

# 虚拟环境中微加速度传感器 建模及拟实运行<sup>1)</sup>

谢少荣<sup>1</sup> 彭商贤<sup>1</sup> 赵 新<sup>2</sup> 卢桂章<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(天津大学机械学院智能机械研究所 天津 300072)

<sup>2</sup>(南开大学机器人与信息自动化研究所 天津 300071)

(E-mail: xiesr@eyou.com)

**摘要** 对虚拟环境中微加速度传感器建模及拟实运行进行了研究。此微加速度传感器采用悬臂梁式结构。论文分析了其静态特性和动态特性,建立了悬臂梁变形模型和微加速度传感器动态行为模型;讨论了在修改结构尺寸过程中,梁长、梁厚对微加速度传感器的影响,并优化了结构参数;最后建立虚拟环境,进行拟实运行,验证设计结果。

**关键词** 虚拟环境,微加速度传感器,变形,拟实运行。

## STUDY ON MODELING AND VIRTUAL WORKING OF MICRO-ACCELEROMETER IN VIRTUAL ENVIRONMENT

XIE Shao-Rong<sup>1</sup> PENG Shang-Xian<sup>1</sup> ZHAO Xin<sup>2</sup> LU Gui-Zhang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(Intelligent Machine Institute, Tianjin University, Tianjin 300072)

<sup>2</sup>(Institute of Robot and Information Automation, Nankai University, Tianjin 300071)

(E-mail: xiesr@eyou.com)

**Abstract** Modeling and virtual working of micro-accelerometer in virtual environment is discussed in this paper. The structure of symmetric cantilever beam and mass has been chosen. Its static characteristics and dynamic characteristics are summarized. The models of cantilever deformation and its dynamic response are established. The sensitivity and basic resonant frequency of the micro-accelerometer as functions of beam thickness and beam length are analyzed, and the geometrical parameters are optimized. Finally, the micro-accelerometer working in the virtual environment proved the result of virtual design.

**Key words** Virtual environment, micro-accelerometer, deformation, virtual working.

## 1 引言

微机械硅加速度传感器的研究始于 20 世纪 80 年代初。由于其成本低、体积小,在宇航、

1) 国家自然科学基金(69773050, 69985006)资助。

收稿日期 1999-11-09 收修改稿日期 2000-02-28

汽车、机械工业中已引起了研究者的广泛关注<sup>[1]</sup>。目前国外已有多种产品,德国西门子公司已将电容式硅微加速度计大量用于汽车的防碰撞安全气袋<sup>[2]</sup>;美国 AD 公司于 1993 年推出了双指电容式加速度传感器 ADXL50<sup>[2,3]</sup>。我国从 1992 年开始研究这类传感器。目前,主要的研究方法还是依赖经验和反复试探法,因此到真正产品化,尚需经历一个长的历程,其器件开发存在着周期长、费用高等问题。为此,迫切需要寻找一个能够方便地进行设计、修改、验证的研究方法,以加速其产品化进程。在微机械硅加速度传感器的研究中,采用基于虚拟现实技术的快速原形设计正是顺应其发展的有效方法。设计人员可以在虚拟环境中,进行反复修改、试探和拟实运行,进而优化设计结果、避免设计缺陷。

本文研究的微加速度传感器采用文献[1]中的悬臂梁结构形式。文献[1]已从结构设计的角度分析了其静态特性,而建立微加速度传感器的虚拟环境需要从计算机图形学的角度给出其行为规律。本文将从计算机图形学的角度,分析其静态特性和动态特性,建立悬臂梁变形模型和微加速度传感器动态行为模型,优化结构参数,最终实现拟实运行。

