



混沌系统辨识的一种新的 生长型神经气方法¹⁾

沈 辉 胡德文 温熙森

(国防科技大学机电工程与自动化学院 长沙 410073)

摘 要 在自组织神经网络基础上,根据生物群落自然增长的机制,提出了一种新的生长型神经气的自组织算法,用于混沌系统的自组织辨识.该算法在学习样本的激励下能够动态地增加神经元,避免某些神经元可能出现的欠训练现象,从而极大地提高了网络整体训练的速度.最后以 Lorenz 系统为对象进行了仿真.

关键词 混沌,神经气,辨识,神经网络,非线性.

IDENTIFICATION OF CHAOTIC SYSTEMS USING A NEW GROWING NEURAL-GAS NETWORK

SHEN Hui HU De-Wen WEN Xi-Sen

(College of Mechatronics and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Abstract This paper proposes a novel growing neural-gas self-organizing algorithm to identify chaotic systems by imitating biological group population growing process. The algorithm can create new neurons according to the stimulation of learning samples. Thus, the problem of under-training for some neurons is well resolved, and the whole network training process is greatly improved. Some simulations on Lorenz system are included.

Key words Chaos, neural-gas network, identification, neural networks, nonlinear systems.

1 引言

混沌系统的自组织辨识方法是采用自组织算法将系统状态空间划分为多个细小的子空间,将每个子空间近似为线性空间,从而将整个混沌系统的辨识转变为对多个线性子空

1) 国家自然科学基金(59775025)和高等学校骨干教师计划项目资助课题.

间辨识的过程.

关于自组织过程较早的方法有 K 均值聚类, 以及为克服易陷入局部次优点而发展的最大熵聚类^[1], 然而它们都存在收敛速度慢的问题. 另一种广泛采用的方法是 Kohonen 自组织映射^[2]. Martinecz 等在 Kohonen 网络的基础上提出神经气网络, 已成功应用于机器人的眼-手控制问题^[3,4]. 相对 Kohonen 网络, 神经气自组织算法具有更快的收敛速度, 并能收敛到更小的误差. 然而, 我们对神经气自组织过程的研究发现, 这种自组织过程为了克服少数神经元欠训练的情况, 需要训练大量的输入输出样本, 如 Martinecz 等人对 Mackey-Glass 混沌系统进行研究时, 神经元权值训练了 10 万次才达到满意的结果^[3]. 本文根据生物群落自然增长的原理, 提出一种新的生长型神经气算法, 可以显著地加快自组织划分的速度. 对 Lorenz 混沌系统的仿真表明, 本文方法的改进效果明显.

2 神经气自组织过程

为了使网络不依赖于输入空间的拓扑结构, 神经气网络利用各个神经元 w_i 与输入矢量 v 的邻接次序来调整神经元的权值. 对于输入矢量 v , 定义邻接次序 $(w_{i_0}, w_{i_1}, \dots, w_{i_{N-1}})$, w_{i_0} 是最靠近输入矢量的神经元, w_{i_1} 其次, 以下类推. 对于每个神经元 w_i , 赋值 $k_i(v, w)$, 它依赖于整个神经元邻接次序 w 和输入矢量 v , 对于最靠近输入矢量的神经元 w_{i_0} , $k_0(v, w) = 0$, 然后逐渐增大. 网络权值的调整为

$$\Delta w_i = \varepsilon \cdot h_\lambda(k_i(v, w)) \cdot (v - w_i), \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

其中 $\varepsilon \in [0, 1]$ 是学习步长, $h_\lambda(k_i(v, w))$ 是 $k_i(v, w)$ 的函数. 对于 $k_i = 0$, 取 $h_\lambda = 1$, 且随 k_i 增长, $h_\lambda(k_i(v, w)) \rightarrow 0$. 一般选用 $h_\lambda(k_i(v, w)) = e^{-k_i(v, w)/\lambda}$. 为避免局部最小值, 调节过程中 ε, λ 从一个较大值逐渐趋向于 0, 这里 ε, λ 取同样的函数

$$x = x_i (x_f / x_i)^{t/t_{\max}}, \quad (2)$$

其中 $\varepsilon_i = 0.99, \varepsilon_f = 0.001, \lambda_i = N/3, \lambda_f = 0.0001, N$ 是神经元数目, t 为当前的训练次数, t_{\max} 为最大训练次数.

