 2 表明, 若参数 K_{EI} 和 w_{ii} 的值满足 Hopf 分支的必要条件, 则可保证振荡型混沌神经网络将有可能产生混沌.

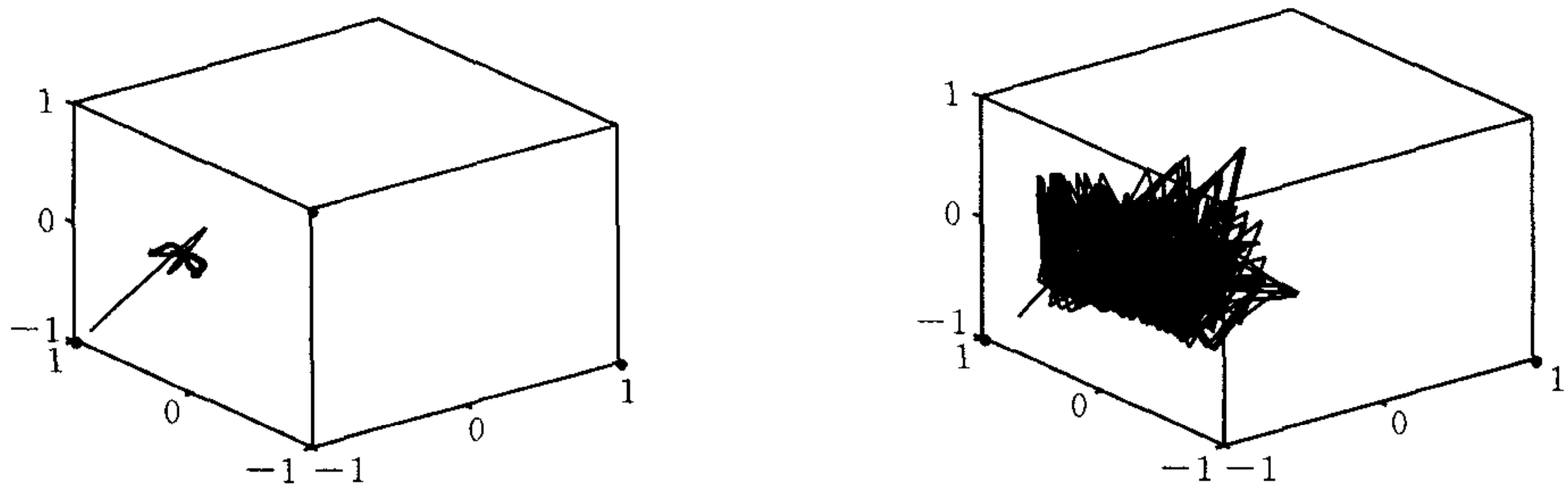
4 振荡型混沌神经网络在三维模式空间中的轨迹及功率谱密度分析

下面讨论具有三对 E-I 副的振荡型混沌神经网络在三维模式空间中的轨迹. 为了构造自相关连接权值矩阵, 设三个记忆模式 ξ^{β} 分别为 $\xi^1 = (-1, +1, -1)$, $\xi^2 = (+1, -1, -1)$ 和 $\xi^3 = (-1, -1, +1)$, 同时为了满足定理 2 中的条件, 参数设置为 $K_{EI} = 2.0$, $a = 0.1$, $w_{ii} = 1.0$, K_{IE} 为分支参数. 初始状态为 $x_i(0) = I_i$, $y_i(0) = 0$, 激活细胞的活性值 x_i 对应三维坐标系中的一个点 $-1 \leq x_i \leq +1$. 欲求该网络在三维模式空间中的轨迹, 则必须求出 x_i 对方程. 根据动力方程(1)和初始条件, 不难得到第 t 时刻

$$y_i(t) = (F_{i1}(t) \cdot e - F_{i1}(t) + y_i(t-1)) \cdot e^{-1}, \quad x_i(t) = (F_{i2}(t) \cdot e - F_{i2}(t) + x_i(t-1)) \cdot e^{-1},$$

其中 $F_{i1}(t) = F(K_{IE}x_i(t))$, $F_{i2}(t) = F\left(\sum_{j=1}^N w_{ij}x_j(t) - K_{EI}y_i(t) + I_i\right)$.

