



跟踪微分器用于零点配置¹⁾

张文革 韩京清

(中国科学院系统科学研究所 北京 100080)

(E-mail: jqhan@staff.iss.ac.cn)

关键词 跟踪微分器, 零点配置, 传递特性.

THE APPLICATION OF TRACKING DIFFERENTIATOR IN ALLOCATION OF ZERO

ZHANG Wen-Ge HAN Jing-Qing

(Institute of Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

(E-mail: jqhan@staff.iss.ac.cn)

Key words Tracking differentiator, allocation of zero, transfer characteristic.

1 引言

在线性系统理论中, 只要系统可控, 通过线性状态反馈可以任意配置系统极点来改善系统的动态性能. 能否通过配置系统的零点来改善系统的动态性能, 特别是系统的传递特性, 由于零点配置需用微分环节, 而传统的“微分器”对噪声敏感, 很难用于零点配置上. 本文将用信噪比很高的新型“非线性跟踪微分器(TD)”^[1]来提取微分信号, 从而能够用零点配置的方法来改善系统的动态性能. 数值仿真例子表明本文提出的方法很有效.

2 跟踪微分器用于零点配置

如果二阶系统 $\ddot{x} - f(x, \dot{x}) = u$ 是稳定的线性系统, 即 $f(x, \dot{x}) = -a_1\dot{x} - a_2x$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, 那么输入 u 到输出 x 的传递函数为

$$G_u(s) = \frac{1}{s^2 + a_1s + a_2}, \quad (1)$$

若进一步假定参数 a_1, a_2 已知, 且微分器“可实现”, 那么可以构造由纯微分器所成的环节

$$G_v(s) = s^2 + a_1s + a_2. \quad (2)$$

1) 复杂系统控制的基础理论研究基金资助(970211017).

现在我们把系统(2)串联于系统(1)之前(实现“串联校正”),那么这两个环节所成复合系统的传递特性就变成 1,抵消了原系统的动态特性而达到最理想的传递特性.由环节 $G_v(s)$ 决定的系统称为原系统(1)的“零点”系统,而这种校正方法称为“零点配置”,是由参考输入 v 的各阶微分来构造原系统的控制量

$$u = \ddot{v} - a_2\dot{v} - a_1v. \tag{3}$$

然而,传统的“微分器”对噪声敏感,很难实现传递特性式(3).

作者有信噪比很高的非线性微分器-跟踪微分器 (TD),对更一般的系统,能够以很高的近似度来实现这种“零点配置”校正.按上述线性系统的方法,对二阶非线性系统

$$\ddot{x} - f(x, \dot{x}) = u, \tag{4}$$

如果构造系统输入

$$u = \ddot{v} - f(v, \dot{v}), \tag{5}$$

那么从输入 v 到输出 x 的微分方程变为 $\ddot{x} - f(x, \dot{x}) = \ddot{v} - f(v, \dot{v})$,因此只要有 $x(0) = v(0)$, $\dot{x}(0) = \dot{v}(0)$,就会有 $x(t) = v(t)$,从而使输入到输出的传递特性变成 1.把系统(5)称作系统(4)的“零点系统”,把这个零点系统串联于系统(4)的做法叫做“零点配置”.

跟踪微分器(TD)是如下一个动态环节

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -r \operatorname{sign}\left(x_1 - v + \frac{|x_2| x_2}{2r}\right), \end{cases} \tag{6}$$

在具体实现时,采用文献[2]给出的离散化公式

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) + h * x_2(k), \\ x_2(k+1) = x_2(k) + h * f_{st2}(x_1(k), x_2(k), v(k), r, h), \end{cases} \tag{7}$$