为说明神经气权值的调整过程, 举一个简单的例子. 对于输入向量 $x_1 = r \cos \theta, x_2 = r \sin \theta$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi, 0.02 \leq r \leq 0.08$) 等概率地分布在内外半径分别为 0.02 和 0.08 的圆环内. 设神经元的初始权值是随机的, 数目为 200. 图 1 显示了权值的训练过程. 经过 10 000 步, 神经元已经从原来的随机状态逐渐收敛到圆环内, 且按照输入向量的概率密度均匀分布.

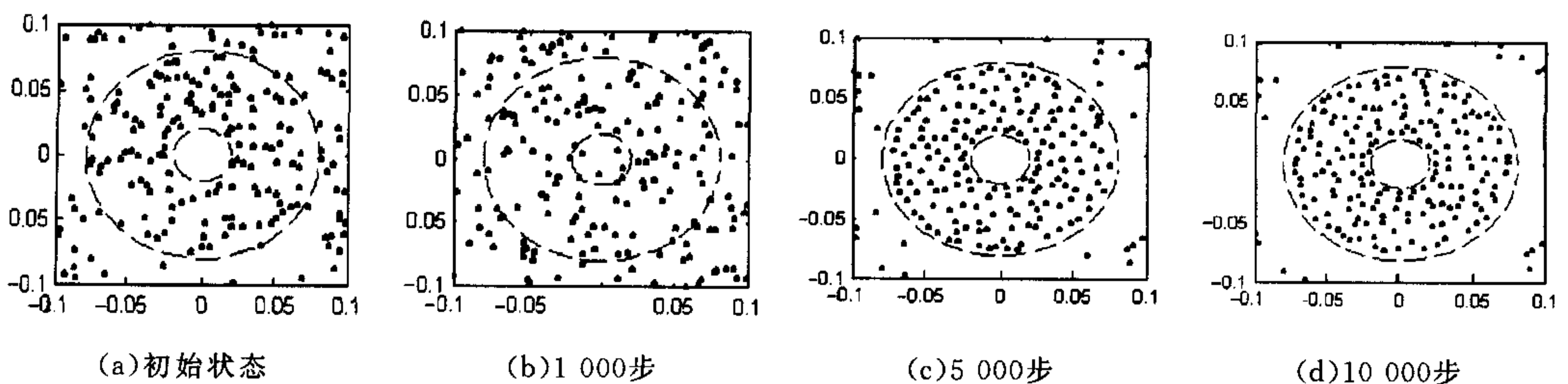


图1 神经气网络的训练过程

3 生长型神经气方法

从图1可以看到,经过5 000~10 000步训练,仍然有少数神经元位于圆环以外,需要训练到100 000步以上才有较明显的改善.产生这种情况的原因是神经气权值是依照距离输入向量的远近进行调整的,距离近的神元调整的幅度大,距离远的神元调整的幅度小;如果部分神经元的初始权值不在样本范围内,甚至距离很远,则这部分神经元的权值收敛很慢,甚至根本无法训练到,就是所谓的欠训练现象.这部分神经元的收敛直接关系到整个收敛过程的速度与精度.为了避免这种情况,一种方法是事先将神经元限制在一定范围,例如在输入集合内.但前提是必须事先充分估计输入空间的范围,这对于复杂的或者不确定系统而言是不容易做到的.下面研究另一种改进的方法.

在生物界,生物总是出现在营养丰富的地域,随着营养的增多,生物可以自行繁殖.根据这种现象,我们假定神经元不是事先确定的,而是在训练中根据输入样本动态生成.对于距离现有神经元较近的输入向量,进行神经元权值的调整,而对于较远的输入向量,则相应增加一个神经元,并将输入向量直接作为神经元的权值.这样作的目的是使神经元可以根据输入向量自行生成.假设神经元生长的阈值 r ,输入一样本 \boldsymbol{v} ,找出距离样本最近的神元,设相互距离为 d .当 $r < d$,增加一个神经元,将样本值作为新的神经元权值;否则,按照神经气算法进行权值调整.可见,阈值直接影响到最后神经网络的规模.阈值 r 越小,神经元越多,网络结构就越复杂.完整的算法如下:

Step 0. 确定生长阈值 r 与开始的神元 $\boldsymbol{w}(1)$,将第一个输入向量作为它的权值,神经元的数目 $N=1$;

