

基于二次曲线的纯旋转摄像机自标定¹⁾

杨长江¹ 孙凤梅^{1,2} 胡占义¹

(中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室 北京 100080)¹

(E-mail: huzy@nlpr.ia.ac.cn)

(北方工业大学基础学院 北京 100041)²

摘要 研究探讨了一种基于平面二次曲线的纯旋转摄像机自标定方法. 在不同的方位拍摄三幅或三幅以上图像, 每幅图像至少包含两个空间平面二次曲线、或两个二次曲面、或一个平面二次曲线与一个二次曲面的投影, 利用图像之间的二次曲线对应关系, 可以确定摄像机的内参数矩阵, 同时可以获得摄像机不同方位之间的旋转矩阵. 由于使用的定标基元为二次曲线, 是较点和直线包含更多信息的基元, 因而基元之间的匹配容易自动实现, 并有助于提高标定算法的鲁棒性和在线实时性. 模拟实验和真实图像实验表明文中所介绍的方法是可行的.

关键词 摄像机自标定, 二次曲线(面), 单应性矩阵.

SELF-CALIBRATION OF ROTATING CAMERAS USING CONIC CORRESPONDENCES

YANG Chang-Jiang¹ SUN Feng-Mei^{1,2} HU Zhan-Yi¹

(National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation,

Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)¹

(E-mail: huzy@nlpr.ia.ac.cn)

(College of Fundamental Research, North China University of Technology, Beijing 100041)²

Abstract In this paper, instead of corresponding image points which are widely used in the literature, corresponding image conics are used to calibrate a rotating camera. An image conic can be the projection of either a planar conic or silhouette of a conicoid. We show that at least three images, taken from the same position with different camera orientations, of two planar conics, or two conicoids, or one conic and one conicoid, are needed for the calibration, and a closed-form solution can be obtained. Our new conic based calibration technique requires no knowledge of camera's orientations, and relies solely on image correspondences. Since a conic contains more useful information than a line or a point, it is much easier to establish

1) 国家自然科学基金(69975021)、国家“八六三”高技术发展计划(863-512-98-20-03)、国家“九七三”计划(G1998030502-3)、中国科学院重大交叉学科前沿项目和中国科学院机器人学开放研究实验室基金(L200010)资助项目. 通讯作者为胡占义.

收稿日期 1999-07-30 收修改稿日期 2000-08-17

feature correspondences. In addition, it is also helpful to improve the robustness of calibration. Both computer simulation and experiments with real images are done to validate our new technique.

Key words Camera self-calibration, conic(conicoid), homography.

1 引言

自从 1992 年 Faugeras^[1, 2]和 Hartley^[3]等人提出摄像机自标定的概念,证明可以直接从图像序列标定摄像机内参数,这方面的研究目前已成为计算机视觉领域中最重要研究方向之一.文献中报导的摄像机自标定方法大多需要求解非线性方程组,计算量非常大,而且往往是数值不稳定的.这些方法普遍存在的另外一个问题是,由于它们一般是基于点或者线的方法,基元匹配问题不容易自动实现.这主要是因为图像中点和线的数目一般很大,点或线所包含的信息一般不足以建立图像间的唯一对应,同时由于遮挡、噪声的影响,更增加了匹配的困难.

针对一般的摄像机自标定方法存在计算量大、鲁棒性差的缺点^[1~5],Hartley^[6]提出了一种新的摄像机自标定方法.在 Hartley 的方法中,摄像机只绕光心旋转,没有平移运动(称为纯旋转摄像机),在不同的方位拍摄三幅以上的图像,通过图像之间的点对应,除特殊情况外,一般可以进行摄像机自标定.实验证明这种方法极大地降低了算法的复杂性,同时标定的结果也令人满意.