其中 x_1 用于跟踪输入信号 v , x_2 用于跟踪 v 的导数, $f_{st2}(x_1(k), x_2(k), v(k), r, h)$ 用于跟踪 v 的二阶导数. r 是决定跟踪快慢的参数, h 是数值积分的步长, $f_{st2}(x_1(k), x_2(k), v(k), r, h)$ 是如下的非线性函数

$$f_{st2}(x_1(k), x_2(k), v(k), r, h) = -r \operatorname{sat}(g(k), \delta),$$

其中 $\delta = hr$, $\delta_1 = h\delta$, $e(k) = x_1(k) - v(k)$, $y(k) = e(k) - hx_2(k)$,

$$\operatorname{sat}(x, \delta) = \begin{cases} \operatorname{sign}(x), & |x| \geq \delta \\ x/\delta, & |x| < \delta \end{cases},$$

$$g(k) = \begin{cases} x_2(k) - \operatorname{sign}(y(k))(\delta - \sqrt{8r|y(k)| + \delta^2})/2, & |y(k)| \geq \delta_1 \\ x_2(k) + x_1(k)/h, & |y(k)| < \delta_1 \end{cases}.$$

尽管这个 TD 的信噪比很高,但它毕竟是近似的微分器,因而由它串联校正的结果只能逼近传递特性 1,而其逼近程度将取决于 TD 的参数.这种零点配置的框图如图 1 所示.

图中的 α, β 是为改善 TD 的近似度而增加的两个可调参数.由于 TD 是一个非线性动态环节,它对不同幅度输入

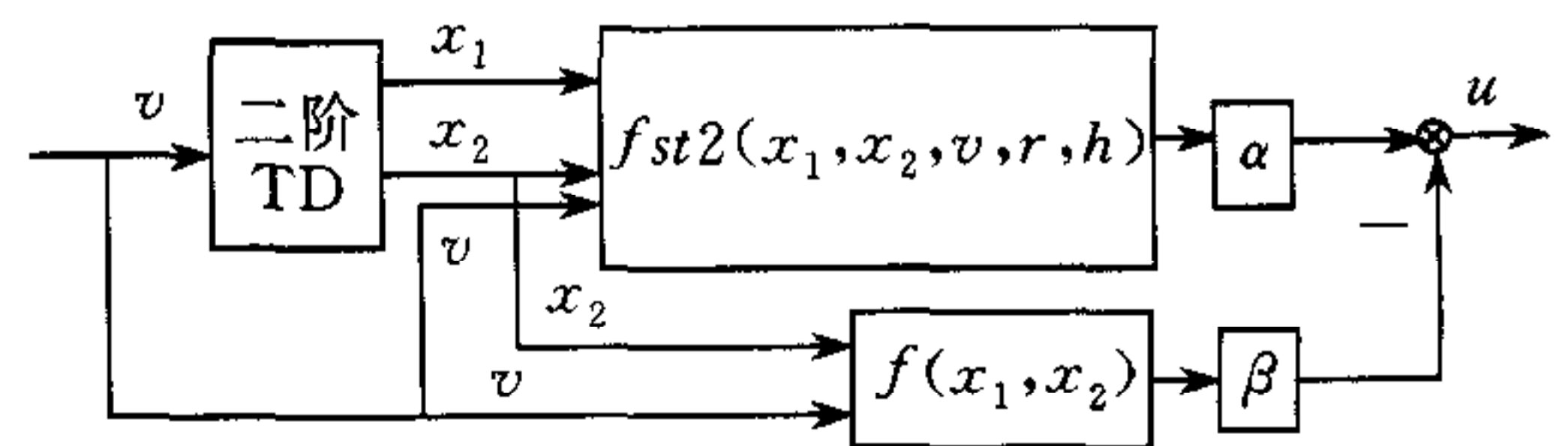


图 1 跟踪微分器用于零点配置的结构图

的响应呈现非线性特性.为使这种零点配置方法对不同幅度的输入不产生明显的影响,可以将实际可能使用的输入幅度分成多段,对每一段幅度,调节出一族 α, β 参数,再以这些参数为基础,将 α, β 对输入信号的幅度进行拟合,使 α, β 的值随输入

的幅度而变化,尽可能地将 TD 的非线性特性带来的影响消除掉.

3 数值仿真例子

下面的两个例子中,TD 的计算是用式(3),积分取步长 $h=0.01$,而决定跟踪快慢的参数取 $r=500$,对象的微分方程采用四阶龙格-库塔法计算.