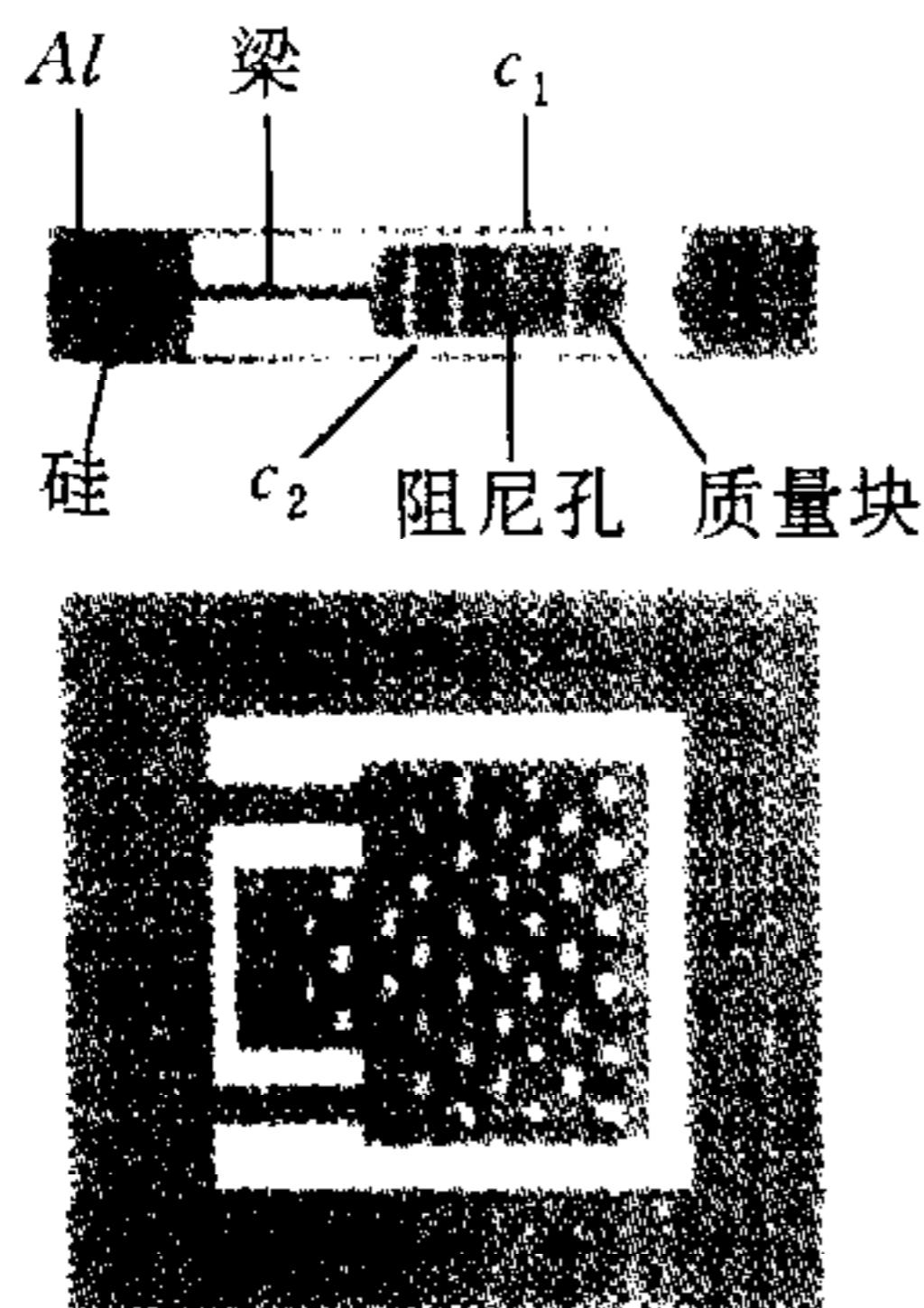


图 1 悬臂梁式微加速度传感器结构示意图

## 2 微加速度计变形模型

悬臂梁式微加速度传感器的结构如图 1 所示,其运行行为主要是悬臂梁受其末端质量块的惯性力作用,发生弹性变形。由图 1 看出,此结构不同于一般的悬臂梁-质量块结构,其质量块比悬臂梁要长得多,并与梁一体,形成一变截面梁。在简化受力分析时,悬臂梁可简化如图 2 所示,若待测加速度为  $a$ ,则作用在质量块上的力可简化成集中力  $ma$  和弯矩  $M_f$  作用于悬臂梁末端。

### 基于弹性力学挠曲线

近似微分方程,加速度传感器受力微分方程可表示为

$$EIy''(x) = M_f + ma(l - x), \quad (1)$$

式中弯矩  $M_f = a(m_2l_2 - m_1l_1)/2$ ,  $m_1$  为质量块突岛的质量,  $m$  为质量块的总质量,  $m_2 = m - m_1$ ,  $l_1$  为突岛长度,  $l_2$  为质量块剩余部分的长度,  $E$  是硅结构材料的杨氏模量,  $I$  是梁横截面对中性轴的惯性矩<sup>[4]</sup>。中性轴是在图 2 过  $o$  点垂直于  $xoy$  面的轴。

根据图 2 所示边界条件,令  $K = (m_2l_2 - m_1l_1)/2$ , 将式(1)积分可得梁上某一截面的变形为

$$y_b(x) = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{6}m \cdot x^3 - \frac{1}{2}(m \cdot l + K) \cdot x^2 \right] \cdot a \quad (0 \leq x \leq l), \quad (2)$$

此式表示了悬臂梁变形与待测加速度  $a$  之间存在比例关系。

假设质量块无变形,则由式(2)推导出质量块的位移为

$$y_m(x) = -\frac{a}{EI} \left[ \frac{1}{3}m \cdot l^3 + \frac{1}{2}K \cdot l^2 \right] - \frac{a}{2EI} [m \cdot l^2 + 2K \cdot l](x - l), \quad (l - l_1 \leq x \leq l + l_2). \quad (3)$$