在计算机视觉中,二次曲线被认为是除点和线以外的另一类最基本的图像基元.二次曲线大量存在于人造场景中,如很多人造物体的轮廓是二次曲线.二次曲线是比点和线更加简洁、更全局化的基元,抗噪声、抗遮挡的能力强.与点和线一样,二次曲线也是射影不变的基元(即二次曲线在射影变换下仍然是二次曲线).同时,有关二次曲线(面)几何性质的研究,数学上相对于其它的高次曲线也比较成熟,为数学上的处理奠定了基础.更重要的一点是二次曲线自身包含的信息能比较容易地建立图像间的对应,这对于多幅图像间的基元自动匹配,提高摄像机标定和三维重建的鲁棒性与实时在线能力,都有很大的贡献.目前,已有一些研究人员利用二次曲线作为图像基元,提出了一些算法进行物体定位、立体视觉与运动估计等方面的研究^[7~11].但总的来说,文献中对基于二次曲线的研究还没有对基于点和线的研究进行的深入系统,这主要是因为基于二次曲线方法数学上处理比较困难,不易获得太多新的结果.

本文在 Hartley 方法的基础上,探讨利用图像间的二次曲线对应来标定纯旋转摄像机.对应的二次曲线可以是空间中平面二次曲线的投影,也可以是空间中二次曲面的轮廓线的投影.保持摄像机的位置不变,从不同方位拍摄两个平面二次曲线,或两个二次曲面,或一个二次曲线与一个二次曲面的三幅或三幅以上图像.利用图像之间的二次曲线对应,可以得到摄像机自标定问题的解析解.求解过程不需要迭代,所有的计算只利用线性代数中的一些矩阵处理技术^[12, 13].

2 由二次曲线获得的几何约束

假设二次曲线 Q 位于平面 p 上, 移动摄像机拍摄两幅图像, 那么 Q 在两幅图像上的投影可以表达为

$$\mathbf{u}_1^T Q_1 \mathbf{u}_1 = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{u}_2^T Q_2 \mathbf{u}_2 = 0, \quad (2)$$

其中 \mathbf{u}_1 和 \mathbf{u}_2 分别是两幅图像的齐次点坐标. 由于 Q 是平面曲线, 所以 Q_1 和 Q_2 之间存在一个单应性矩阵 (Homography) P 使得

$$\mathbf{u}_2 \cong P \mathbf{u}_1, \quad (3)$$

这里“ \cong ”表示在相差一个非零常数因子意义下的相等. 假设 (d, \mathbf{n}) 为平面 p 的参数, 其中 d 为原点到平面 p 的距离, \mathbf{n} 为平面 p 的单位法向量, 那么单应性矩阵 P 可以表示为^[12, 13]

$$P \cong K \left(R + \frac{1}{d} \mathbf{t} \mathbf{n}^T \right) K^{-1}. \quad (4)$$

上式中 R 和 \mathbf{t} 是摄像机在两幅图像间的旋转和平移运动; K 为摄像机的内参数矩阵, 即所要标定的矩阵, 定义如下:

$$K = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

在纯旋转摄像机的情况下, $\mathbf{t} = \mathbf{0}$, 所以

$$P \cong K R K^{-1}. \quad (5)$$

把式(3)代入式(2), 可得

$$\mathbf{u}_1^T P^T Q_2 P \mathbf{u}_1 = 0. \quad (6)$$

比较式(1)和式(6), 可得

$$Q_1 \cong P^T Q_2 P. \quad (7)$$

如果令 $\det(Q_1) = \det(Q_2)$, $\det(P) = 1$, 那么可以得到如下严格的等式

$$Q_1 = P^T Q_2 P. \quad (8)$$

3 由二次曲面获得的几何约束

空间中的二次曲面可以表示为

$$\mathbf{x}^T A \mathbf{x} = 0, \quad (9)$$

其中 \mathbf{x} 为空间齐次点坐标, A 为一个 4×4 的对称矩阵.

从光心出发与二次曲面相切的直线束构成一个圆锥面, 称为视锥 (view cone). 在文献[14, 15]中证明视锥与相应的二次曲面的交线是一条平面二次曲线, 同时在图像上的透视投影仍是一条二次曲线, 称为轮廓线. 记这条轮廓线为

$$\mathbf{u}^T Q \mathbf{u} = 0, \quad (10)$$

其中 $\mathbf{u} = (u, v, 1)^T$ 为轮廓线上的任意一点, Q 是一个 3×3 的对称矩阵.