例 1. 对象方程为: $\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = \omega^2u$, 其中 $\zeta=1/\sqrt{2}$, $\omega=1$. 设 v 为系统的阶跃输入,也是 TD 的输入信号. TD 的输出 x_1 跟踪 v , x_2 跟踪 \dot{v} . 这里的零点系统为 $u = \alpha \text{fst2}(x_1, x_2, v, r, h) + \beta x_2 + v$, 其中 α, β 是可调参数. 假定阶跃信号 v 的幅值范围为 $0 \sim 16$, 为了使配置零点后的输出 x 尽可能接近 $1 \sim 16$ 范围内的所有阶跃输入 v , 经仿真计算,可拟合出参数 α, β 与幅度的关系:

$$\begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = -0.009v + 1.3755. \end{cases} \quad (8)$$

图 2, 图 3 所示的阶跃信号 v 的幅度为 1, 16 时原系统的输出 y_{org} 和配置零点后的系统输出 y_{ass} , 下标 1, 2 分别表示幅度为 1, 16 时的响应.

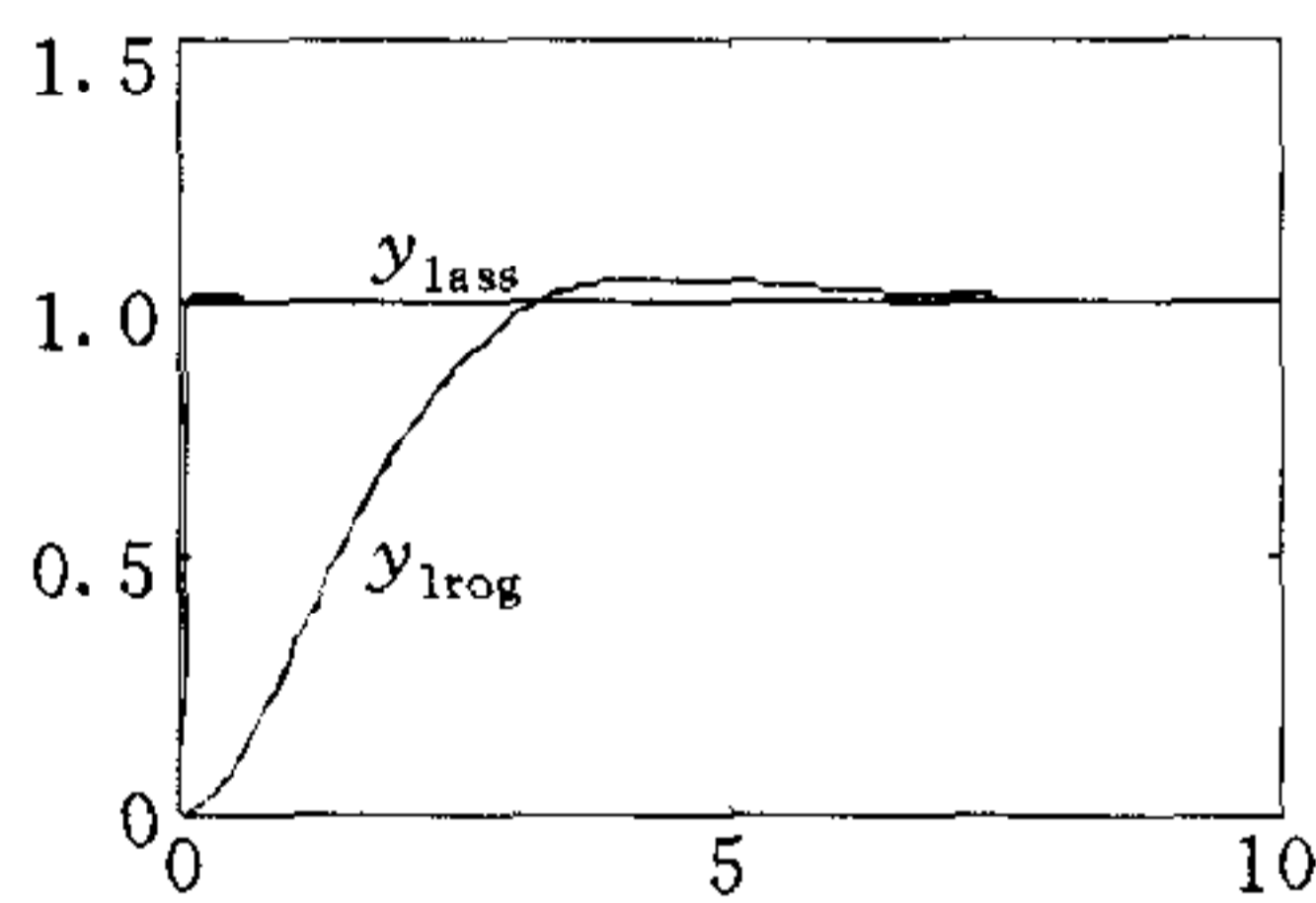


图 2 阶跃信号 v 的幅度为 1 时

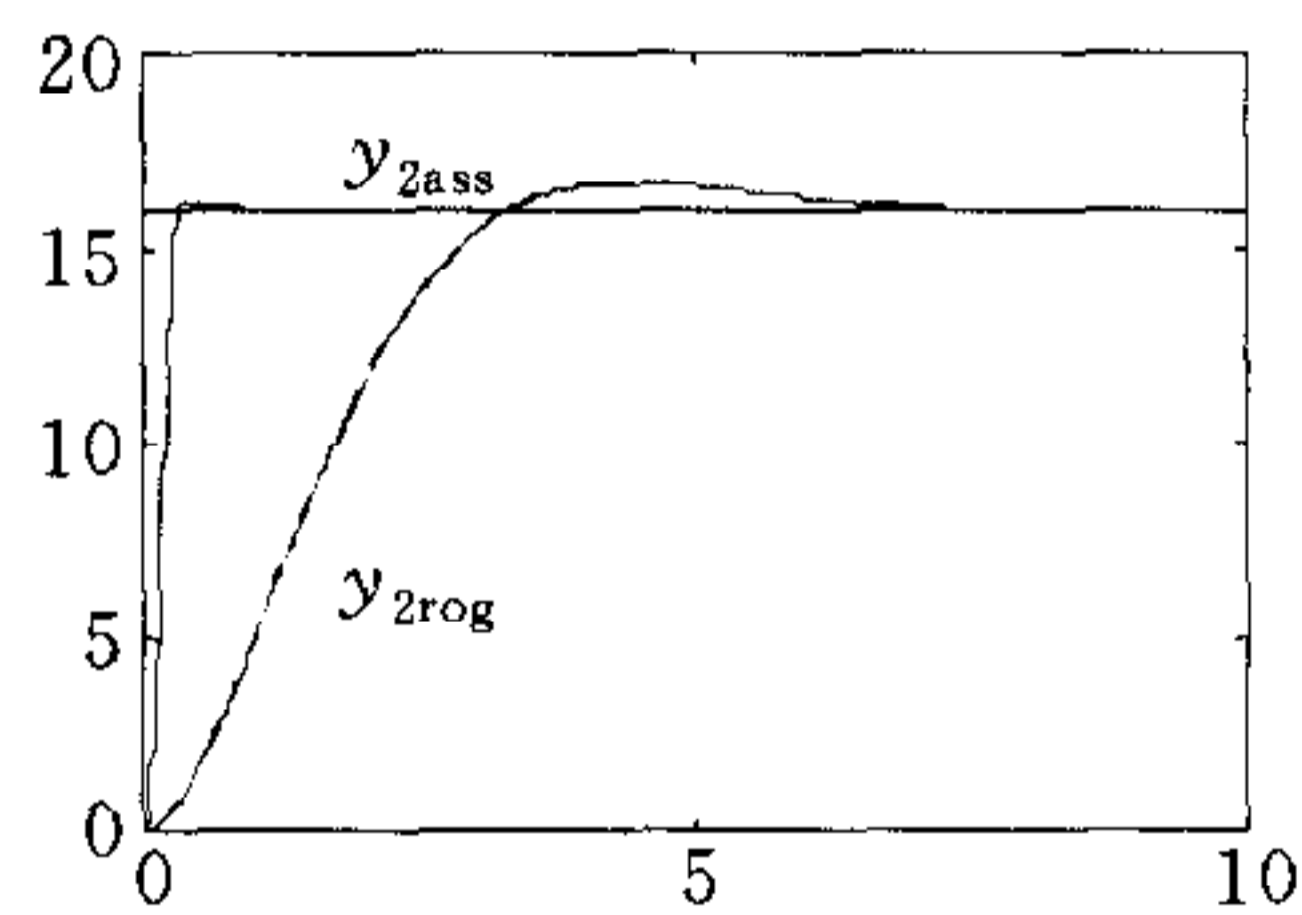


图 3 阶跃信号 v 的幅度为 16 时

例 2. 对象方程为: $\ddot{x} - c_1\dot{x} - c_2x(1-x^2) = u$, 其中 $c_1=-1$, $c_2=-2$, 输入信号 v 为其幅度范围为 $0 \sim 1$ 的阶跃输入. 这里的零点系统为 $u = \alpha \text{fst2}(x_1, x_2, v, r, h) + \beta x_2 - c_1v$. 为了使配置零点后的输出 x 尽量接近于 $0 \sim 1$ 范围内的所有阶跃输入 v , 通过仿真计算,拟合出参数 α, β 与幅度之间的关系如下

$$\begin{cases} \alpha = 1.01, \\ \beta = \frac{0.6414}{1 - |v|} + 1.12. \end{cases} \quad (9)$$

图 4, 图 5 所示的阶跃信号 v 的幅度为 0.3, 0.9 时原系统的输出 y_{org} 和配置零点后的系统输出 y_{ass} , 下标 1, 2 分别表示幅度为 0.3, 0.9 时的响应.