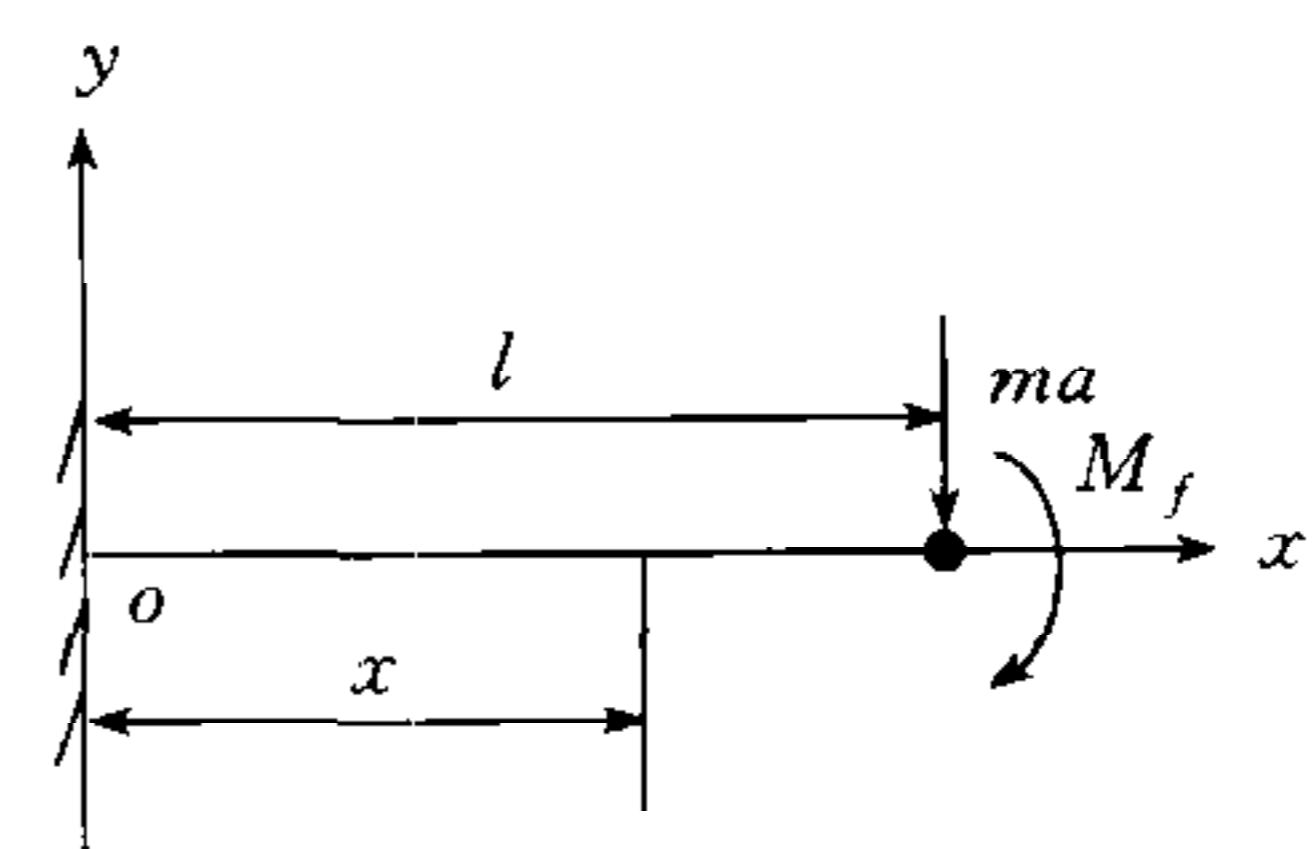


图 2 悬臂梁力学分析简图

任意给定一充分小变形值  $y_e > 0$ , 对应于加速度  $a_e$ . 由悬臂梁比例变形特性, 在建立虚拟环境时, 可视变形过程是一个相对于较小加速度  $a_e$  作用时悬臂梁状态的比例变形, 即  $y_a(x) = (a/a_e) \cdot y_e$ . 因为悬臂梁受惯性力作用而变形是一个渐进过程, 总是从接近零变化到有一定变形值, 所以所需  $a_e$  是存在的.

如图 1 所示, 本传感器的弹性梁置于质量块中心平面上, 是利用空隙的变化转换成电容的变化来感应加速度的, 经差分电容式检测电路测得输出电压

$$v_m = v_0 \cdot k \cdot \frac{c_1 - c_2}{c_1 + c_2}, \quad (4)$$

式中  $v_0$  为载波信号,  $k$  为检测系数, 上下电容  $c_1, c_2$  分别为

$$c_1 = \int_t^{t+\ell_2} \frac{\epsilon \cdot b_2}{d_0 - y_m(x)} dx + \int_{t-\ell_1}^t \frac{\epsilon \cdot b_3}{d_0 - y_m(x)} dx, \quad (5)$$

$$c_2 = \int_t^{t+\ell_2} \frac{\epsilon \cdot b_2}{d_0 + y_m(x)} dx + \int_{t-\ell_1}^t \frac{\epsilon \cdot b_3}{d_0 + y_m(x)} dx, \quad (6)$$

式中  $\epsilon$  为空气介电常数,  $d_0$  为质量块处于平衡位置时电容器间隙,  $b_2$  为突岛宽度,  $b_3$  为质量块宽度.

将式(5), (6)代入式(4), 可以看出输出信号的线性度只取决于质量块  $y_m(x)$  与加速度  $a$  的函数关系. 因此, 在满足式(1)的条件下, 本传感器是线性的.

### 3 微加速度传感器动态行为建模

假设上述传感器的悬臂梁质量可忽略不计, 质量块上无变形, 则该结构是一个弹簧-质量-阻尼器单自由度二阶系统. 当待测加速度  $a = A \sin(\omega_a t)$  随时间变化时, 即使振幅  $A$  恒定, 只要  $\omega_a$  有所变化, 输出信号的振幅与相位均会随之发生变化. 因此, 在虚拟设计时, 微加速度传感器的动态行为模型必须反映这一实际物理规律.