首先考虑输入模式接近给定记忆模式的情况. 不妨取 $I_i = [-0.95, +0.95, -0.95]$ ($K_{IE} = 0.5$), 得到 $x_i(t)$ 的空间轨迹如图 2(a) 所示. 从图中可以看出, 当输入模式在已知记忆模式附近时, 在记忆模式附近形成一个极限环, 这时具有模糊的波动记忆会恢复.



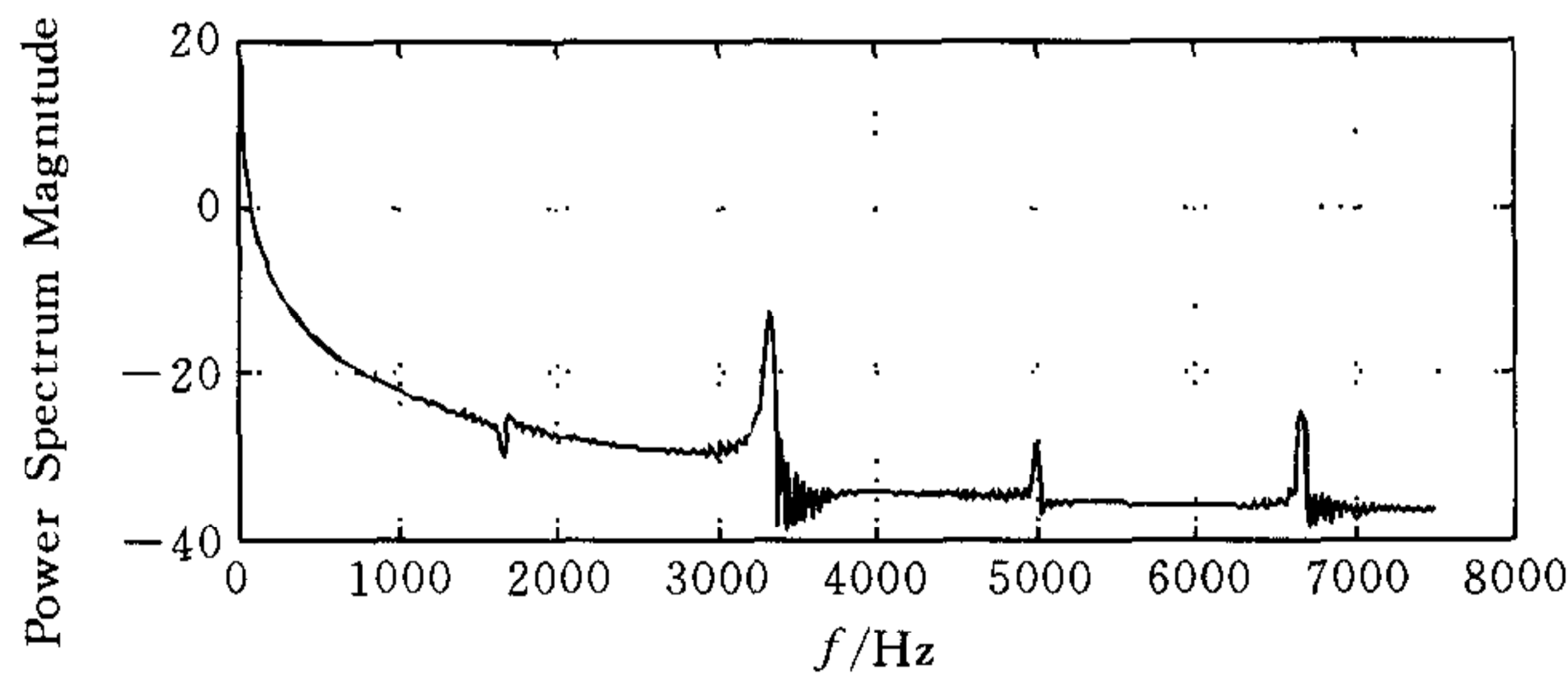
(a) 输入模式接近给定记忆模式时的轨迹

(b) 输入模式远离给定记忆模式时的轨迹