由于本文假定摄像机光心不动,摄像机只是作绕光心的纯旋转运动,因此视锥在空间中保持不变,故它的轮廓线也保持不变.又由于轮廓线为一平面二次曲线,这与上节平面二次曲线的情形相同,故在后面的讨论中,对这二种情况不再加以区别.

4 求解单应性矩阵 P

从上面的讨论可知,在纯旋转摄像机的情况下,任意两幅图像之间由一个单应性矩阵 P 相联系,即 $m_i \approx P_{ij}m'_j$,其中 m_i 为第 i 幅图像中的一点, m'_j 为第 j 幅图像中的对应点, P_{ij} 为联系第 i 幅图像与第 j 幅图像的单应性矩阵.在下一节将看到,一旦解出了两图像之间的单应性矩阵,摄像机的内参数将会非常容易地获得,故本文的核心部分是如何通过图像间的二次曲线对应来求解单应性矩阵 P .下面将介绍一种求解 P 的方法.

设空间中两个平面二次曲线,它们在第一幅图像上的投影分别为 A_1, A_2 ,在第二幅图像上的投影分别为 B_1, B_2 ,由上一节的讨论,有

$$A_1 = P^T B_1 P, \quad (11)$$

$$A_2 = P^T B_2 P. \quad (12)$$

如果曲线是非退化的,那么它们都是可逆的,由式(11)与式(12),可以得到

$$F_a = P^{-1} F_b P, \quad (13)$$

其中 $F_a = A_2^{-1} A_1$, $F_b = B_2^{-1} B_1$.由式(13), F_a 和 F_b 相似,有相同的特征值,并且迹相等.对 F_a 和 F_b 进行特征值分解^[14, 15],

$$F_a = U_a D U_a^{-1}, \quad (14)$$

$$F_b = U_b D U_b^{-1}, \quad (15)$$

其中 U_a, U_b 分别为 F_a, F_b 的特征向量矩阵, D 为特征值矩阵,是一个 3×3 的对角矩阵.

需要指出的是, F_a 和 F_b 并不总能分解成为对角形式,但是这种情况只是发生于一些非常特殊的条件下,即两个二次曲线为同心圆,或两个二次曲面为同心的球面.尽管在这些特殊情况下也可以用其它方法求解 P ,但这里不对这些特殊情况作过多的介绍.本文中我们总假定 F_a 和 F_b 可以分解成为对角形式,并且矩阵 D 的三个特征值不同,即

$$D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix}, \text{ 且 } d_1 \neq d_2 \neq d_3 \neq 0.$$

把式(14)和式(15)代入式(13),有

$$DW = WD, \quad (16)$$

其中 $W = U_b^{-1} P U_a$.利用式(16)两边的对应元素相等,可以得到 W 也是对角矩阵,记为

$$W = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 \\ 0 & 0 & w_3 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

把 $P = U_b W U_a^{-1}$ 代入式(11),有

$$U_a^T A_1 U_a = W^T U_b^T B_1 U_b W. \quad (18)$$

记 $A' = U_a^T A_1 U_a$, $B' = U_b^T B_1 U_b$,则式(18)变为

$$A' = W^T B' W. \quad (19)$$

由式(19), w_i 可以解出

$$w_i^2 = a'_{ii}/b'_{ii}, \quad (20)$$

其中 a'_{ii} 与 b'_{ii} 分别是矩阵 A' 与 B' 的第 i 个对角元素. 同时 W 可以通过比较式(19)两边矩阵的上三角元素的符号在相差一个符号(或为 W , 或为 $-W$)意义下唯一确定. 这样, 单应性矩阵 P 可以解出

$$P = U_b W U_a^{-1}. \quad (21)$$

一般地, 如果保持摄像机的位置不动(光心不动), 拍摄两个二次曲线, 或两个二次曲面, 或一个二次曲线与一个二次曲面的两幅图像, 可以获得一个单应性矩阵 P .