上述二阶系统在受  $m \cdot A \sin(\omega_a t)$  激励时, 其运动微分方程为

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = mA \sin(\omega_a t), \quad (7)$$

式中  $m$  为质量块质量,  $c$  为阻尼系数,  $k$  为系统刚度. 令阻尼比  $\xi = \frac{c}{2m\omega_n}$ , 固有频率  $\omega_n^2 = \frac{k}{m}$ , 则由式(7)可得出微加速度传感器的动态行为模型为

$$\ddot{y} + 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 y = A \sin(\omega_a t). \quad (8)$$

令频率比  $\lambda = \omega_a/\omega_n$ , 当  $\xi < 1$  时, 根据微分方程理论<sup>[5]</sup>, 其特解  $y = A' \sin(\omega_a t + \psi)$ ,  $A' = \frac{A}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}}$ ,  $\psi = \tan^{-1} \frac{2\xi\lambda}{1 - \lambda^2}$ . 该加速度传感器的动态性能指标如下:

$$1) \text{ 动态放大系数 } h = \frac{A'}{A} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}};$$

2) 滞后相位差  $\psi$ ;

3) 调整时间  $t_s$  近似为  $t_s = 4/\xi\omega_n$ .

这些性能指标取决于系统的阻尼比  $\xi$ 、频率比  $\lambda$  和固有频率  $\omega_n$ . 当  $\xi = 0.707$ ,  $\lambda = 0.3$  时, 测量误差小于 1%<sup>[5]</sup>, 本微加速度传感器具有最优的动态性能.

## 4 结构尺寸对拟实运行行为的影响

传感器的灵敏度决定了器件的分辨力,器件的稳定使用频带由结构的固有频率决定。因此,在微加速度传感器结构设计中,需着重考虑的两个特性就是灵敏度和固有频率。而影响器件灵敏度和固有频率的结构参数主要是悬臂梁的梁长和梁厚。

### 4.1 灵敏度分析

由第2节中所述本传感器的结构形式和检测原理可知,最直接反映灵敏度的因素是质量块的位移。而且在虚拟环境中,最容易观察到结构尺寸对微加速度传感器影响的也是随着梁的变形质量块产生位移的情况。为此,在灵敏度分析时,应关注梁长、梁厚影响质量块位移的关系式。这里将微加速度传感器的灵敏度定义为

$$S = \frac{y_m(x)}{a} \quad (9)$$

式中质量块位移  $y_m(x)$  如式(3)所示,将其代入式(9)可得

$$S = -\frac{1}{EI} \left[ -\frac{l^2}{6}(m \cdot l + 3K) + \frac{1}{2}(m \cdot l + 2K)_x \right]. \quad (10)$$

若梁宽为  $b_1$ , 梁厚为  $h_1$ , 则惯性矩  $I = \frac{1}{12}b_1 \cdot h_1^3$ , 代入式(10)可进一步得出灵敏度  $S$  与梁长  $l$ 、梁厚  $h_1$  的显式关系为

$$S = -\frac{1}{Eb_1 \cdot h_1^3} [-2 \cdot l^2(m \cdot l + 3K) + 6 \cdot l(m \cdot l + 2K)_x] \quad (l - l_1 \leq x \leq l + l_2). \quad (11)$$

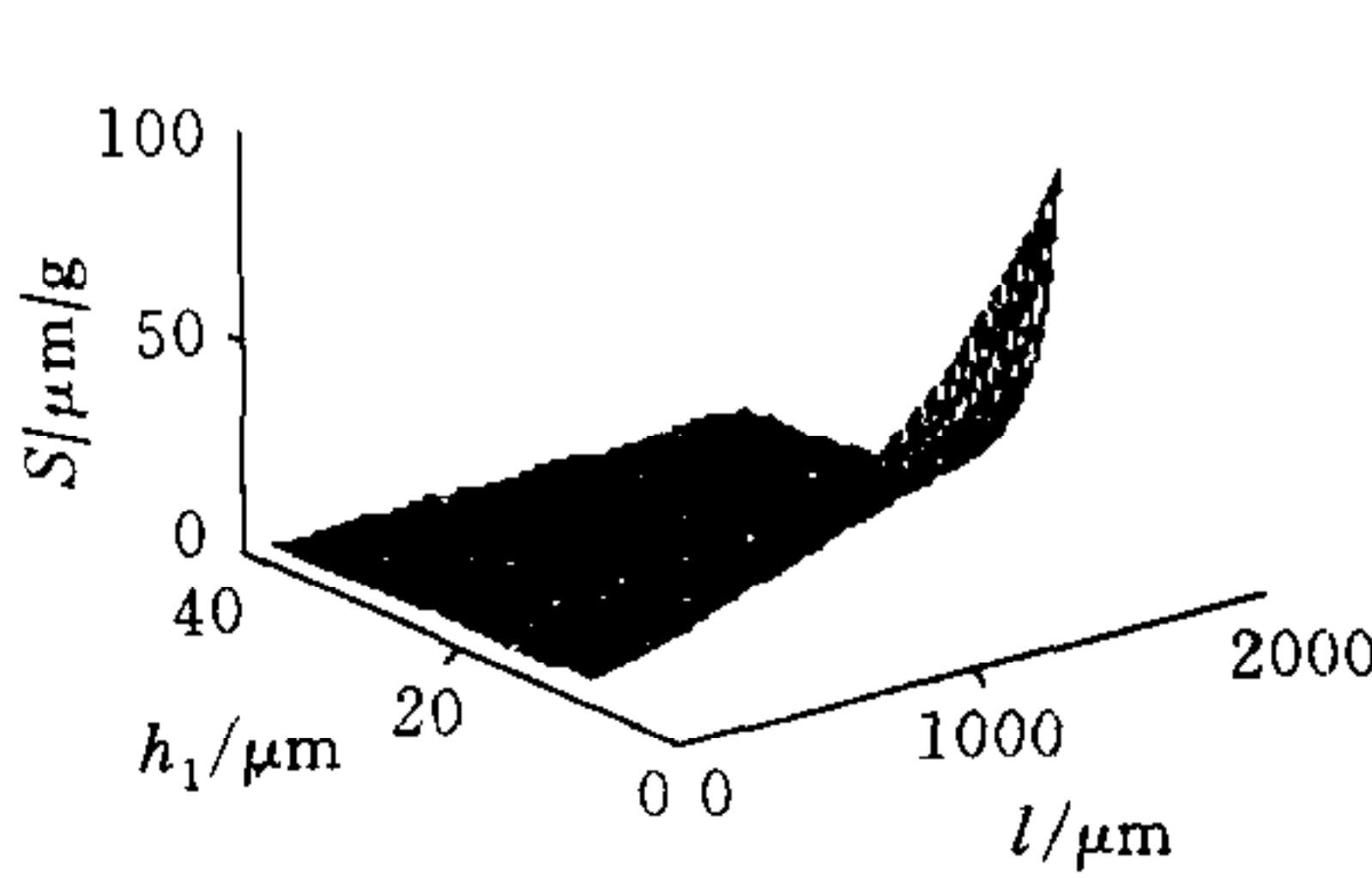
由式(11)可以看出,当增加梁长  $l$  时,灵敏度  $S$  随之增大;而当增加梁厚  $h_1$  时,灵敏度  $S$  随之减小。图 3(a)显示了灵敏度随梁长、梁厚的变化规律。