Step 1. 选择一个输入向量 \boldsymbol{v} ,计算与各神元间的距离 $\|\boldsymbol{v} - \boldsymbol{w}_i\|$;

Step 2. 取距离最小者为获胜神元 \boldsymbol{w}_{i_0} ,该距离为 d ,若 $d \leq r$,则转 Step 3;否则,增加一个新神元,输入向量 \boldsymbol{v} 作为其权值, $N=N+1$,转 Step 5;

Step 3. 对每一个神元 \boldsymbol{w}_i 确定相应的 k_i ,确定的顺序按照

$$\|\boldsymbol{v} - \boldsymbol{w}_{i_0}\| < \|\boldsymbol{v} - \boldsymbol{w}_{i_1}\| < \dots < \|\boldsymbol{v} - \boldsymbol{w}_{i_{N-1}}\|; \quad (3)$$

Step 4. 按照(3)式确定参数 ϵ, λ ,权值调整为

$$\boldsymbol{w}_i^{\text{new}} = \boldsymbol{w}_i^{\text{old}} + \epsilon \cdot e^{-k_i/\lambda} (\boldsymbol{v} - \boldsymbol{w}_i^{\text{old}}), i = 1, \dots, N; \quad (4)$$

Step 5. 转到 Step 1,直到满足需要的步数.

仍采用图1的例子,取 $r=0.008$.图2显示了生长型神经气网络的训练过程.图中显

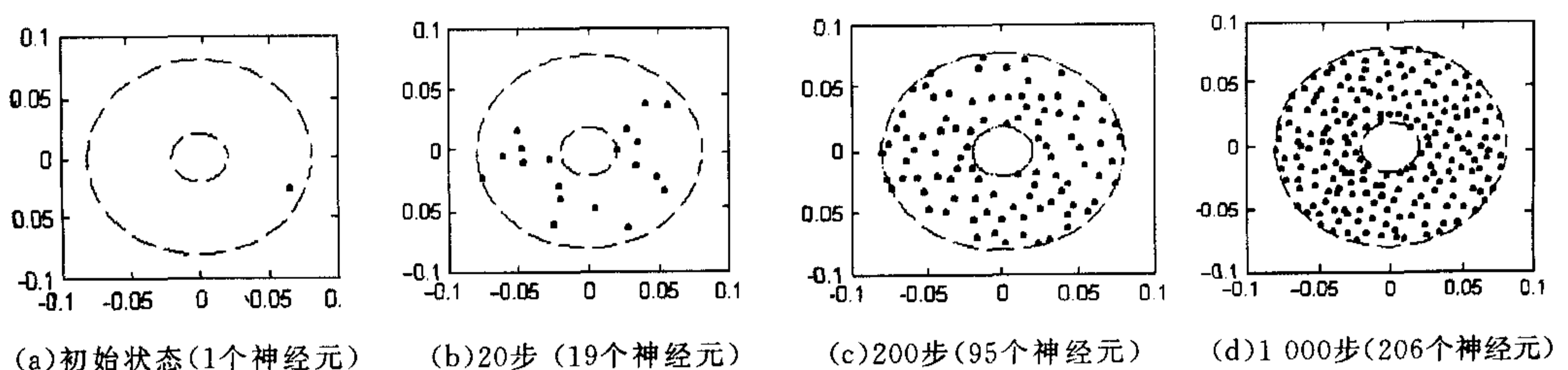


图2 生长型神经气网络的训练过程

示神经元是逐渐生成的,一开始就位于圆环内,有效地避免了部分神经元欠训练的现象,从而大大提高了算法的速度,并且在训练过程中,可以修改阈值 r 以增加神经元的数目.

值得指出的是本文算法与 Fritzke 等^[5]讨论的生长型算法不同. Fritzke 等人提出的算法是根据网络拓扑维数增长的需要动态地增加神经元,以使网络的拓扑结构符合输入空间的拓扑结构. 本文的生长型神经元思想是为加快神经元权值的收敛速度,根据输入的样本距离现有神经元的远近,不断地增加神经元的数目,实际是对输入空间的逐步细化,网络的拓扑结构不发生变化.