5 求解摄像机内参数矩阵

当单应性矩阵解出以后, 就可以进一步很容易地求解出摄像机的内参数矩阵. 假设已获得 N 个单应性矩阵 $P_j, j=1, \dots, N$, 由式(5)可得

$$R_j = K^{-1} P_j K. \quad (22)$$

由于 R_j 为一旋转矩阵, $R_j R_j^T = I$, 由式(22)有

$$(K K^T) = P_j (K K^T) P_j^T. \quad (23)$$

令

$$C = K K^T = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}. \quad (24)$$

由式(24)给定一个 P_j , 可以得到 9 个以 C 中元素为未知数的线性方程. 在文献[11]中证明了这 9 个线性方程中最多只有 4 个是独立的, 因此不足以唯一确定矩阵 C . 如果已知两个或两个以上的 P_j , 就可以解出矩阵 C , 然后利用 Choleski 矩阵分解算法^[14, 15], 最后分解出 K .

至此, 全部求解出摄像机内参数矩阵 K , 整个求解过程如下:

1) 给定一系列图像对, 每个图像对都是摄像机从同一位置拍摄得到的, 提取出图像中的二次曲线, 建立对应关系, 具体的方法可以参考文献[16];

2) 利用每对图像中的二次曲线对应, 如第 4 节所述, 求解出相应的单应性矩阵 P_j ;

3) 用式(23)求解出 $C = K K^T$, 用 Choleski 矩阵分解算法求解出 K , 同时可以求解出旋转矩阵 R_j .

6 实验结果

为了检验算法的有效性, 我们进行了模拟实验和真实图像实验. 首先是模拟实验, 采用叠加了噪声的模拟数据. 模拟的摄像机设置如下(各参数的具体定义见第 2 节中关于内参数矩阵 K 的定义): $\alpha = \beta = 1\ 000, \gamma = 0, u_0 = v_0 = 0$. 摄像机的两次旋转设置为绕 z 轴旋转角度 $\theta_1 = 30^\circ$, 绕向量 $(1, 1, 1)^T$ 旋转角度 $\theta_2 = 60^\circ$. 两个半径 $R = 100$ 的球面置于摄像机前, 球心分别位于 $O_1 = (0, 0, 1\ 000)^T, O_2 = (0, 500, 500)^T$ 处. 我们将均值为 0、均方差从 0

变化到 16 的高斯噪声(单位为 pixel)加在图像点上. 通过纯旋转摄像机自标定的结果列在表 1 中. 表 1 中的结果均为 100 次实验的平均值. 从表 1 中可以看出标定出来的摄像机内参数的误差和噪声水平(均方差)成线性关系, 因此, 本文摄像机自标定方法是稳定的.

表 1 模拟实验摄像机自标定结果

Noise	α	β	u_0	v_0	γ
0	1 000	1 000	0	0	0
0.125	1 005.530 529 102 94	1 005.451 599 756 16	1.479 115 607 85	0.610 595 248 81	0.458 576 067 34
0.25	1 010.062 485 425 26	1 009.749 179 717 76	1.429 026 251 12	1.506 007 930 97	-0.631 388 126 98
0.5	1 014.116 801 401 23	1 013.782 049 456 56	3.670 835 430 08	1.025 132 324 45	-0.962 148 526 95
1.0	1 033.894 839 544 69	1 033.894 315 533 58	11.095 450 462 85	4.968 930 092 62	-1.671 910 149 77
2.0	1 048.987 651 010 60	1 047.639 915 693 03	11.875 384 832 62	9.796 991 780 24	-3.707 711 416 97
4.0	1 053.656 131 473 66	1 053.674 874 084 90	12.329 267 977 50	-8.610 687 151 47	3.374 976 804 42
8.0	1 094.508 228 524 19	1 089.106 118 070 32	21.875 384 832 62	15.166 220 024 32	-7.707 711 416 97
16.0	652.498 547 346 12	752.043 417 476 38	-53.709 428 046 36	66.484 744 596 56	-10.706 133 615 71

其次, 我们利用真实图像对本文介绍的方法进行了检验. 实验中用的是 Kodak DC120 数码相机(分辨率为 $1\ 280 \times 960$), 采用两个球作为静止场景中的标定物体. 保持照相机的位置不动(只能说光心的平移量不大, 因为此时我们实际上并不知道光心的具体位置), 在 5 个不同的方位拍摄了 5 幅图像, 其中的二幅图像如图 1(图像中有两个球)所示. 摄像机标定的结果列在表 2 中.