### 4.2 频率分析

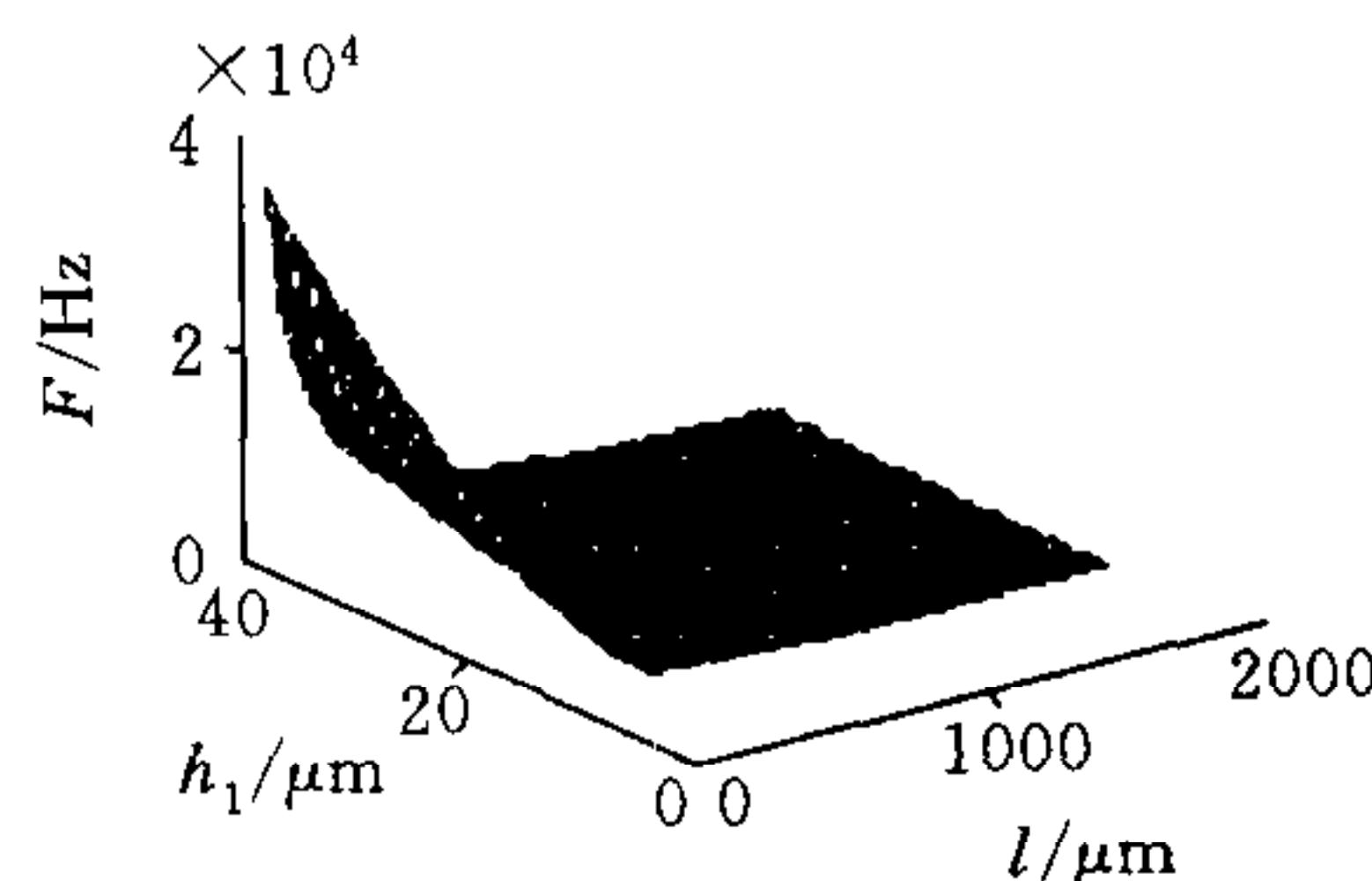
对第3节中的振动模型,受力分析时已指出此悬臂梁-质量块结构可看成一变截面梁。假设质量块无变形,则可采用瑞雷法来计算结构的固有频率:

$$\omega_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_0^l EI \cdot \ddot{y}_b^2(x)dx + \int_{l-l_1}^{l+l_2} EI \cdot \ddot{y}_m^2(x)dx}{\int_0^l \rho b_1 h_1 \cdot y_b^2(x)dx + \int_{l-l_1}^{l+l_2} \rho b_2 h_2 \cdot y_m^2(x)dx}}, \quad (12)$$

式中  $\rho$  为硅的体密度,  $h_2$  为质量块厚度。图 3(b)显示了该结构固有频率随梁长、梁厚的变化规律。



(a) 灵敏度随梁长、梁厚的变化



(b) 固有频率随梁长、梁厚的变化

图 3

从图3中可以看出,随梁厚的增加,悬臂梁结构的固有频率会增大;而随梁长的增加,在质量块结构不变的情况下,悬臂梁结构的固有频率会下降.

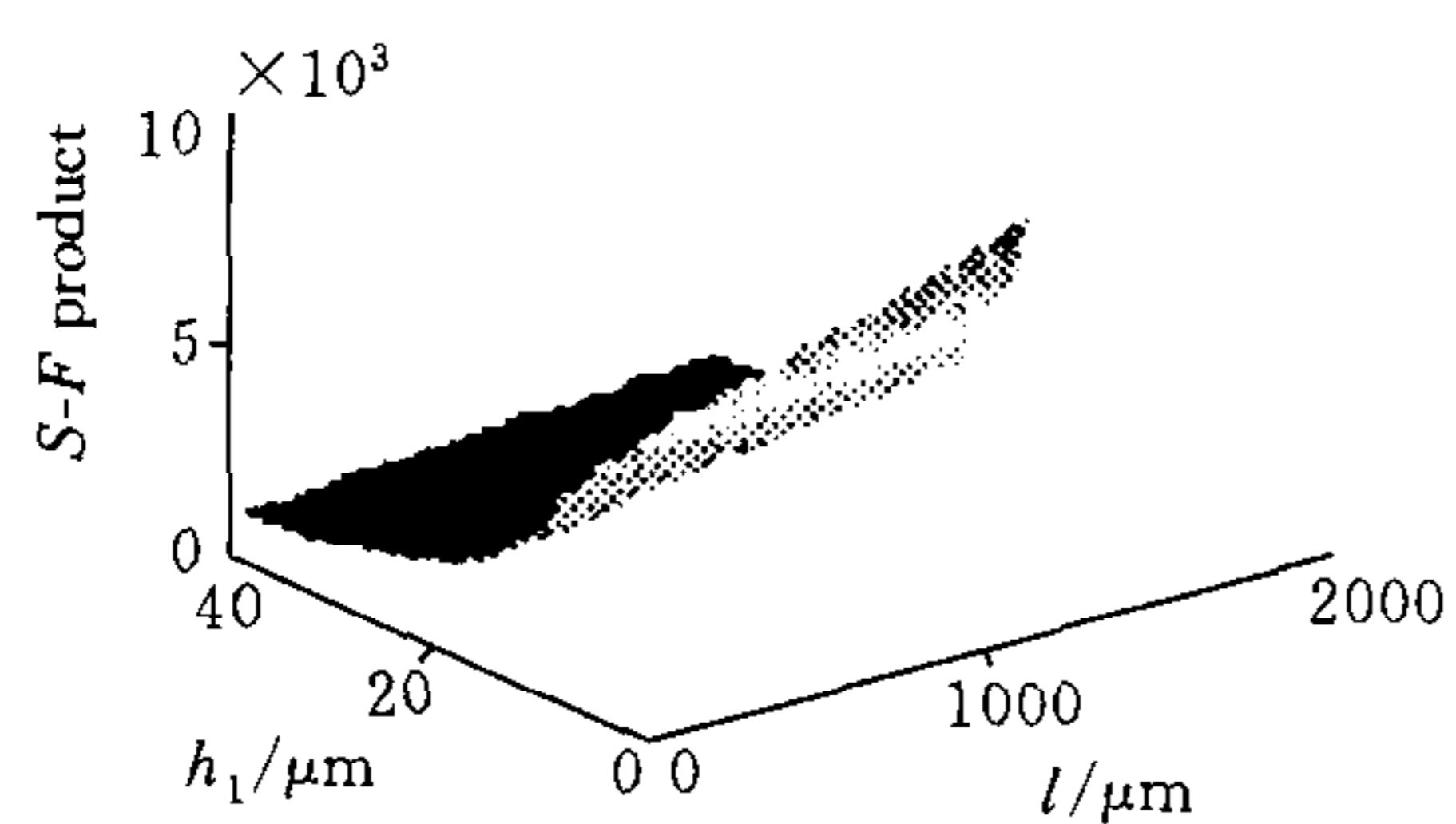


图4 灵敏度-固有频率积随梁长、梁厚的变化

### 4.3 优化结构参数

由上述灵敏度、频率分析可知,灵敏度和固有频率随结构参数的变化呈相反的趋势,需进行器件结构参数的优化.因灵敏度和固有频率都是效果函数,故可选择二者的积作为目标函数.在器件整体尺寸、质量块质量、质量块的上下表面积都不变的条件下,悬臂梁结构的灵敏度-频率积随梁