网络在完成训练后,相空间根据样本的分布自组织地划分为许多互相独立的微小区域. 在对混沌系统进行相空间重构后^[6],利用(5)式对每个子空间进行线性逼近,并采用带遗忘因子的递推平方根算法^[7]计算出每个线性方程的系数,从而完成对整个混沌系统的辨识

$$y(t) = y_{i_0} + \mathbf{a}_{i_0} \cdot [\mathbf{v}(t) - \mathbf{w}_{i_0}] + e_{i_0}(t), \quad (5)$$

其中 $e_{i_0}(t)$ 是方程误差,它包括子空间的线性化误差和测量噪声的影响.

4 仿真实例

以 Lorenz 混沌系统^[6]为仿真对象. Lorenz 系统具有如下形式:

$$\dot{x} = -\sigma(x - y), \quad \dot{y} = \rho x - y - xz, \quad \dot{z} = -\beta z + xy. \quad (6)$$

取 $\sigma=10, \beta=8/3, \rho=28$, 设重构维数 $n=3$, 时延取 $\tau=1$. 为进行比较,先对 Martinetz 等^[3,4]提出的算法进行仿真,神经元数目为400,如图3所示.

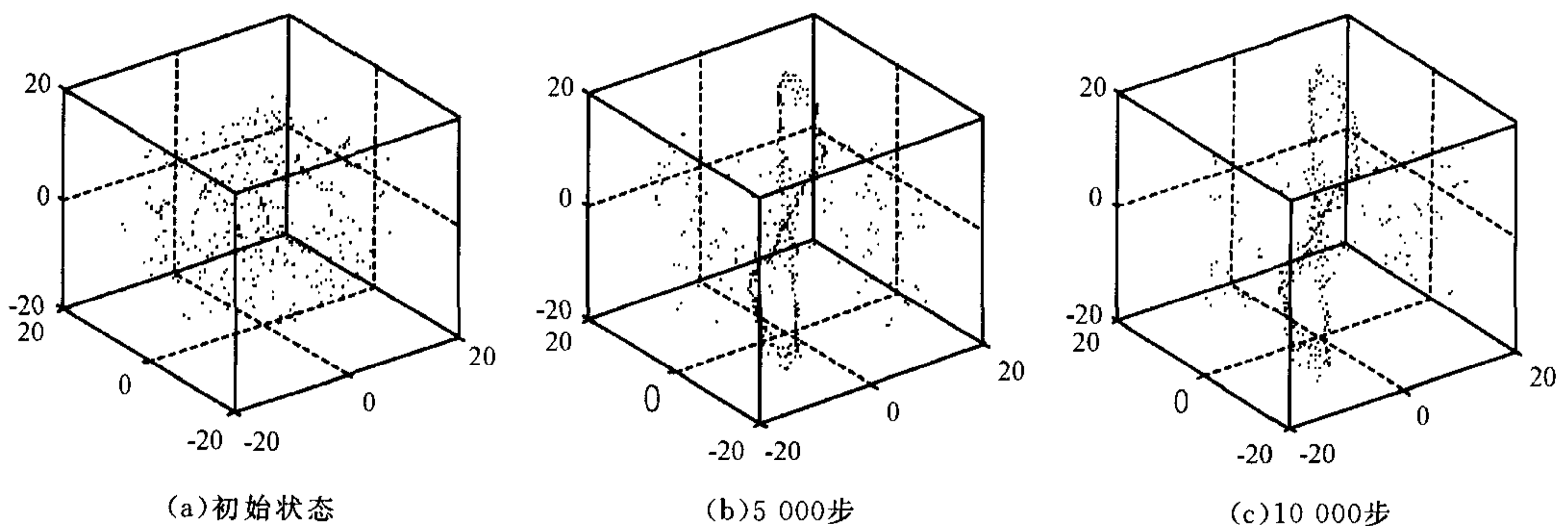


图3 神经网络的权值演化过程(400个神经元)

开始的神经元权值是随机分布的,经过5 000步的训练,权值才收敛成吸引子形状. 即使经过10 000次的训练,仍有个别神经元距离较远而出现训练不到的情况. 图4显示生长型神经网络权值的调整过程. 开始神经网络只有几个神经元,在训练过程中逐渐增加,经过1 000次训练后,权值基本按照相空间输入样本概率分布,形成混沌吸引子,这时神经元个数为403个. 与之相比, Martinetz 等^[3]对 Mackey-Glass 混沌时序预测时训练了100 000次才达到满意的结果.