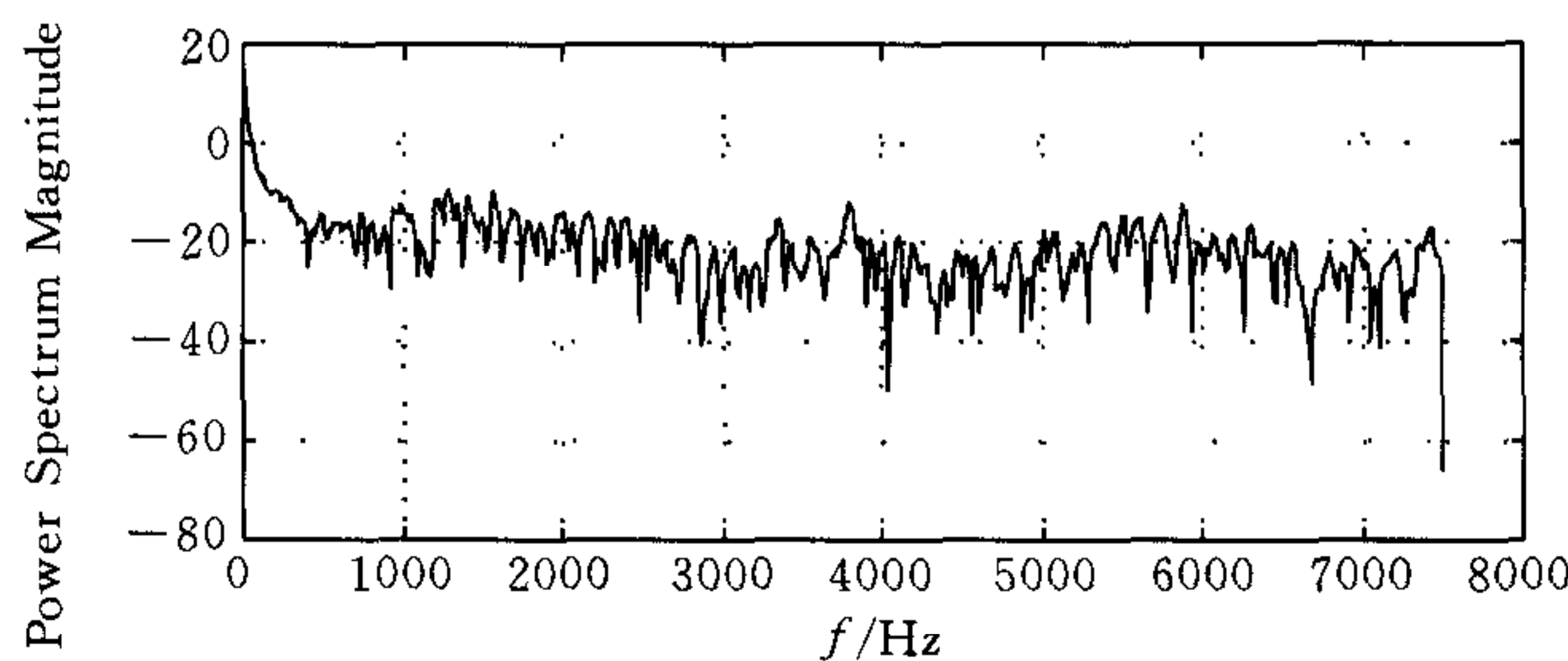
图 2

其次考虑输入模式远离给定记忆模式的情况.不妨取 $I_i = [-0.8, 0.8, -0.8]$ ($K_{IE} = 0.5$), 得到 $x_i(t)$ 的空间轨迹如图 2(b) 所示. 从图中可以看出, 当输入模式远离已知记忆模式时, 得到一个具有多种频率的波形的混沌轨迹, 该轨迹在空间游荡, 具有自发搜索能力. 对于稍微一点点不同的输入, 就存在不同的轨迹, 在模式空间中有许多个吸引子.