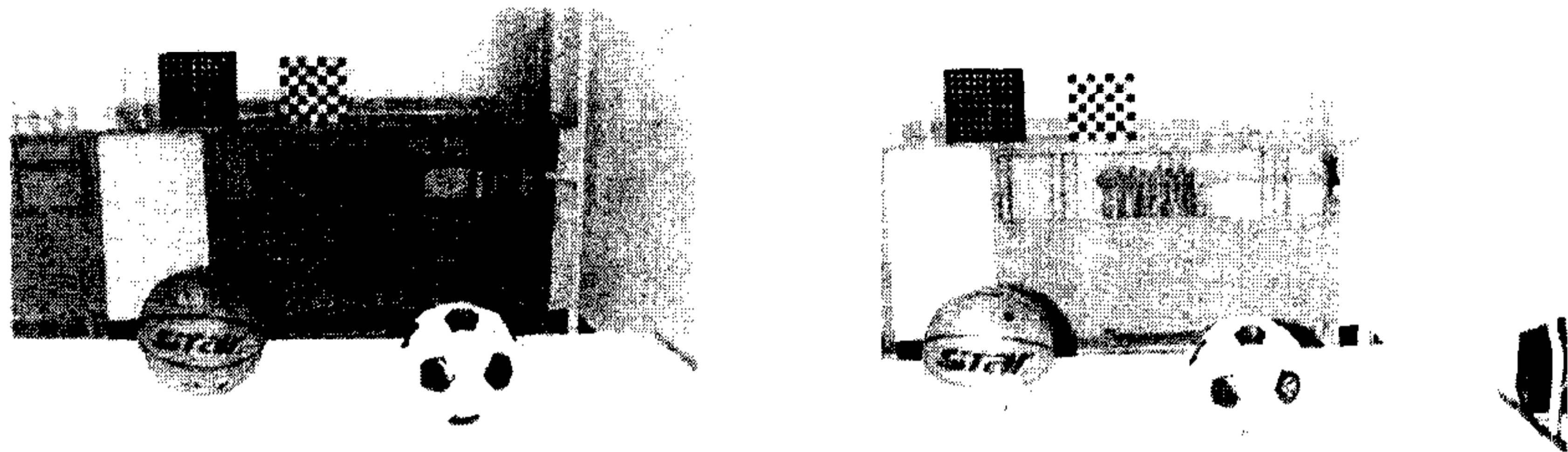


图 1 用于实际实验 5 幅图像中的二幅图像

最后, 我们用立体视觉的方法重建三维场景来检验前面标定出的内参数是否合理. 利用前面已标定出的照相机拍摄两个标定块的两幅图像(如图 2 所示). 在每幅图像的两个