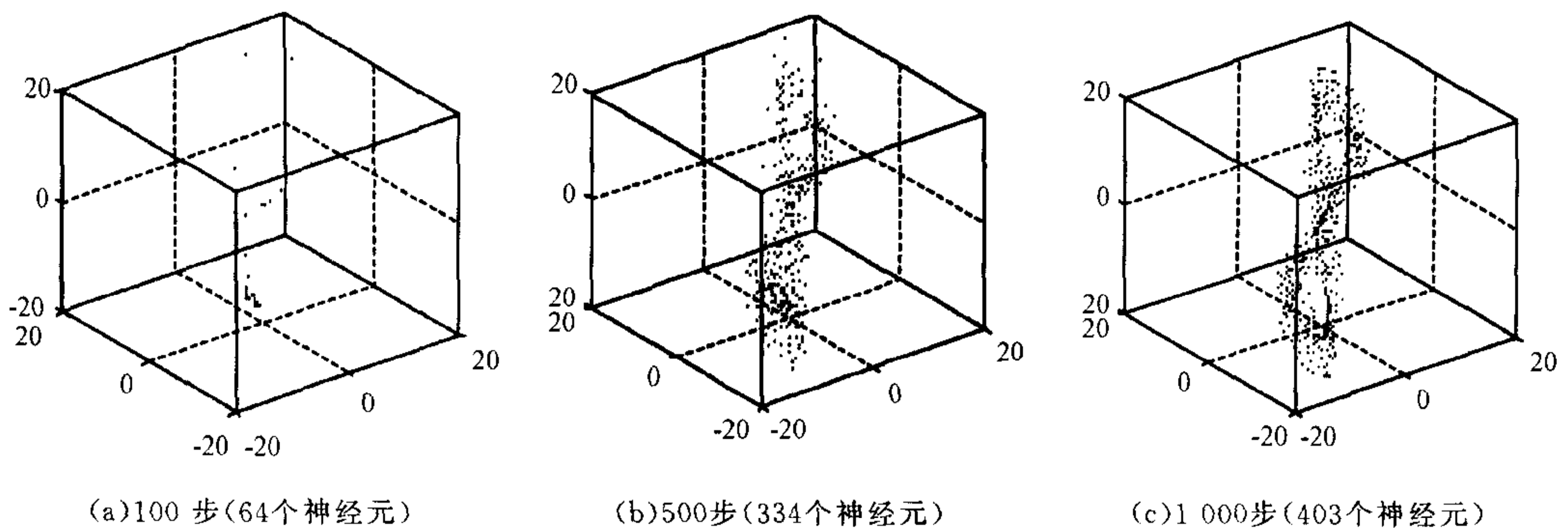


图4 生长型神经网络的权值演化过程

5 结论

将输入空间自组织划分为独立的微小子空间,然后分别进行局部辨识是对一类有限集输入输出的非线性系统进行辨识的有效方法之一.本文提出的生长型神经网络辨识新算法克服了原神经网络中因某些距离输入空间较远的神经元欠训练的现象,大大加快了神经元权值自组织过程.

参 考 文 献

- 1 Rose K, Gurewitz F, Fox G. Statistical mechanics and phase transition in clustering. *Physical Rev. Lett.*, 1990, **65** (8): 945~948
- 2 Kohonen T. Self-organized formation of topographically correct feature maps. *Biol. Cybern.*, 1982, **43**: 59~69
- 3 Martnetz T M, Berkovich S G, Schulten K J. Neural-Gas network for vector quantization and its application to time-series prediction. *IEEE Trans. On Neural Network*, 1991, **4**(4)
- 4 Walter J A, Schulten K J. Implementation of self-organizing neural networks for visuo-motor control of an industrial robot. *IEEE Trans. on Neural Network*, 1993, **4**(1)
- 5 Fritzke B. Growing cell structures—a self-organizing network for unsupervised and supervised learning. *Neural networks*, 1994, **7**: 1441~1460
- 6 王东升, 曹磊. 混沌、分形及其应用. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1995
- 7 Ljung L, Soderstrom T. Theory and Practice of Recursive Identification. Cambridge, MA: MIT Press, 1983

沈 辉 1975年生. 1993年考入国防科技大学, 先后获学士和硕士学位, 2000年开始攻读博士学位.

胡德文 1963年生. 博士, 教授, 博士生导师. 主要从事系统辨识、神经网络、图象处理等方面工作.

温熙森 1945年生. 教授, 博士生导师. 现任国防科技大学校长. 主要从事机电一体化等研究.