为了对上述轨迹作进一步的分析, 引入重迭函数的概念, 重迭函数 $M^u(t)$ 定义为^[7] $M^u(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \xi_j^u x_j(t)$, 其中 ξ_j^u 为已知记忆模式, $x_j(t)$ 为实际输出模式. 下面从功率谱密度的角度来研究一下重迭函数的波形, 进一步观察轨迹的混沌特征. 同样取输入模式接近 ($I_i = [-0.98, 0.98, -0.98]$) 和远离 ($I_i = [-0.8, 0.8, -0.8]$) 已知记忆模式两种情况考虑, 其它参数同上 ($K_{IE} = 0.5$), 得到功率谱密度如图 3 所示. 图 3(a) 为输入模式在给定记忆模式附近的情况, 从图中可以看出有几个明显的峰值; 而图 3(b) 为输入模式远离给定记忆模式的情况, 从图中可以看出存在一个多种频率的连续功率谱, 这种连续功率谱意味着轨迹的混沌特征.



(a) 输入模式在已知记忆模式附近的功率谱密度图



(b) 输入模式远离记忆模式时功率谱密度图

图 3

Newhouse^[7]等指出,具有 m 个周期($m \geq 3$)的准周期轨迹附近存在混沌吸引子,如果许多个振荡子(大于 2)中每个振子都具有各自的频率并彼此弱耦合时,那么混沌轨迹就会出现. 在我们所提出的模型中,每对 E-I 副均为一个自治的振子,并彼此间通过自相关矩阵 w_{ij} 弱耦合. 因此,对远离已知记忆模式的输入模式来说,混沌轨迹是从 Ruelle-Takens 周期分支得到的.

5 结论

通过对振荡型混沌神经网络的智能信息处理的机制分析,得到如下重要结论:

1) 当输入模式在已知记忆模式附近时,一个极限环自发产生,这时模糊的信息可恢复,因此,可以利用极限环来完成模糊图象的识别;

2) 当输入模式远离已知记忆模式时,得到一个具有多种频率的波形的混沌轨迹,这时网络具有自发搜索能力,可利用这种自发搜索机理来实现智能信息处理.

因此,网络的计算函数不是固定的,而是按照输入和已知记忆间的距离或相关性来不断地变化. 这种可变性可提高信息处理的效率和柔性,为实现具有实时性、联想记忆和开放的柔性智能信息处理提供了一种新的途径.

参 考 文 献

- 1 Eckhorn R *et al.* Feature linking via synchronization among distributed assemblies: Simulations of results from cat visual cortex. *Neural Computation*, 1990, **2**(3):293~307
- 2 Gray C M *et al.* Stimulus-specific neuronal oscillations in orientation columns of cat visual cortex. In: Proceedings of the National Academy of Science, USA, 1989, **86**:1689~1702
- 3 Yao Y, Freeman W J. Model of biological pattern recognition with spatially chaotic dynamics. *Neural Networks*, 1990, **3**(2):153~170
- 4 Amari S. Characteristics of randomly connected threshold-element networks and network systems. In: Proceedings of the IEEE, 1972, **59**(1), 35~47
- 5 Guckenheimer I *et al.* Nonlinear Oscillations Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. Berlin: Springer-Verlag, 1983
- 6 Eckmann J P. Roads to turbulence in dissipative dynamics system. *Rev. Mod. Phys.*, 1981, **53**:643~649
- 7 Newhouse S *et al.* Occurrence of strange axon a attractors near quasi-periodic flow on T^m , $m \geq 3$. *Communications in Mathematical Physics*, 1978, **64**:35~40

余群明 现为湖南大学电气与信息工程系博士研究生. 主要从事神经网络、混沌理论及智能机器人等方面的研究.

王耀南 博士后,现为湖南大学电气与信息工程系教授、博士生导师. 主要研究领域为工业自动化、人工智能、智能机器人视觉、神经网络及模糊控制等.