长、梁厚的变化关系示于图4中.从图中可看出,灵敏度-频率积在梁长处于 $1100\mu\text{m} \sim 1600\mu\text{m}$ 之间时,取较优值;而梁厚度越小,传感器性能越好.这样从设计角度考虑,兼顾制造成品率,需依赖经验进行反复试探方可得到合适的悬臂梁几何尺寸.虚拟环境正是这样便于反复修改、试探、拟实运行的,进而优化设计结果的环境.

## 5 拟实运行

### 5.1 实验平台

拟实运行的实验平台采用了基于微机的硬件体系基础,虚拟对象的几何形状、运动特性、物理规律建模及虚拟环境的管理、运行由3D Studio MAX, VR软件开发环境World Tool Kit(WTK)和Visual C<sup>++</sup>共同完成.

### 5.2 理论模型

基于上述分析,主要理论模型如下

#### 1) 悬臂梁、质量块静态位移

较小加速度 $a_e$ 作用时悬臂梁、质量块静态位移分别为

$$y_{a_e}(x) = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{6}m \cdot x^3 - \frac{1}{2}(m \cdot l + K) \cdot x^2 \right] \cdot a_e \quad (0 \leq x \leq l),$$

$$y_{a_e}(x) = -\frac{a_e}{EI} \left[ \frac{1}{3}m \cdot l^3 + \frac{1}{2}K \cdot l^2 \right] - \frac{a_e}{2EI} [m \cdot l^2 + 2K \cdot l](x-1) \quad (l-l_1 \leq x \leq l+l_2).$$

若待测加速度为 $a$ ,则悬臂梁、质量块静态位移为 $y(x) = y_{a_e}(x) \cdot a/a_e$ .

2) 受简谐力激励时,其动态响应性能指标是,取阻尼比 $\xi = 0.707$ ,频率比 $\lambda = 0.3$ ,则加速度动态放大系数 $h = a'/a = 0.996$ ,滞后相位差 $\psi = 0.4362$ .

### 5.3 建立虚拟环境

WTK是一个集成的动态链接库,其中最重要的部分是事件仿真循环.它通过场景函数WTuniverse-go()进入循环,然后循环执行传感器查询、用户行为、修改虚拟对象、虚拟对象任务、图形绘制一系列事件,直到由场景函数WTuniverse-stop()退出仿真.其中用户行为、修改虚拟对象、虚拟对象任务这三项由用户编程控制,在此可进行二次开发.因此,针对微加

速度传感器利用 WTK 建立虚拟环境需采用如下步骤:

1) 建立场景(universe)中的元素

- a 光源选用环境光源,它的照射是均匀分布的,并且强度固定;
- b 传感器是人机交互的媒介,WTK 中有多种选择,都可方便地初始化到场景中,在此仅引入鼠标作为主要传感器设备;
- c 悬臂梁、质量块和传感器框架是由 3DSMAX 软件生成的三维物体.

2) 利用 C 语言建立一个虚拟环境的程序结构

- a 创建一个场景;
- b 把已用三维软件做好的环境、虚拟对象从文件装入到场景中;
- c 构造相应传感器事件驱动子程序,悬臂梁的动态变形实现算法及质量块的位移都在这一部分完成;构造实时更新场景的子程序;
- d 开始主循环体.

3) 编译上述程序,形成一个可执行的应用程序.

建立此虚拟环境的难点在于实现悬臂梁变形:从图形学的角度看,变形属于造型问题,应离线进行,而在虚拟环境中必须反映悬臂梁实时变形这一物理规律.本文采用了文献[6]中的方法,用一系列简单对象递阶组成一个复杂对象,为此可用简单对象的位置、方向变化来实现复杂对象的变形问题.从而将复杂对象的实时造型转化为适宜在虚拟环境中实现的简单对象的运动学问题.

#### 5.4 拟实运行

在以上建立的微加速度传感器虚拟环境中,只需给定相应的结构参数,就可拟实运行,观察运行情况,验证设计结果.本文模拟了加速度计随摆杆在重力场中作自由摆动的运行情况.此时,待测加速度  $a = g \sin \alpha$ ,  $\alpha$  是随时间变化的函数.其拟实运行两幅典型图片如图 5 所示.为了清楚地观察在运行过程中梁、质量块的动态行为,特意放大了梁-质量块结构,并还将梁的变形放大了 300 倍.