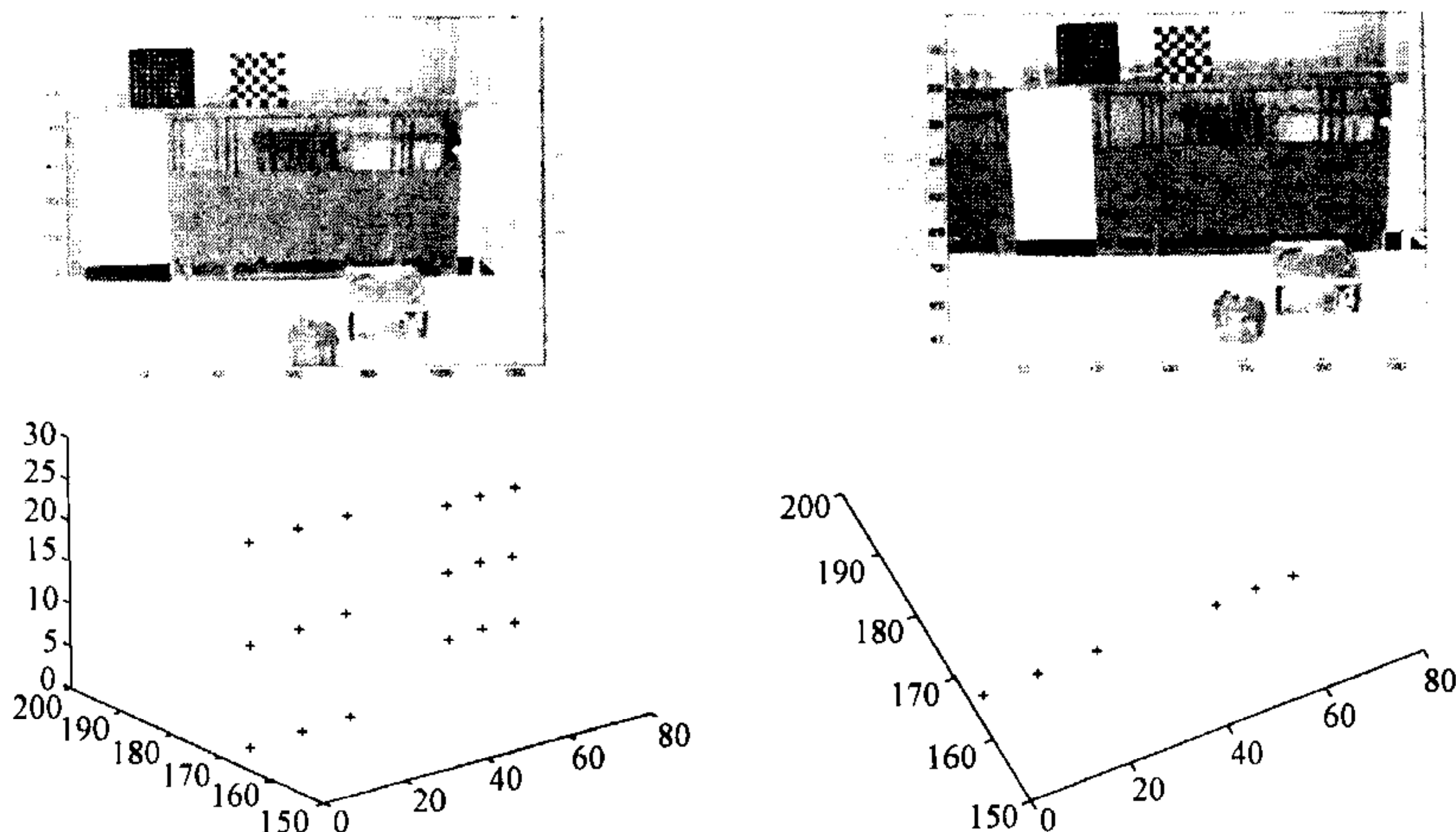


图 2 标定块的两幅图像和重建出的两幅视图

表 2 真实数据摄像机自标定结果

Parameters	α	β	u_0	v_0	Skew
	1 508.35	1 513.83	597.95	445.11	3.312

可见面上手工选取 18 个点,每个面上 9 个点(图像中用十字标出),利用文献[16]的运动与结构重建算法,我们重建出标定块的两个面.图 2 显示了三维重建结果不同视角下的两幅视图.从顶视图中可以看出重建出的每个面上的点确实是共面的.

7 结论

本文研究探讨了一种基于二次曲线对应的纯旋转摄像机自标定方法.保持摄像机的位置(光心)不变,拍摄两个二次曲线,或两个二次曲面,或一个二次曲线与一个二次曲面的三幅或三幅以上图像,利用图像之间的二次曲线对应关系,可以唯一地确定摄像机的内参数矩阵,同时可以获得摄像机之间的旋转矩阵.整个求解过程中只涉及线性代数中的一些基本矩阵处理方法,不需要迭代过程.

二次曲线是一种比点和线更简洁、更全局化的基元,抗噪声、抗遮挡能力强.其次,二次曲线自身包含有丰富的信息,可以大大简化图像之间基元对应的难度并有助于提高标定算法的鲁棒性和实时在线能力.值得指出的是,这种方法的不足是要求摄像机只能绕光心旋转,不能有平移运动,因此,限制了它的应用范围.不过,实验证明,在平移量不大的情况下,该方法还是可行的,如上节中关于真实图像的实验部分.另外需要指出的是,当景物距离摄像机较远时,摄像机平移的影响就相对比较小,在这种情况下,也可以应用这种对纯旋转摄像机进行标定的方法对摄像机进行标定.关于这一点,文献[11]有类似的论述并给出了一些实验结果.