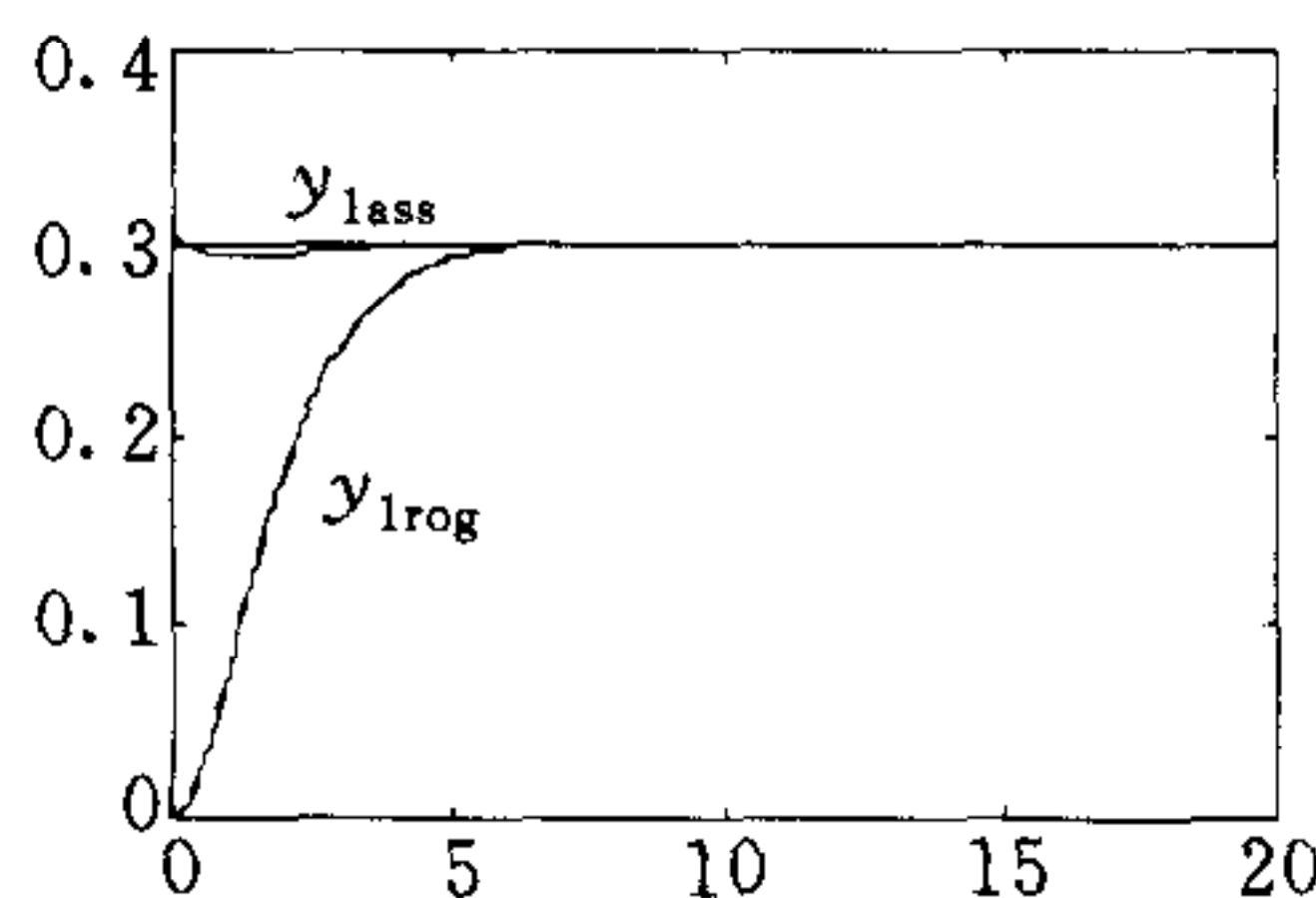


图 4 阶跃信号 v 的幅度为 0.3 时

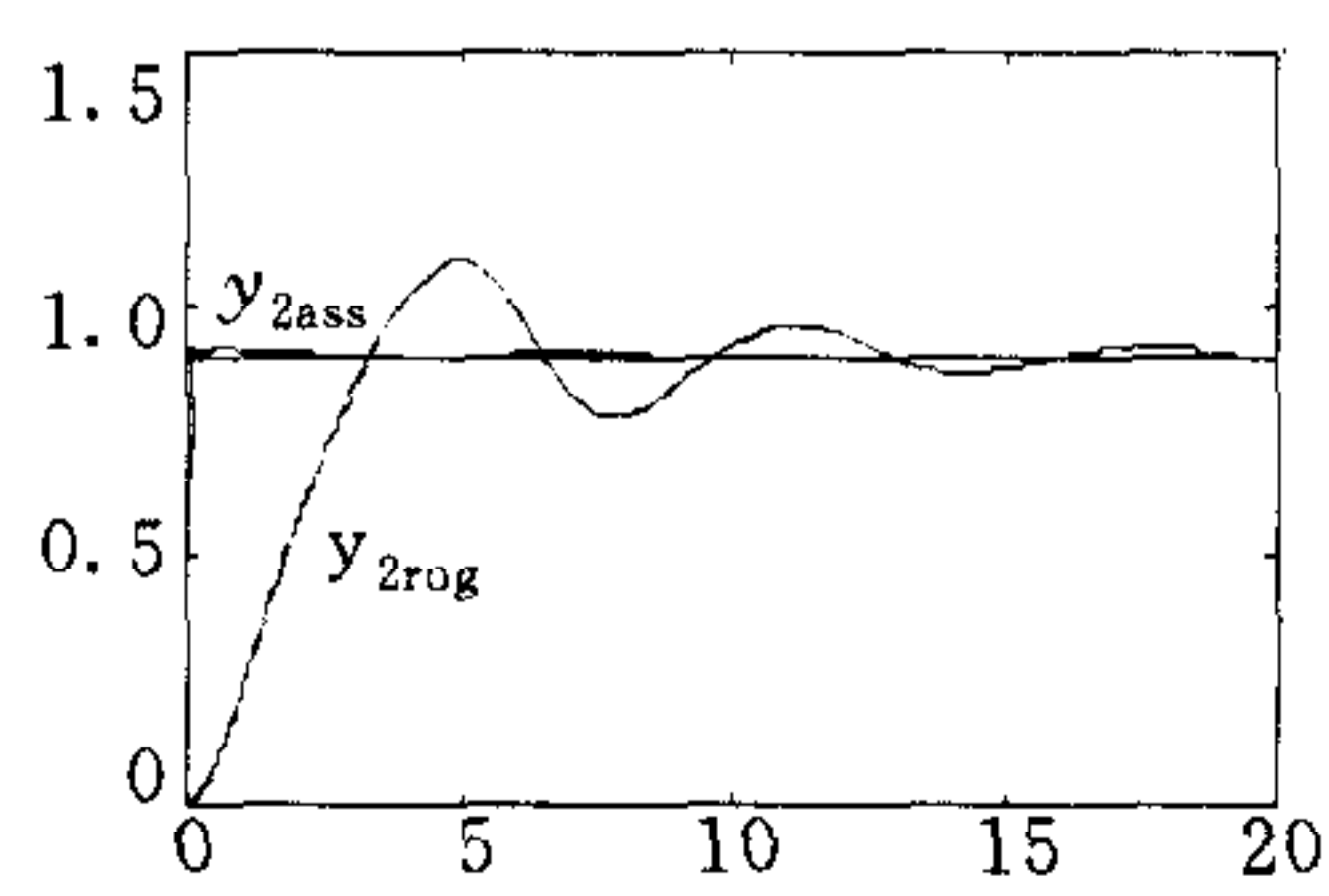


图 5 阶跃信号 v 的幅度为 0.9 时

仿真研究表明,零点系统的输出幅度几乎和 TD 参数 r 相同. 如果对象的输入 u 有幅值限制,那么参数 r 就不能任意大,配置零点后系统的传递特性是必需要经过一个过渡过程才能接近于 1,而该过渡过程的快慢由 r 的大小来决定. 因此,对象输入限幅就决定这个过渡过程的最快速度.

4 结论

在理想的情况下,给对象配置零点,使其传递特性变为 1. 本文使用信噪比很高的非线性 TD 来实现零点配置,使对象传递特性尽可能逼近 1. TD 的参数 r 越大,逼近得越快. 