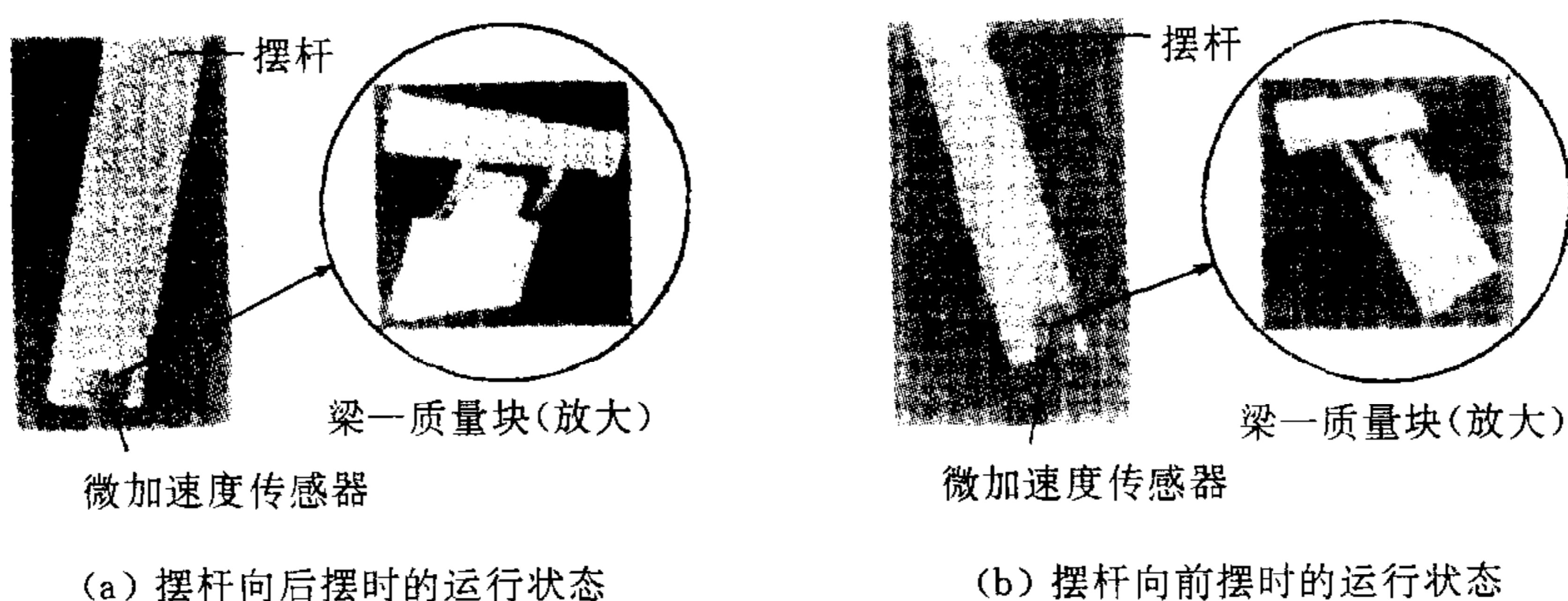


图 5 微加速度传感器拟实运行两幅典型图片

相应于不同梁长  $l$ 、梁厚  $h_1$  的拟实运行结果如表 1 所示.增加梁长,灵敏度随之增大,固有频率随之减小;增加梁厚,灵敏度随这减小,固有频率随之增大.这与第 4 节中的分析结果是一致的.

表 1 对应于不同结构参数的拟实运行结果

$l(\mu\text{m})$	1 400	1 500	1 400	1 500	1 400	1 500
$h_1(\mu\text{m})$	20	20	15	15	10	10
$S(\mu\text{m/g})$	14.39	16.25	34.11	38.53	115.12	130.03
$W_n(\text{Hz})$	353.44	314.63	229.57	204.36	124.96	111.24
$S \cdot W_n (\times 10^3)$	5.086 0	5.112 7	7.830 6	7.874 0	14.385	14.465

## 6 结论

这种微加速度传感器的主要运行行为是悬臂梁在受质量块惯性力作用,所发生的变形。文中首先分析了悬臂梁的静态变形,得出其变形本质是比例变形的结论,并据此建立了悬臂梁的变形模型。通过分析传感器的动态响应特性,建立了动态行为模型,该二阶系统最佳阻尼比为 0.707、频率比为 0.3,从而系统的动态放大系数为 0.996、相位差 0.436 2.通过对传感器灵敏度分析、频率分析,表明梁长、梁厚对微加速度传感器性能影响呈相反趋势,为此对这两个结构参数进行了优化。最后,基于以上理论分析,利用 WTK 软件,在 VC 平台上建立了虚拟环境,进行拟实运行,达到了优化结构参数、验证设计结果。

这种基于微机的虚拟环境可大大缩短微加速度传感器的开发周期、降低设计成本。

## 参 考 文 献

- 邹强. 对称体微机电容加速度传感器的结构设计. 功能材料与器件学报, 1998, 4(2):105~113
- Wolfgang Kuehnel, Steven Sherman. A surface micromachined silicon accelerometer with on-chip detection circuitry. *Sensors and Actuator*, 1994, 45:7~16
- Wolfgang Kuehnel. Modelling of the mechanical behaviour of a differential capacitor acceleration sensor. *Sensors and Actuator*, 1995, 48:101~108
- 刘鸿文. 材料力学. 北京:高等教育出版社, 1992. 175~227
- 李晓雷, 俞德孚, 孙逢春. 机械振动基础. 北京:北京理工大学出版社, 1996. 12~40
- 赵新, 卢桂章, 陆斌, 李明. 虚拟环境中微泵变形规律及算法研究. 功能材料与器件学报, 1998, 4(2):131~137

谢少荣 1972 年生,博士生。主要研究方向为虚拟现实、智能机器人及机电自动化。

彭商贤 1932 年生,博士生导师。主要研究领域为智能机器人及机电自动化。