参 考 文 献

- 1 Faugeras O, Luong Q-T, Maybank S. Camera self-calibration: Theory and experiments, In: Proc. ECCV'92, 1992, 321~334
- 2 Maybank S, Faugeras O A theory of self-calibration of a moving camera. *International Journal of Computer Vision*, 1992, 8(2):123~151
- 3 Hartley R. Euclidean reconstruction from uncalibrated views. In: Applications of Invariance in Computer Vision, LNCS 825, 1994, 237~256
- 4 Luong Q-T, Faugeras O. Self-calibration of a moving camera form point correspondences and fundamental matrices. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 22(3):261~289
- 5 Grimson E. Computational experiments with feature based stereo algorithm. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1985, 7(1):17~34
- 6 Hartley R. Self-calibration of stationary cameras. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 22(1):5~23
- 7 Ma S D. Conics-based stereo, motion estimation and pose determination. *International Journal of Computer Vision*, 1993, 10(1):7~25
- 8 Quan L. Conic reconstruction and correspondence from two views. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, 18(2):151~160
- 9 Ma S D, Li L. Ellipsoid reconstruction from three perspective views. In: Proc. International Conference on Pat-

- tern Recognition, 1996, Vienna, Austria, 344~348
- 10 Maybank S. The projection of two non-coplanar conics. In Geometric Invariance in Computer Vision, MIT Press, 1992, 105~119
 - 11 Mundy J, Zisserman A Eds. Geometric Invariance in Computer Vision, Cambridge:MIT Press, 1992
 - 12 Golub G, Van Loan C. Matrix Computations. the third edition Baltimore, Maryland: The John Hopkins University Press, 1996
 - 13 Horn R A, Johnson C R. Matrix Analysis. Cambridge, MA: Cambridge University Press, 1985
 - 14 Tsai R, Huang T S. Estimating three-dimensional motion parameters of a rigid planar patch. *IEEE Trans. Acoust. Speech, Sign. Process.*, 1981, **29**:1147~1152
 - 15 Tsai R, Huang T S, Zhu W L. Estimating three-dimensional motion parameters of a rigid planar patch II: Singular value decomposition. *IEEE Trans. on Acoust. Speech, Sign. Process.*, 1982, **30**:525~534
 - 16 Zhang Z. Motion and structure from two perspective views: From essential parameters to Euclidean motion via fundamental matrix. *Journal of the Optical Society of America A*, 1997, **14**(11):2938~2950

杨长江 1974年生,硕士研究生.主要研究方向为三维视觉和几何基元提取.

孙凤梅 1956年生,讲师.主要研究方向为光学研究.

胡占义 1961年生,博士,研究员,博士生导师.主要研究方向为三维视觉、主动视觉、特征提取、视觉机器人导航等.

(上接第 295 页)

三、应用技术研究

计算机视觉与模式识别	智能机器人
自然语言理解与机器翻译	海量数据的智能处理
知识发现与数据挖掘	智能控制、智能管理与智能自动化
智能 CAD 与智能 CAI	可拓工程的理论与应用
面向信息网络的智能应用	面向各种应用的专家系统

征文截止日期:2001年8月10日

欢迎以电子版(Word 7.0 以上)投稿。来稿请另纸写明论文题目、作者姓名、单位名称、通信地址、电话号码、E-mail 地址、论文所属领域。论文纸型为 A4,单面,不分栏,5 号字,激光打印,篇幅限为 4 页,最多不超过 6 页。

本届年会由北京邮电大学承办,北京科技大学、北京理工大学、首都师范大学、广东工业大学协办。论文请用 E-mail 寄给:yxzhong@ieee.org。如不能用电子版,请将书面论文寄至:100876 北京邮电大学钟义信教授。

联系电话:(010)62282638,(010)62283163

详情请见:<http://www.bupt.edu.cn/~icii/link/index.htm>(学术会议/CAAI-9)

中国人工智能学会 北京邮电大学

2001年2月15日