但是,当对象的输入有限幅时,只能以这个限幅确定的速度范围内来逼近 1. 仿真例子表明本文提出的方法是可实现的且是有效的.

参 考 文 献

- 1 韩京清,王伟. 非线性跟踪-微分器. 系统科学与数学, 1994, 14(2):177~183
- 2 韩京清,袁露林. 跟踪-微分器的离散形式. 系统科学与数学, 1999, 19(3):268~273

张文革 男,1966 年生,博士,中国农业大学讲师. 研究方向为控制系统的理论与应用、计算机控制与仿真.

韩京清 男,1937 年生,博士生导师,中国科学院数学与系统科学研究院研究员. 目前主要从事控制系统的非线性设计方法及其应用.

(上接第 718 页)

值,未在国内外学术期刊或会议发表过;2. 论文第一作者的年龄一般不超过 40 岁;3. 来稿中英文皆可,请用 Word97 文稿编排,A4 纸打印,一式三份并附软盘;4. 格式参考自动化学报;5. 投稿时请注明文章所属的方向(见征文范围);6. 请说明联系作者的详细通讯地址、电话和电子邮件信箱;7. 因版权等引起的纠纷,作者自负.

三、重要日期

论文截稿时间为 2002 年 3 月 15 日;录用日期:2002 年 5 月 15 日前发录用与否通知.

四、投稿地址

秦皇岛燕山大学电气工程学院(YAC'2002)组委会

邮政编码:066004

联系人:关新平 罗小元

电话:0335-8057041 或 8057034 传真:0335-8051148

E-mail: xpguan@ysu.edu.cn